29.11.2006

0.1 118. Hausaufgabe

0.1.1 Analysis-Buch Seite 257, Aufgabe 22

Vertrackte Substitutionen: 04.12.2006

c) $\int \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x = \int \frac{1}{\cos t\,\underbrace{\sqrt{1-\cos^2 t}}_{\sin t}} \cdot (\cos t)'\,\mathrm{d}t = \int -\frac{1}{\cos t}\,\mathrm{d}t = -$
$\int \frac{1+\tan^2 t/2}{1-\tan^2 t/2}\,\mathrm{d}t = -\int \frac{1+z^2}{1-z^2} \cdot \underbrace{(2\arctan z)'}_{\frac{2}{x^2+1}}\,\mathrm{d}z = -2\int \frac{1}{1-z^2}\,\mathrm{d}z =$
$-\int \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1-z}\,\mathrm{d}z + C = -[\ln|1+z| - \ln|1-z|] + C = -\ln\left|\frac{1+z}{1-z}\right| +$
$C = -\ln\left|\frac{1+\tan t/2}{1-\tan t/2}\right| + C = -\ln\left|\frac{1+\tan\left(\frac{1}{2}\arccos x\right)}{1-\tan\left(\frac{1}{2}\arccos x\right)}\right| + C;$

Substitutionen:

$x = \cos t; \Leftrightarrow t = \arccos x;$

$t = 2\arctan z; \Leftrightarrow z = \tan t/2;$ 29.11.2006

d) $\int \frac{1}{1+\sin x}\,\mathrm{d}x$

0.1.2 Selbstgestellte Aufgabe

a) $\int \frac{\ln^4 x}{x}\,\mathrm{d}x = \int \ln^4 x \cdot (\ln x)'\,\mathrm{d}x = \frac{1}{5}\ln^5 x + C;$

b) $\int \frac{\sin\sqrt{t}}{\sqrt{t}}\,\mathrm{d}t = \int \frac{\sin u}{u} \cdot (u^2)'\,\mathrm{d}u = 2\int \sin u\,\mathrm{d}u = -2\cos u = -2\cos\sqrt{t} + C;$

02.12.2006

„ich schau´ dann recht grimmig, weil damit zerstör´ ich ihr Feindbild nocht. . . das nennt man dann »Rücksicht«“