0.1 48. Hausaufgabe

0.1.1 Stochastik-Buch Seite 130, Aufgabe 15

a) Um die Güte eines Tests zur Untersuchung von Neurotikern zu prüfen, werden 100 Versuchspersonen, von denen 10 neurotisch sind, getestet. Von den gesunden Versuchspersonen erbrachte der Test bei $20\,\%$ den Hinweis auf Neurotizismus, von den Neurotikern bei $90\,\%$.

Zeigen Sie: Die Wahrscheinlichkeit beträgt 33,3%, dass eine Person tatsächlich neurotisch ist, wenn der Test auf die Krankheit hingewiesen hat.

$$\begin{split} &P(N) = 10 \%; \\ &P_N(T) = 90 \%; \quad P_{\overline{N}}(T) = 20 \%; \\ &\Rightarrow P_T(N) = \frac{P(N)P_N(T)}{P(N)P_N(T) + P(\overline{N})P_{\overline{N}}(T)} \approx 33,3 \%; \end{split}$$

b) Nach Überarbeitung des Tests wird unter den genannten Bedingungen (100 Versuchspersonen, 10 davon neurotisch) mit anderen Versuchspersonen ein neuer Versuch unternommen. Man erhält nun bei den Gesunden nur noch in $10\,\%$ und bei den Kranken in $95\,\%$ der Fälle Hinweis auf Neorotizismus.

Zeigen Sie: Die Wirksamkeit des verbesserten Tests ist gegenüber der ursprünglichen Fassung von $33,3\,\%$ auf $51,4\,\%$ gestiegen.

$$P(N) = 10\%;$$

 $P_N(T) = 95\%;$ $P_{\overline{N}}(T) = 10\%;$
 $\Rightarrow P_T(N) = \frac{P(N)P_N(T)}{P(N)P_N(T) + P(\overline{N})P_{\overline{N}}(T)} \approx 51,4\%;$

0.1.2 Stochastik-Buch Seite 131, Aufgabe 19

An einem Ort sei an einem Fünftel aller Tage schlechtes Wetter; an den übrigen Tagen sei es gut. Es habe sich herausgestellt, dass am Vorabend eines Tages mit gutem Wetter die Wettervorhersage mit $70\,\%$ Wahrscheinlichkeit gut, mit $20\,\%$ Wahrscheinlichkeit wechselhaft und im Übrigen schlecht lautet. Ein Schlechtwettertag sei mit $60\,\%$ zutreffend angekündigt, mit $30\,\%$ als wechselhaft und sonst als gut vorausgesagt.

a) Verwenden Sie für das Wetter die Bezeichnungen $W_{\rm g}$ und $W_{\rm s}$, für die Vorhersage $V_{\rm g}$, $V_{\rm s}$ und $V_{\rm w}$.

$$\begin{split} &P(W_{\rm s}) = 20\,\%; \quad P(W_{\rm g}) = 80\,\%; \\ &P_{W_{\rm g}}(V_{\rm g}) = 70\,\%; \quad P_{W_{\rm g}}(V_{\rm w}) = 20\,\%; \quad P_{W_{\rm g}}(V_{\rm s}) = 10\,\%; \\ &P_{V_{\rm s}}(W_{\rm g}) = 60\,\%; \quad P_{V_{\rm w}}(W_{\rm s}) = 30\,\%; \quad P_{V_{\rm g}}(W_{\rm s}) = 10\,\%; \end{split}$$

b) Heute abend wird gutes (schlechtes) Wetter angesagt. Wie zuverlässig ist diese Vorhersage?

$$P_{V_{\rm g}}(W_{\rm g}) = 1 - P_{V_{\rm g}}(W_{\rm s}) = 90 \%;$$

 $P_{V_{\rm s}}(W_{\rm s}) = 60 \%;$
(XXX TEILWEISE (?) FALSCH)