

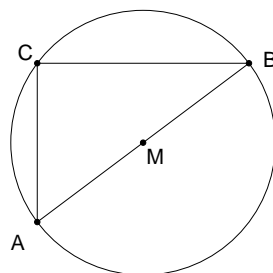
## 0.1 Kreise

### 0.1.1 Satz des Thales

„na du musst nur ´ne längere Zeit als Photon leben, dann wird´s dir schon klar werden. . .“

„glaub mir, ich spreche aus Erfahrung“

„Du setzt dich aufs Fahrrad, fährst so schnell, dass es dunkel wird, und schaust dann auf den Tacho“



Für ein Dreieck  $ABC$  sind die beiden folgenden Aussagen äquivalent:

- (1) Der Innenwinkel bei  $C$  ist  $90^\circ$ .
- (2)  $C$  liegt auf dem Kreis über  $[AB]$ .

Beweis:

$M$  sei der Mittelpunkt von  $[AB]$ .

$$\begin{aligned}
& \qquad \qquad \qquad (1) \qquad \Leftrightarrow \\
& \qquad \qquad \qquad \vec{CA} \cdot \vec{CB} = 0; \qquad \Leftrightarrow \\
& (\vec{CM} + \vec{MA}) \cdot (\vec{CM} + \vec{MB}) = 0; \qquad \Leftrightarrow \\
& (\vec{CM} + \vec{MA}) \cdot (\vec{CM} - \vec{MA}) = 0; \qquad \Leftrightarrow \\
& \qquad \qquad \qquad \vec{CM}^2 - \vec{MA}^2 = 0; \qquad \Leftrightarrow \\
& \qquad \qquad \qquad \vec{CM}^2 = \vec{MA}^2; \qquad \Leftrightarrow \\
& \qquad \qquad \qquad |\vec{CM}|^2 = |\vec{MA}|^2; \qquad \Leftrightarrow \\
& \qquad \qquad \qquad |\vec{CM}| = |\vec{MA}|; \qquad \Leftrightarrow (2)
\end{aligned}$$