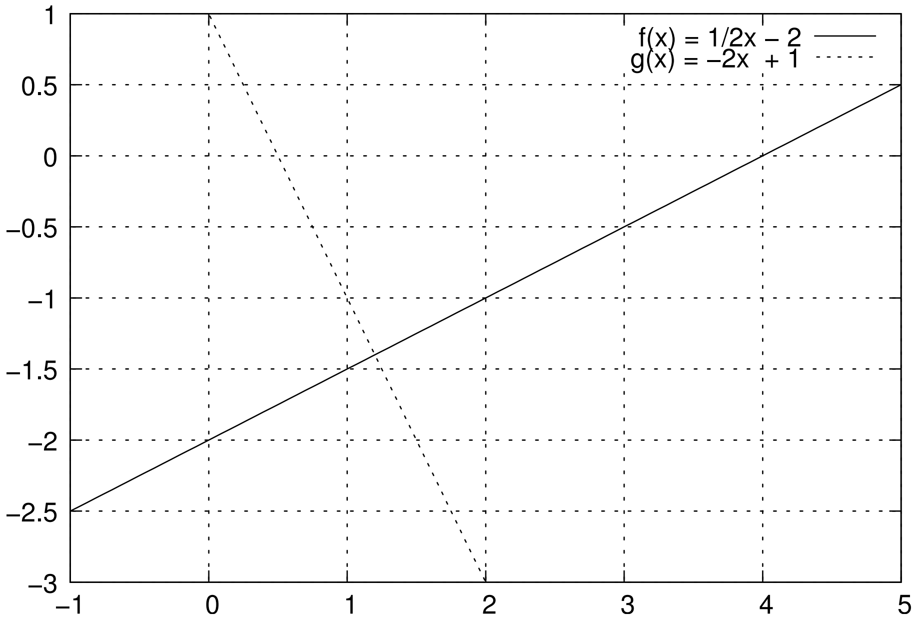
Lineare Funktionen: $f(x) = mx + t$

m**:**
: Steigung

t**:**
: y-Abschnitt

Beispiel: $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$



m**:**
: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\alpha$

Nullstellen:
: $f(x) = 0 \Longrightarrow x = 4 \Longrightarrow N(4;0)$

Schnittpunkt mit y-Achse:
: $T(0;-2)$

Aufgabe: Schnittpunkts- und Winkelberechnung zwischen f und $g(x) = -2x + 1$

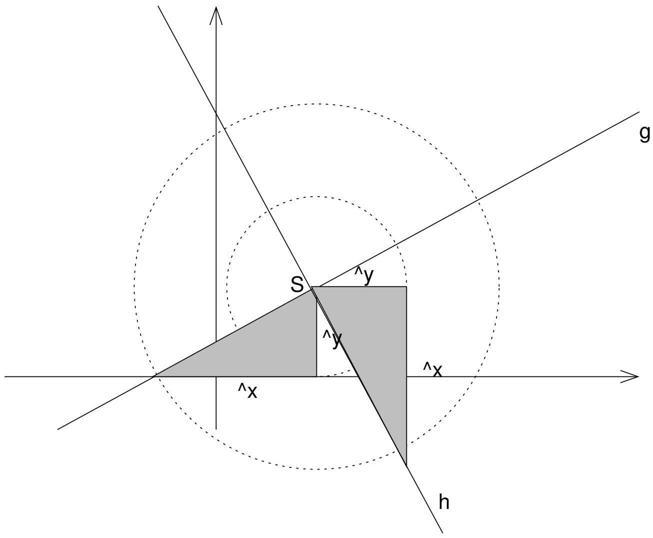
Schnittpunkt:
: $f(x) = g(x) \Longrightarrow x = \frac{6}{5}$

Winkel:

$\tan(\arctan m_g - \arctan m_f) = \tan -\frac{\pi}{2} =$ undefiniert

$\Rightarrow$ f steht senkrecht auf g (auch wegen $m_g = -\frac{1}{m_f}$).

