

0.1 146. Hausaufgabe

0.1.1 Stochastik-Buch Seite 337, Aufgabe 4

In einem Betrieb werden Schrauben 1. Wahl mit 5% Ausschusstücken und Schrauben 2. Wahl mit 20% Ausschusstücken in getrennten Schachteln verpackt. Von einer Schachtel ist das Etikett verloren gegangen. Der Werkmeister will schnell entscheiden, um welche Sorte es sich handelt. Er entnimmt 10 Schrauben und überprüft, ob sie sich in die entsprechenden Muttern einwandfrei eindrehen lassen. Sollte höchstens eine Schraube nicht passen, entschließt er sich, den Inhalt der Schachtel für 1. Wahl, ansonsten für 2. Wahl zu halten.

- a)** Formulieren Sie mit Worten die beiden Möglichkeiten für falsche Entscheidungen.

Es ist möglich, dass der Werkmeister die Schachtel für 2. Wahl hält, obwohl sie „in Wahrheit“ eine 1. Wahl ist (Fehler 1. Art), und dass der Werkmeister die Schachtel für 1. Wahl hält, obwohl sie „in Wahrheit“ eine 2. Wahl ist (Fehler 2. Art).

- b)** Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt es jeweils zu den falschen Entscheidungen?

H_1 : Schachtel 1. Wahl, H_2 : Schachtel 2. Wahl

Testgröße Z : Anzahl nicht passender Schrauben

$\text{An } H_1 = \{0, 1\}; \quad \text{An } H_2 = \{2, 3, \dots, 10\};$

$P(\text{Fehler 1. Art}) = P_{5\%}^{10}(Z \geq 2) = 1 - P_{5\%}^{10}(Z \leq 1) \approx 8,6\%;$

$P(\text{Fehler 2. Art}) = P_{20\%}^{10}(Z \leq 1) \approx 37,6\%;$

- c)** Wie muss die Entscheidungsregel lauten, damit 1. Wahl höchstens mit 5% Wahrscheinlichkeit für 2. Wahl gehalten wird?

Wie groß ist in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit, 2. Wahl irrtümlich für 1. Wahl zu halten?

$\text{An } H_1 = \{0, 1, \dots, k\}; \quad \text{An } H_2 = \{k + 1, \dots, 20\};$

$P(\text{Fehler 1. Art}) = P_{5\%}^{10}(Z \geq k + 1) = 1 - P_{5\%}^{10}(Z \leq k) \stackrel{!}{\leq} 5\%; \Leftrightarrow$

$$P_{5\%}^{10}(Z \leq k) \stackrel{!}{\geq} 95\%; \Leftrightarrow$$

$$k \geq 2; \rightarrow$$

$$\text{An } H_1 = \{0, 1, 2\}; \quad \text{An } H_2 = \{3, 4, \dots, 20\};$$

$$P(\text{Fehler 2. Art}) = P_{20\%}^{10}(Z \leq 2) \approx 67,8\%;$$

- d)** Lässt sich die Wahrscheinlichkeit der irrtümlichen Entscheidung für 1. Wahl unter 10% senken? (Begründung!)

$$P(\text{Fehler 2. Art}) = P_{20\%}^{10}(Z \leq k) \stackrel{!}{<} 10\%;$$

Nein, es ist möglich, da schon $P_{20\%}^{10}(Z \leq 0)$ größer als 10% ist und $k \mapsto P_{20\%}^{10}(Z \leq k)$ in k monoton steigt.

(Es wäre noch der „Hack“ $\text{An } H_1 = \{\}$ möglich. Außerdem könnte man den Umfang der Stichprobe erhöhen.)

23.03.2007

„insofern ist Mathematik für viele Menschen sowieso Wahrscheinlichkeitsrechnung...“