18.01.2006

0.1 43. Hausaufgabe

0.1.1 Stochastik-Buch Seite 123, Aufgabe 10

Aus einem Kartenspiel mit 32 Karten, das vier Könige enthält, wird in n aufeinander folgenden Zügen ohne Zurücklegen zufällig je eine Karte gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

1. „Beim ersten Zug wird ein König gezogen"

   $\Omega = \{1, 2, 3, \ldots, 32\}$; (Laplace)

   1,2,3,4 sind Könige.

   $P = P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{4\}) = \frac{4}{32} = 12{,}5\,\%$;

2. **a)** „In zwei aufeinander folgenden Zügen wird je ein König gezogen"

   $P = \frac{4}{32}\frac{3}{31} \approx 1{,}2\,\%$;

   b) „In zwei aufeinander folgenden Zügen wird beim zweiten Zug ein König gezogen"

   $P = \frac{28}{32}\frac{4}{31} + \frac{4}{32}\frac{3}{31} = 12{,}5\,\%$;

3. **a)** „In drei aufeinander folgenden Zügen wird je ein König gezogen"

   $P = \frac{4}{32}\frac{3}{31}\frac{2}{30} \approx 0{,}1\,\%$;

   b) „In drei aufeinander folgenden Zügen wird beim dritten Zug ein König gezogen"

   $$P = \underbrace{\frac{28}{32}\frac{27}{31}\frac{4}{30}}_{0,0,1} + \underbrace{\frac{28}{32}\frac{4}{31}\frac{3}{30}}_{0,1,1} + \underbrace{\frac{4}{32}\frac{28}{31}\frac{3}{30}}_{1,0,1} + \underbrace{\frac{4}{32}\frac{3}{31}\frac{2}{30}}_{1,1,1} = 12{,}5\,\%;$$

4. **a)** „In vier aufeinander folgenden Zügen wird je ein König gezogen"

   $P = \frac{4}{32}\frac{3}{31}\frac{2}{30}\frac{1}{29} \approx 2{,}7 \cdot 10^{-3}$;

   b) „In vier aufeinander folgenden Zügen wird beim vierten Zug ein König gezogen"

$$\begin{aligned}
P &= \underbrace{\frac{28}{32}\frac{27}{31}\frac{26}{30}\frac{4}{29}}_{0,0,0,1}+\underbrace{\frac{28}{32}\frac{27}{31}\frac{4}{30}\frac{3}{29}}_{0,0,1,1}+\underbrace{\frac{28}{32}\frac{4}{31}\frac{27}{30}\frac{3}{29}}_{0,1,0,1}+\underbrace{\frac{28}{32}\frac{4}{31}\frac{3}{30}\frac{2}{29}}_{0,1,1,1}+\\
&+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{28}{31}\frac{27}{30}\frac{3}{29}}_{1,0,0,1}+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{28}{31}\frac{3}{30}\frac{2}{29}}_{1,0,1,1}+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{3}{31}\frac{28}{30}\frac{2}{29}}_{1,1,0,1}+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{3}{31}\frac{2}{30}\frac{1}{29}}_{1,1,1,1}=\\
&= 12{,}5\,\%;
\end{aligned}$$

5. [„In fünf aufeinander folgenden Zügen wird beim fünften Zug ein König gezogen“

$$\begin{aligned}
P &= \underbrace{\frac{28}{32}\frac{27}{31}\frac{26}{30}\frac{25}{29}\frac{4}{28}}_{0,0,0,0,1}+\underbrace{\frac{28}{32}\frac{27}{31}\frac{26}{30}\frac{4}{29}\frac{3}{28}}_{0,0,0,1,1}+\underbrace{\frac{28}{32}\frac{27}{31}\frac{4}{30}\frac{26}{29}\frac{3}{28}}_{0,0,1,0,1}+\underbrace{\frac{28}{32}\frac{27}{31}\frac{4}{30}\frac{3}{29}\frac{2}{28}}_{0,0,1,1,1}+\\
&+\underbrace{\frac{28}{32}\frac{4}{31}\frac{27}{30}\frac{26}{29}\frac{3}{28}}_{0,1,0,0,1}+\underbrace{\frac{28}{32}\frac{4}{31}\frac{27}{30}\frac{3}{29}\frac{2}{28}}_{0,1,0,1,1}+\underbrace{\frac{28}{32}\frac{4}{31}\frac{3}{30}\frac{27}{29}\frac{2}{28}}_{0,1,1,0,1}+\underbrace{\frac{28}{32}\frac{4}{31}\frac{3}{30}\frac{2}{29}\frac{1}{28}}_{0,1,1,1,1}+\\
&+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{28}{31}\frac{27}{30}\frac{26}{29}\frac{3}{28}}_{1,0,0,0,1}+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{28}{31}\frac{27}{30}\frac{3}{29}\frac{2}{28}}_{1,0,0,1,1}+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{28}{31}\frac{3}{30}\frac{27}{29}\frac{2}{28}}_{1,0,1,0,1}+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{28}{31}\frac{3}{30}\frac{2}{29}\frac{1}{28}}_{1,0,1,1,1}+\\
&+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{3}{31}\frac{28}{30}\frac{27}{29}\frac{2}{28}}_{1,1,0,0,1}+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{3}{31}\frac{28}{30}\frac{2}{29}\frac{1}{28}}_{1,1,0,1,1}+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{3}{31}\frac{2}{30}\frac{28}{29}\frac{1}{28}}_{1,1,1,0,1}+\underbrace{\frac{4}{32}\frac{3}{31}\frac{2}{30}\frac{1}{29}\frac{0}{28}}_{1,1,1,1,\text{„}1\text{“}}=\\
&= 12{,}5\,\%;\,]
\end{aligned}$$

0.1.2 Stochastik-Buch Seite 123, Aufgabe 11

Werkstücke einer Produktion werden kontrolliert auf richtigen Durchmesser (A) und richtige Dicke (B). Von 1000 Werkstücken waren bei 10 sowohl Durchmesser als aus Dicke falsch, bei 970 war der Durchmesser richtig, bei 950 war die Dicke richtig.

a) Wie groß ist die Anzahl der Werkstücke mit richtigem Durchmesser und richtiger Dicke?

	A	$\overline{\mathbf{A}}$	
B	930	20	950
$\overline{\mathbf{B}}$	40	10	50
	970	30	1000

930

b) Ein Werkstück wird zufällig herausgegriffen. Berechnen Sie

- $P(A) = \frac{970}{1000} = 97\,\%$;
- $P(\overline{A} \cap B) = \frac{20}{1000} = 2\,\%$;
- $P_{\overline{B}}(A) = \frac{40}{50} = 80\,\%$;
- $P_{A \cup B}(A \cap B) = \frac{P((A \cup B) \cap (A \cap B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = \frac{930}{970+950-930} = \frac{930}{1000-10} \approx 93{,}9\,\%$;