Senkrechte Geraden

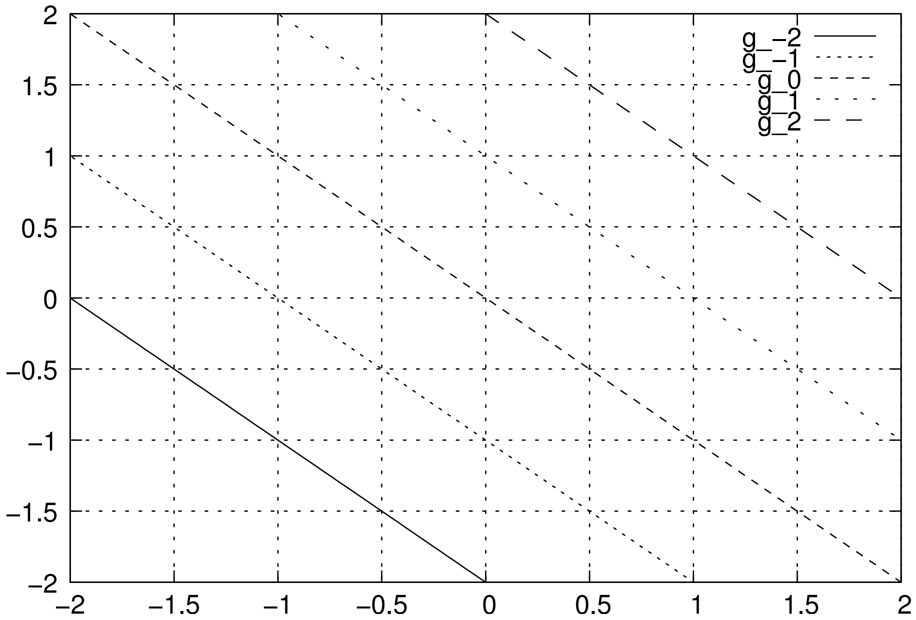


$m_g = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
$m_h = -\frac{\Delta x}{\Delta y}$

$\Rightarrow$ $m_g \cdot m_h = -1$ (Kennzeichen für senkrechte Geraden)

Geradenscharen

Beispiel: $g_k : x + y - k = 0; k \in \mathbb{R}; \Longrightarrow y = -x + k;$ (Parallelenschar)



Zusatzaufgabe zur 2. Hausaufgabe:

Nimmt der Flächeninhalt $A\,(t)$ beliebige Werte aus $\mathbb{R}_0^+$ an?

Untersuchung für $t \geq 0$:

$A\,(t) = \frac{t^2+1}{t}, t \neq 0;$

Untersuchung der Wertemenge von $A\,(t)$:

Gibt es zu jedem Wert $A \in \mathbb{R}^+$ einen t-Wert?

$A = \frac{t^2+1}{t}; \Longrightarrow 0 = t^2 - 2At + 1; \Longrightarrow t = \frac{2A \pm 2\sqrt{A^2-1}}{2} = A \pm \sqrt{A^2-1};$

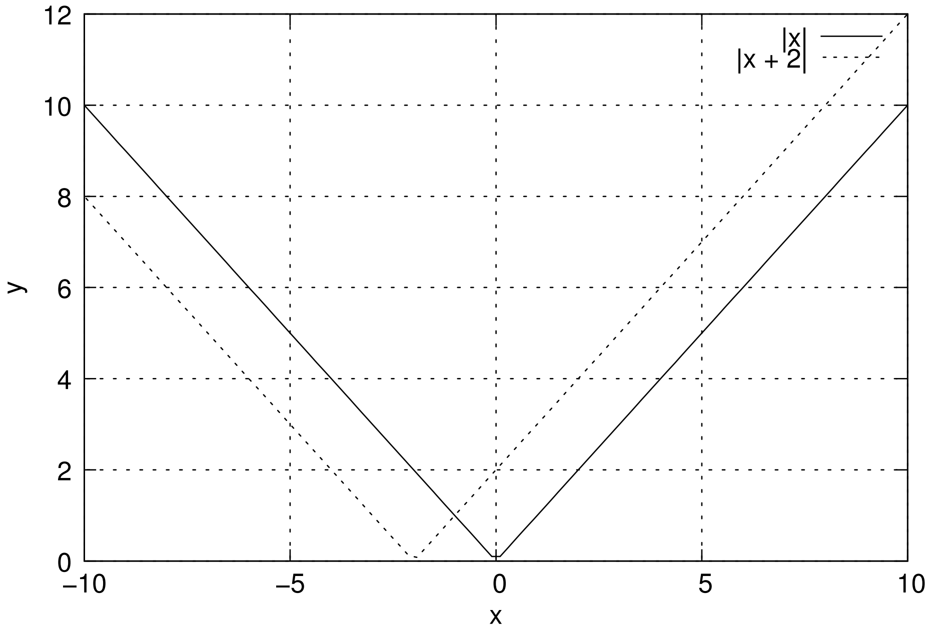
$A^2 - 1 \geq 0; \Longrightarrow A \geq 1; \Longrightarrow \mathbb{W}_A = [1; \infty[$

$\Rightarrow$ Bei $A = 1$: $t = 1 \Rightarrow$ Neigungswinkel $45°$;

Stückweise lineare Funktionen

Die Betragsfunktion $x \mapsto |x| = \begin{cases} x & \text{falls } x \geq 0; \\ -x & \text{falls } x < 0; \end{cases}$

Graph:



Abwandlungen:

1. $f(x) = |x+2| = \begin{cases} -(x+2) & \textbf{für } x \leq -2; \\ x+2 & \textbf{für } x > 2; \end{cases}$

Die Signum-Funktion

$$x \mapsto \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & \textbf{wenn } x > 0; \\ 0 & \textbf{wenn } x = 0; \\ -1 & \textbf{wenn } x < 0; \end{cases}$$

Zusammenhang: $x \cdot \operatorname{sgn} x = |x|$, $x = |x| \cdot \operatorname{sgn} x$;