06.02.2006

0.1 52. Hausaufgabe

0.1.1 Stochastik-Buch Seite 147, Aufgabe 14

Man zeige: Schreibt man den Elementarereignissen aus $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ gleiche Wahrscheinlichkeiten zu, so sind die Ereignisse $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3\}$, $C = \{1, 4\}$ nur paarweise unabhängig.

$\frac{1}{4} = P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{4}$;

$\frac{1}{4} = P(A \cap C) = P(A)P(C) = \frac{1}{4}$;

$\frac{1}{4} = P(B \cap C) = P(B)P(C) = \frac{1}{4}$;

$\frac{1}{4} = P(A \cap B \cap C) \neq P(A)P(B)P(C) = \frac{1}{8}$;

0.1.2 Stochastik-Buch Seite 148, Aufgabe 18

Der Zusammenhang zwischen Geschlecht und Rotgrünblindheit sei durch folgende Vierfeldertafel mit Prozentwerten beschrieben. Es sei M: „männlich“, W: „weiblich“, R: „Rotgrünblindheit“, N: „normal“:

	M	**W**
R	1,87	0,21
N	49,57	48,39

Berechnen Sie $P_R(M)$, $P_R(W)$, $P_M(R)$, $P_M(N)$ und begründen Sie die Abhängigkeit.

- $P_R(M) = \frac{1{,}87}{1{,}87+0{,}21} \approx 89{,}9\,\%$;
- $P_R(W) = 1 - P_R(M) \approx 10{,}0\,\%$;
- $P_M(R) = \frac{1{,}87}{1{,}87+49{,}57} \approx 3{,}6\,\%$;
- $P_M(N) = 1 - P_M(R) \approx 96{,}3\,\%$;

0.1.3 Stochastik-Buch Seite 148, Aufgabe 19

A und B seien zwei Ereignisse mit $P(A) = 0{,}4$ und $P(B) = 0{,}5$.

a) Wie lautet die Vierfeldertafel bei Unabhängigkeit?

	A	$\overline{\textbf{A}}$	
B	0,2	0,3	0,5
$\overline{\textbf{B}}$	0,2	0,3	0,5
	0,4	0,6	1

b) Der Grad der Abhängigkeit sei gegeben durch $P_A(B) = 0{,}75$. Konstruieren Sie die Vierfeldertafel.

	A	$\overline{\textbf{A}}$	
B	0,3	0,2	0,5
$\overline{\textbf{B}}$	0,1	0,4	0,5
	0,4	0,6	1

Man kann diese Abhängigkeit im Urnenmodell dadurch realisieren, dass man eine Urne mit zwei Kugeln von vier verschiedenen Farben füllt, wobei eine Farbe das gleichzeitige Eintreten zweier Ereignisse der Vierfeldertafel bedeutet. Geben Sie den Urneninhalt mit möglichst kleiner Gesamtzahl von Kugeln an.

$\Omega = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$;

$A = \{1, 2, 3, 4\}$; $\quad B = \{1, 2, 3\} \cup \{5, 6\}$;

c) Beschreiben Sie die Vierfeldertafel, wenn A und B unvereinbar bzw. total vereinbar sind ($A \subseteq B$).

	A	$\overline{\textbf{A}}$	
B	0	0,5	0,5
$\overline{\textbf{B}}$	0,4	0,1	0,5
	0,4	0,6	1

	A	$\overline{\textbf{A}}$	
B	0,4	0,1	0,5
$\overline{\textbf{B}}$	0	0,5	0,5
	0,4	0,6	1

0.1.4 Stochastik-Buch Seite 148, Aufgabe 20

1989 bezeichneten sich $14{,}2$ Millionen Bundesbürger im Alter von 15 und mehr Jahren als Raucher. Damit beträgt der entsprechende Anteil an der Bevölkerung ca. $28\,\%$. Deutliche Abweichungen treten hinsichtlich des Geschlechts auf. So rauchten etwa $36\,\%$ aller Männer, jedoch „nur“ $21\,\%$ aller Frauen (Ergebnis des Mikrozensus 1989). Der Anteil der Männer mit Mindestalter 15 Jahren ist nach statistischem Jahrbuch ca. $47\,\%$. Eine Person dieser Altersgruppe werde zufällig herausgegriffen. M bedeute „männlich“, W „weiblich“, R „jemand raucht“, N „jemand raucht nicht“.

a) Berechnen Sie mit diesen Angaben die Wahrscheinlichkeiten der vier Ereignispaare $(M \cap R)$, $(W \cap R)$, $(M \cap N)$, $(W \cap N)$ und tragen Sie diese Werte in eine Vierfeldertafel ein.

	M	**W**	
R	$17\,\%$	$11\,\%$	$28\,\%$
N	$30\,\%$	$42\,\%$	$72\,\%$
	$47\,\%$	$53\,\%$	$100\,\%$

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person, die raucht, männlichen bzw. weiblichen Geschlechts ist?

$P_R(M) \approx \frac{17\,\%}{28\,\%} \approx 60{,}7\,\%;$

$P_R(W) = 1 - P_R(M) \approx 39{,}3\,\%;$

c) Weisen Sie die Abhängigkeit zwischen Rauchverhalten und Geschlecht nach.

$17\,\% \approx P(M \cap R) \neq P(M)P(R) \approx 13\,\%;$