19.02.2007

## 0.1 136. Hausaufgabe

### 0.1.1 Stochastik-Buch Seite 265, Aufgabe 17

In einer Urne befinden sich 1000 Kugeln, davon 200 weiße. Es wird 400 Mal eine Kugel mit Zurücklegen gezogen. Man gebe eine untere Schranke für die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass mindestens 40 Mal und höchstens 120 Mal eine weiße Kugel gezogen wird.

$P\left(\left|\frac{X}{n}-p\right| \leq \frac{40}{200}\right) > 1-\frac{pq}{n\varepsilon^2} = 99\,\%;$

### 0.1.2 Stochastik-Buch Seite 265, Aufgabe 20

In einem Gefäß befinden sich $10^{23}$ Moleküle eines Gases. Für jedes Molekül sei die Wahrscheinlichkeit, sich in der linken Gefäßhälfte aufzuhalten, ebenso groß wie die, sich in der rechten Gefäßhälfte aufzuhalten. Die Moleküle mögen sich unabhängig bewegen.

Man schätze die Wahrscheinlichkeit dafür ab, dass sich zu einem bestimmten Zeitpunkt weniger als $49{,}99\,\%$ oder mehr als $50{,}01\,\%$ der Moleküle in der linken Hälfte des Gefäßes aufhalten.

$P\left(\left|\frac{X}{n}-p\right| > 0{,}01\,\%\right) < \frac{pq}{n\varepsilon^2} = 2{,}5\cdot 10^{-16};$

### 0.1.3 Stochastik-Buch Seite 266, Aufgabe 22

Wie oft muss man würfeln, damit sich die relative Häufigkeit für das Werfen einer Sechs mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens $80\,\%$ um weniger als $1\,\%$ von der Wahrscheinlichkeit, eine Sechs zu würfeln, unterscheidet?

$P\left(\left|\frac{X}{n}-p\right| < \varepsilon\,\%\right) \geq 1-\frac{pq}{n\varepsilon^2} \geq P; \Leftrightarrow$

$1-P \geq \frac{pq}{n\varepsilon^2}; \Leftrightarrow$

$n \geq \frac{pq}{\varepsilon^2(1-P)};$

Speziell: $n \geq \frac{\frac{1}{6}\frac{5}{6}}{(1\,\%)^2\cdot 20\,\%} \approx 6944{,}4; \rightarrow n \geq 6945;$

### 0.1.4 Stochastik-Buch Seite 266, Aufgabe 24

Man gebe eine Abschätzung für die Anzahl der Wahlberechtigten an, die man befragen muss, um mit mehr als $90\,\%$ Wahrscheinlichkeit das Wahlergebnis für eine bestimmte Partei mit einem Fehler von höchstens $1\,\%$ vorhersagen zu können.

$P\left(\left|\frac{X}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right) > 1 - \frac{1}{4n\varepsilon^2} \geq P; \Leftrightarrow$

$n \geq \frac{1}{4\varepsilon^2(1-P)};$

Speziell: $n \geq \frac{1}{4(1\,\%)^2 \cdot 10\,\%} = 25\,000;$