

0.1 Das bestimmte Integral

„Ich geb´ euch immer so dumme Antworten, weil ihr mir in einer Vagheit Fragen stellt – bei denen hab´ ich keine Chance, richtig zu antworten.“

„Vor Newton ist das Fallen eines Steines im wahrsten Sinne des Wortes ungesetzlich gewesen – viele sagen sogar, vor Newton sind Steine [gar] nicht gefallen.“

0.1.1 Spezielle Flächen

$F = \{P(x, y) \mid x \in [a, b] \wedge y \in [0, f(x)] \wedge f \text{ stetig auf } [a, b]\}$;

Wie lässt sich der Inhalt der Fläche, $A_a(x)$, bestimmen?

Wie betrachten das Änderungsverhalten von $A_a(x)$:

$$A_a(x) + h \min_{[x, x+h]} f(x) \leq A_a(x+h) \leq A_a(x) + h \max_{[x, x+h]} f(x);$$

$$A_a(x) - h \min_{[x-h, x]} f(x) \geq A_a(x-h) \geq A_a(x) - h \max_{[x-h, x]} f(x);$$

$$\min_{[x, x+h]} f(x) \leq \frac{A_a(x+h) - A_a(x)}{h} \leq \max_{[x, x+h]} f(x);$$

$$f(x) \leq A'_a(x) \leq f(x);$$

05.10.2005

„Weil die einen Doofen von den anderen Doofen gerne gelobt werden“

Die Flächenfunktion ist eine Stammfunktion der Randfunktion, und zwar die Stammfunktion, für die gilt:

$$A_a(a) = 0;$$

24.10.2005

Für $f(x) \leq 0$ auf $[a, b]$ soll sein:

$$\int_a^b f(x) dx := - \int_a^b -f(x) dx \leq 0;$$

[B. S. 41]

[B. S. 46: $F'(x) = \frac{d}{dx} \int_k^x f(t) dt = f(x);$]

25.10.2005

f integrierbar über $[a, b]$ und dort $F' = f$.

Dann gilt: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a);$

0.1.2 Eigenschaften des bestimmten Integrals

- $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx; \quad k \in \mathbb{R};$

„Ja ich bin nicht meine Skizze“

„Ich bin nicht mal meine Stimme“

„sonst würde ich ja »meine Stimme« heißen“

- $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx;$

- $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx;$

30.10.2005

$$-\int_a^b f(x) dx =: \int_b^a f(x) dx; \quad a < b;$$

[in der Ableitung steckt die Richtung]