09.12.2005

0.1 33. Hausaufgabe

0.1.1 Stochastik-Buch Seite 29, Aufgabe 4

A und B seien zwei Ereignisse. Drücken Sie folgende Aussagen symbolisch aus:

a) Beide Ereignisse treten ein.

$A \cap B$

b) Höchstens eines von beiden Ereignissen tritt ein.

$\left(A \cap \overline{B}\right) \cup \left(\overline{A} \cap B\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$

c) Keines von beiden Ereignissen tritt ein.

$\overline{A} \cap \overline{B}$

d) Mindestens eines von beiden Ereignissen tritt ein.

$A \cup B$

e) Genau eines von beiden Ereignissen tritt ein.

$\left(A \cap \overline{B}\right) \cup \left(\overline{A} \cap B\right)$

0.1.2 Stochastik-Buch Seite 30, Aufgabe 6

In einem Kraftwerk wird die Haverie einer Anlage von drei unabhängig voneinander arbeitenden Kontrollsignalen angezeigt. Diese unterliegen einer gewissen Störanfälligkeit. S_i sei das Ereignis: „Das i-te Signal funktioniert“ ($i = 1, 2, 3$). Drücken Sie die folgenden Ereignisse durch die S_i aus:

- A: „Alle drei Signale funktionieren“

  $A = S_1 \cap S_2 \cap S_3;$

- B: „Kein Signal funktioniert“

  $B = \overline{S_1} \cap \overline{S_2} \cap \overline{S_3};$

- C: „Mindestens ein Signal funktioniert“
  $C = S_1 \cup S_2 \cup S_3;$
- D: „Genau zwei von drei Signalen funktionieren“
  $D = \left(S_1 \cap S_2 \cap \overline{S_3}\right) \cup \left(S_1 \cap \overline{S_2} \cap S_3\right) \cup \left(\overline{S_1} \cap S_2 \cap S_3\right);$
- E: „Mindestens zwei der drei Signale funktionieren“
  $E = (S_1 \cap S_2) \cup (S_1 \cap S_3) \cup (S_2 \cap S_3);$
- F: „Genau ein Signal funktioniert“
  $F = \left(S_1 \cap \overline{S_2} \cap \overline{S_3}\right) \cup \left(\overline{S_1} \cap S_2 \cap \overline{S_3}\right) \cup \left(\overline{S_1} \cap \overline{S_2} \cap S_3\right);$

0.1.3 Exzerpt der Kapitel 5.1–5.3 des Stochastik-Buchs

- Der Anteil der für ein Ereignis günstiger Fälle an den insgesamt möglichen Fällen ist nach der Anteilsregel die Chance für das Eintreten des Ereignisses.
- Die Laplace-Wahrscheinlichkeit $P(A)$ eines Ereignisses A ist $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$.
- Dabei muss Ω endlich sein und jedes Elementarergebnis muss die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen. Experimente, denen man Ergebnisräume zuordnet, die diese Eigenschaften erfüllen, heißen Laplace-Experimente.

Ω beschreibt ein Laplace-Experiment $\Rightarrow$

- $\forall A \subset \Omega : P(A) \in \mathbb{Q} \cap [0, 1];$
- $P(\varnothing) = 0;$
- $P(\Omega) = 1;$
- $\forall A \subset \Omega : P(A) + P(\overline{A}) = 1;$
- $\forall A \subset \Omega : \left\{\begin{matrix} A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots A_n; \\ A_i \cap A_j = \varnothing; \quad i, j = 1, 2, \ldots, n; i \neq j; \end{matrix}\right\} \Rightarrow$
  $P(A) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n);$