

0.1 100. Hausaufgabe

0.1.1 Geometrie-Buch Seite 216, Aufgabe 11

Berechne den Winkel zwischen

a) einer Raumdiagonale und einer Kante eines Würfels.

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ a \end{pmatrix};$$

$$\vec{K} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\frac{\vec{E} \cdot \vec{K}}{|\vec{E}| |\vec{K}|} = \frac{a^2}{\sqrt{3a^2} \sqrt{a^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{3}a^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \cos \varphi;$$

$$\varphi \approx 54,7^\circ;$$

b) zwei Raumdiagonalen eines Würfels,

$$\vec{E}_1 = \begin{pmatrix} a \\ -a \\ a \end{pmatrix};$$

$$\vec{E}_2 = \begin{pmatrix} -a \\ -a \\ a \end{pmatrix};$$

$$\frac{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2}{|\vec{E}_1| |\vec{E}_2|} = \frac{3a^2}{\sqrt{3a^2} \sqrt{3a^2}} = 1 = \cos \varphi;$$

$$\Leftrightarrow \varphi = 0^\circ;$$

Falsch! Richtig: $\varphi \approx 71^\circ$;

0.1.2 Geometrie-Buch Seite 216, Aufgabe 13

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ -\sqrt{3} \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix};$$

Berechne den Winkel zwischen g und h .

$$\left| \frac{\vec{g} \cdot \vec{h}}{|\vec{g}| |\vec{h}|} \right| = \left| \frac{6 + 8}{\sqrt{9 + 16} \sqrt{4 + 4 + 1}} \right| = \left| \frac{14}{5 \cdot 3} \right| = \left| \frac{14}{15} \right| = \cos \varphi;$$

$$\varphi \approx 21^\circ;$$

0.1.3 Geometrie-Buch Seite 217, Aufgabe 17

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

a) Bestimme \vec{a}_b , die Projektion von \vec{b} in Richtung \vec{a} .

$$\cos \varphi = \frac{5-1-1}{\sqrt{25+1+1}\sqrt{1+1+1}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3};$$

$$\vec{a}_b = \left| \vec{b} \right| \cos \varphi \cdot \vec{a}^0 = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\vec{a}}{\sqrt{27}} = \frac{1}{3} \frac{1}{3} \vec{a} = \frac{1}{9} \vec{a};$$

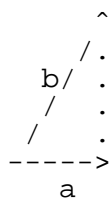
b) Bestimme \vec{b}_a , die Projektion von \vec{a} in Richtung \vec{b} .

$$\vec{b}_a = \left| \vec{a} \right| \cos \varphi \cdot \vec{b}^0 = \sqrt{27} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\vec{b}}{\sqrt{3}} = \vec{b};$$

c) Welche Besonderheit haben \vec{a} und \vec{b} , wenn gilt $\vec{b}_a = \vec{b}$?

$\vec{b}_a \stackrel{!}{=} \vec{b}$; (Formel von d)) bringt:

$$\vec{a} \vec{b} \stackrel{!}{=} \vec{b} \vec{b};$$



d) Zeige allgemein: $\vec{a}_b = \frac{\vec{a} \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \cdot \vec{a}$;

$$\vec{a}_b = \left| \vec{b} \right| \cos \varphi \cdot \vec{a}^0 = \left| \vec{b} \right| \cdot \frac{\vec{a} \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\vec{a} \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \cdot \vec{a};$$

09.10.2006

„Theologie ist der Versuch, Axiome auf einem Gebiet aufzustellen, auf dem es keine Axiome gibt bzw. auf dem Axiome nicht sinnvoll sind“

„Das Schöne an der Mathematik ist, dass sie mit der Realität nichts zu tun hat.“