

0.1 10. Hausaufgabe

0.1.1 Analysis-Buch Seite 37, Aufgabe 33

$$f_a(x) := x^3 - ax; \quad D_{f_a} = \mathbb{R}; \quad a \geq 0;$$

a) Diskutiere die Kurvenschar (Nullstellen, Extrema, Wendepunkte) und zeichne die Graphen von f_3 und f_0 .

$$f_a(x) = x^3 - ax = x(x + \sqrt{a})(x - \sqrt{a});$$

$$\Rightarrow N_1(0, 0); \quad N_2(-\sqrt{a}, 0); \quad N_3(\sqrt{a}, 0);$$

$$f'_a(x) = 3x^2 - a = 3\left(x + \sqrt{\frac{a}{3}}\right)\left(x - \sqrt{\frac{a}{3}}\right);$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{\text{HOP}}\left(-\sqrt{\frac{a}{3}}, -\left(\frac{a}{3}\right)^{\frac{3}{2}} + a\sqrt{\frac{a}{3}}\right), & P_{\text{TIP}}\left(\sqrt{\frac{a}{3}}, \left(\frac{a}{3}\right)^{\frac{3}{2}} - a\sqrt{\frac{a}{3}}\right) & \text{für } a \neq 0; \\ P_{\text{TEP}}(0, 0) & & \text{für } a = 0; \end{cases}$$

$$f''_a(x) = 6x;$$

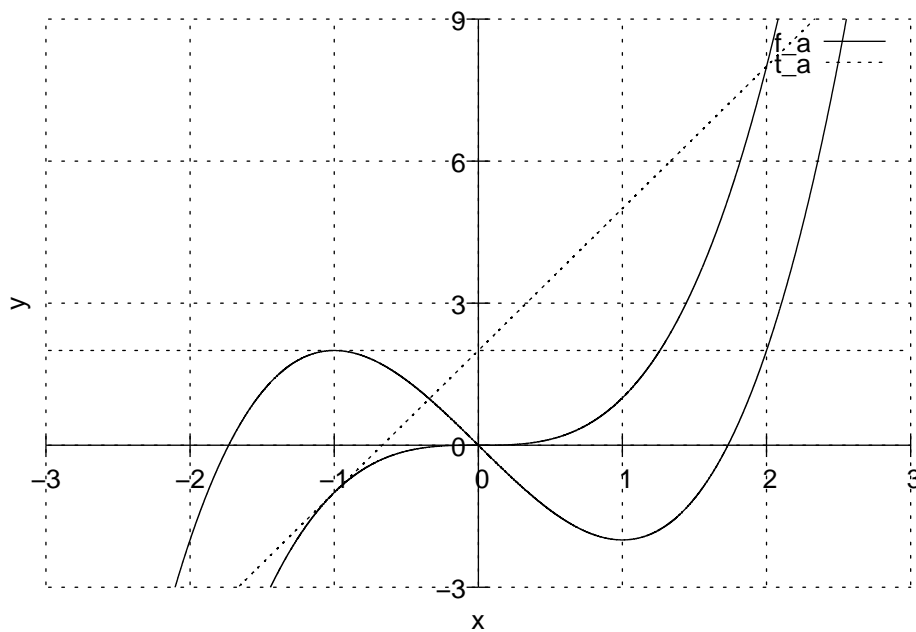
$$\Rightarrow P_{\text{WEP}}(0, 0);$$

b) t_a sei die Tangente an G_{f_a} im Punkt $B(-1, b)$. Berechne den Inhalt des Flächenstücks zwischen t_a und G_{f_a} für $a = 3$, $a = 0$ und allgemein.

$$\Rightarrow \frac{t_a(x) - f_a(-1)}{x + 1} = f'_a(-1) = 3 - a; \Rightarrow t_a(x) = x(3 - a) + 2;$$

$$t_a(d) = f_a(d); \Rightarrow 0 = d^3 - 3d - 2 = (d - 2)(d + 1)^2;$$

$$A = \int_{-1}^2 t_a(x) dx - \int_{-1}^2 f_a(x) dx = \dots = \frac{27}{4};$$



17.10.2005

„Einer von uns beiden ist doof“

„Gehen können so viel wie sie wollen *rausdrück**“

18.10.2005

Elementargeometrische Lösung von b) für $a = 3$:

$$A = 1 \cdot 2 - \int_{-1}^0 f_3(x) \, dx + 2 \cdot 2 - \int_{\sqrt{3}}^2 f_3(x) \, dx + \int_0^{\sqrt{3}} -f_3(x) \, dx = 2 - \frac{5}{4} + 4 - \frac{1}{4} + \frac{9}{4} = \frac{27}{4};$$