

0.1 47. Hausaufgabe

0.1.1 Stochastik-Buch Seite 130, Aufgabe 16

Zur Früherkennung einer Stoffwechselkrankheit bei Säuglingen wird eine neue Untersuchungsmethode entwickelt. Mit ihr wird die Krankheit in 80 % der Fälle zuverlässig erkannt, während der Anteil der irrtümlich als krank eingestuften Säuglinge bei 2 % liegt. Durchschnittlich tritt die Krankheit bei $1,0 \cdot 10^5$ Geburten hundertmal auf.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein untersuchter Säugling tatsächlich erkrankt ist, obwohl die Untersuchung keinen zuverlässigen Hinweis darauf ergeben hat?

$$P_{H_1}(T_1) = 80\%; \quad P_{H_0}(T_1) = 2\%;$$

$$P(H_1) = \frac{100}{1,0 \cdot 10^5};$$

$$P_{T_0}(H_1) = \frac{P(H_1)P_{H_1}(T_0)}{P(H_1)P_{H_1}(T_0) + P(H_0)P_{H_0}(T_0)} = \frac{P(H_1)(1 - P_{H_1}(T_1))}{P(H_1)(1 - P_{H_1}(T_1)) + (1 - P(H_1))(1 - P_{H_0}(T_1))} \approx 2,0 \cdot 10^{-4};$$

0.1.2 Stochastik-Buch Seite 131, Aufgabe 20

Bei einer Übertragung der Zeichen „Punkt“ und „Strich“ in einem Fernmeldesystem werden durch Störungen im Mittel 5 % der gesendeten Punkte als Striche und 3 % der gesendeten Striche als Punkte empfangen. Das Verhältnis von gesendeten Punkten zu gesendeten Strichen ist $\frac{3}{5}$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das richtige Zeichen empfangen wurde, falls a) Punkt, b) Strich empfangen wurde?

$$P_{H_0}(T_-) = 5\%;$$

$$P_{H_-}(T_0) = 3\%;$$

$$\frac{P(H_0)}{P(H_-)} = \frac{3}{5}; \Rightarrow P(H_0) = \frac{3}{8};$$

$$\mathbf{a)} \quad P_{T_0}(H_0) = \frac{P(H_0)P_{H_0}(T_0)}{P(H_0)P_{H_0}(T_0) + P(H_-)P_{H_-}(T_0)} = 95\%;$$

$$\mathbf{b)} \quad P_{T_-}(H_-) = \frac{P(H_-)P_{H_-}(T_-)}{P(H_-)P_{H_-}(T_-) + P(H_0)P_{H_0}(T_-)} = 97\%;$$