

0.1 122. Hausaufgabe

0.1.1 Geometrie-Buch Seite 260, Aufgabe 16

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}; \quad P(14, 6, 3);$$

a) g ist Tangente einer Kugel um P .

Berechne Berührungspunkt A und Kugelradius r_a .

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\mu} \left| \overrightarrow{PX}(\mu) \right|^2 &= \frac{d}{d\mu} \left| \begin{pmatrix} -12 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right|^2 = \\ &= \frac{d}{d\mu} [144 - 2 \cdot 96\mu + 64\mu^2 + 9 + 2 \cdot 3\mu + \mu^2 + 9 + 2 \cdot 12\mu + 16\mu^2] = \\ &= \frac{d}{d\mu} [162 - 162\mu + 81\mu^2] = -162 + 162\mu \stackrel{!}{=} 0; \end{aligned}$$

$$\text{Alternativ: } E: \vec{g} \cdot (\vec{X} - \vec{P}) = 0; \rightarrow E \cap g = \{A\};$$

$$\Leftrightarrow \mu = 1;$$

$$\vec{A} = \vec{X}(1) = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix};$$

$$r_a = \sqrt{162 - 162 + 81} = 9;$$

b) Auf g liegt der Mittelpunkt B der kleinsten Kugel durch P . Berechne B und den Kugelradius r_b und die Schnittpunkte S von Kugel und Gerade.

$$B = A; \quad r_b = r_a;$$

$$\vec{g}^0 = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix};$$

$$\vec{S}_1 = \vec{B} + r_b \vec{g}^0 = \begin{pmatrix} 18 \\ 11 \\ 14 \end{pmatrix}; \quad \vec{S}_2 = \vec{B} - r_b \vec{g}^0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix};$$

c) Berechne Radius r_c und Mittelpunkt C der kleinsten Kugel, die durch P geht und g berührt.

$$\vec{C} = \frac{\vec{A} + \vec{B}}{2}; \quad r_c = \frac{r_a}{2};$$

0.1.2 Geometrie-Buch Seite 270, Aufgabe 1

Gib die HESSEform an.

a) NF: $7x_1 - 2x_2 + 26x_3 + 54 = 0$;

HNF: $-\frac{1}{27}(7x_1 - 2x_2 + 26x_3 + 54) = 0$;

b) NF: $6x_1 + 8x_3 = -50$;

HNF: $-\frac{1}{10}(6x_1 + 8x_3 + 50) = 0$;

c) NF: $15x_1 + 6x_2 - 10x_3 = 0$;

HNF: $\pm\frac{1}{19}(15x_1 + 6x_2 - 10x_3) = 0$;

d) NF: $3x_3 = 3$;

HNF: $\frac{3x_3-3}{3} = x_3 - 1 = 0$;

e) NF: $\frac{1}{3}x_1 - \frac{2}{3}x_2 + \frac{2}{3}x_3 = 1$;

HNF: $\frac{1}{3}x_1 - \frac{2}{3}x_2 + \frac{2}{3}x_3 - 1 = 0$;

f) NF: $x_1 = 0$;

HNF: $\pm x_1 = 0$;