30.11.2005

0.1 29. Hausaufgabe

0.1.1 Stochastik-Buch Seite 95, Aufgabe 24 [in der Schule gemacht]

Auf wie viele Arten lassen sich 15 nummerierte Kugeln so auf vier Fächer verteilen, dass das erste Fach 4, das zweite 5, das dritte und vierte je 3 Kugeln enthält? (Lösung mit Binomialkoeffizienten.)

$\binom{15}{4}\binom{11}{5}\binom{6}{3}\binom{3}{3} = 12\,612\,000;$

0.1.2 Stochastik-Buch Seite 95, Aufgabe 25 [in der Schule gemacht]

Ein Skatspiel wird ausgeteilt. Drei Spieler A,B,C bekommen je 10 Karten, 2 Karten kommen in den Skat.

a) Auf wie viele Arten können die Karten ausgeteilt werden?

$\binom{32}{10}\binom{22}{10}\binom{12}{10}\binom{2}{2} \approx 2{,}8 \cdot 10^{15};$

b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, bei denen A zwei Buben und B und C jeweils einen Buben bekommen? (Lösung mit Binomialkoeffizienten.)

$\binom{28}{8}\binom{20}{9}\binom{11}{9}\binom{2}{2} \cdot \binom{4}{2}\binom{2}{1}\binom{1}{1} \approx 3{,}5 \cdot 10^{14};$

0.1.3 Stochastik-Buch Seite 96, Aufgabe 27 [in der Schule gemacht]

Es sei $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

a) Bilden Sie alle 2-Tupel aus A.

$\Omega = \left\{ (a, b) \;\middle|\; a, b \in A \right\};$

$|\Omega| = 4^2 = 16;$

b) Bilden Sie alle 2-Permutationen aus A.

$\Omega = \left\{ (a,b) \;\middle|\; a,b \in A \land a \neq b \right\};$

$|\Omega| = 4 \cdot 3 = 12;$

c) Bilden Sie alle 2-Teilmengen aus A.

$\Omega = \left\{ \{a,b\} \;\middle|\; \{a,b\} \subset A \right\};$

$|\Omega| = \binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6;$

d) Bilden Sie alle 2-Kombinationen aus A.

$\Omega = \left\{ \{_{\mathrm{M}} a,b\} \;\middle|\; a,b \in A \right\};$

$|\Omega| = \binom{4+2-1}{2} = 10;$

0.1.4 Stochastik-Buch Seite 96, Aufgabe 30 [in der Schule gemacht]

Dominosteine haben die Form doppelter Quadrate. Jedes Quadrat trägt eine Augenzahl von 0 bis 6. Wie viele Steine gibt es?

$\binom{7}{2} + 7 = \frac{7^2+7}{2} = 28;$ 01.12.2005

0.1.5 Exzerpt der Kapitel 7.4–7.5 und 7.7–7.8 des Stochastik-Buchs

- Eine k-Permutation aus einer n-Menge mit Wiederholung ist ein k-Tupel, dessen Komponenten mit Elementen aus der Menge besetzt werden. Dabei ist Wiederholung zulässig, also ist $k > n$.

  Die Anzahl dieser Permutationen errechnet sich durch Bildung des Quotienten aus $k!$ und den „ausgleichenden Faktoren“ (die selbst auch Fakultäten sind).

- Eine k-Permutation aus einer n-Menge ohne Wiederholung ist ein k-Tupel, bei dem jede Komponente mit einem anderen Element aus der Menge besetzt werden muss, also ist $k \leq n$.

  Die Anzahl dieser Permutationen ist $\frac{n!}{(n-k)!}$.

- Eine k-Kombination aus einer n-Menge ist eine Multimenge, deren Gesamtzahl an Elementen (kommt also beispielsweise ein Element doppelt vor, zählt es auch zweifach) gleich k ist. Die Multimenge wird mit Elementen aus der n-Menge besetzt, wobei Wiederholungen zugelassen sind.

  Die Anzahl dieser Kombinationen ist $\binom{n+k-1}{k}$.