17.09.2005

0.1 2. Hausaufgabe

0.1.1 Analysis-Buch Seite 14, Aufgabe 4

Berechne

a) $\int \mathrm{f}(x)\,\mathrm{d}x = \int |x|\,\mathrm{d}x = \mathrm{F}_C(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + C & \text{für } x > 0; \\ C & \text{für } x = 0; \\ -\frac{1}{2}x^2 + C & \text{für } x < 0; \end{cases}$

Diffbarkeit für $x > 0$ und $x < 0$ gesichert, Nachweis des Falles für $x = 0$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0+} \mathrm{F}'(x) = \lim\limits_{x\to 0-} \mathrm{F}'(x) = 0 = \mathrm{f}(0); \\ \mathrm{f} \text{ stetig bei } 0; \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Ermitteltes } \mathrm{F}_C \text{ ok}$$

b) $\int \operatorname{sgn} x\,\mathrm{d}x = \begin{cases} x + C_1 & \text{für } x > 0; \\ -x + C_2 & \text{für } x < 0; \end{cases} \quad x \neq 0;$

0.1.2 Analysis-Buch Seite 14, Aufgabe 5

$\mathrm{f}\colon x \mapsto \begin{cases} x & \text{für } x \leq 0; \\ x^2 & \text{für } x > 0; \end{cases}$

Berechne $\int \mathrm{f}(x)\,\mathrm{d}x$.

$\int \mathrm{f}(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{F}_C(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + C & \text{für } x \leq 0; \\ \frac{1}{3}x^3 + C & \text{für } x > 0; \end{cases}$

Überprüfung des Falles für $x = 0$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0-} \mathrm{F}'(x) = \lim\limits_{x\to 0+} \mathrm{F}'(x) = \mathrm{f}(0); \\ \mathrm{F}_C \text{ stetig bei } 0; \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Ermitteltes } \mathrm{F}_C \text{ ok}$$

0.1.3 Analysis-Buch Seite 14, Aufgabe 6

Gegeben sind die Funktionen a big g, bestimme die Scharen der zugehörigen Stammfunktionen A_c bis G_c.

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{a}(x) = 6 - \tfrac{1}{24}x^2; && \Rightarrow \mathrm{A}_c(x) = 6x - \tfrac{1}{72}x^3 + C;\\
&\mathrm{b}(x) = x^3 - 3x - 2; && \Rightarrow \mathrm{B}_c(x) = \tfrac{1}{4}x^4 - \tfrac{3}{2}x^2 - 2x + C;\\
&\mathrm{c}(x) = -x^3 + 3x^2 - 2; && \Rightarrow \mathrm{C}_c(x) = -\tfrac{1}{4}x^4 + x^3 - 2x + C;\\
&\mathrm{d}(x) = x^4 - 6x^2 + 5; && \Rightarrow \mathrm{D}_c(x) = \tfrac{1}{5}x^5 - 2x^3 + 5x + C;\\
&\mathrm{e}(x) = \tfrac{1}{9}x^4 - \tfrac{8}{9}x^3 + 2x^2; && \Rightarrow \mathrm{E}_c(x) = \tfrac{1}{45}x^5 - \tfrac{2}{9}x^4 + \tfrac{2}{3}x^3 + C;\\
&\mathrm{f}(x) = \tfrac{1}{40}x^5 - \tfrac{1}{8}x^4; && \Rightarrow \mathrm{F}_c(x) = \tfrac{1}{240}x^6 - \tfrac{1}{40}x^5 + C;\\
&\mathrm{g}(x) = -\tfrac{1}{16}x^6 + \tfrac{3}{8}x^4; && \Rightarrow \mathrm{G}_c(x) = -\tfrac{1}{112}x^7 + \tfrac{3}{40}x^5 + C;
\end{aligned}
$$