

0.1 60. Hausaufgabe

0.1.1 Geometrie-Buch Seite 167, Aufgabe 19

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix};$$

$$h_a: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 2a \\ -a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu a \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix};$$

a) Beschreibe die Schar h_a .

Geradenbündel durch $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. (Ebene, in der eine Gerade fehlt.)

b) Für welche Werte von a sind g und h_a parallel (identisch)?

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 2a \\ -a \end{pmatrix};$$

$$\Rightarrow r = 2;$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2};$$

c) Für welche Werte von a schneiden sich g und h_a ?

Gleichsetzen bringt Widerspruch $\Leftrightarrow g$ und h_a schneiden sich niemals in einem Punkt.

d) Für welche Werte von a sind g und h_a windschief?

Für $a \neq \frac{1}{2}$.

0.1.2 Geometrie-Buch Seite 168, Aufgabe 23

$$j_a: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5-5a \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1-a \\ a-1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

a) Welche Schargerade geht durch $P(-45, 0, 5)$?

Gleichsetzen von \vec{P} mit \vec{X} bringt $\mu = 5$ und $a = 10$.

b) Welche Schargeraden sind parallel zu $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$?

$a = 2$ und XXX

- c)** Gestimme den geometrischen Ort der Punkte, die zum Parameterwert $\mu = 2$ gehören.

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5-5a \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1-a \\ a-1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix};$$

- d)** Bestimme den geometrischen Ort der Spurpunkte in der x_1 - x_3 -Ebene.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5-5a \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1-a \\ a-1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

Auflösen bringt für μ : $\mu = \frac{5a-5}{a-1} = 5$ für $a \neq 1$;

Mit $x_3 = \mu$ und $x_1 = x_3 - ax_3$ ergibt sich für den geometrischen Ort der Spurpunkte:

$$h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5-5a \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad a \in \mathbb{R} \cup \{1\};$$

Zusätzlich ergibt sich für $a = 1$ noch: $\vec{X} = \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; Auf dieser Geraden liegen auch noch Spurpunkte.

- e)** Zeige, dass je zwei Schargeraden windschief sind.

$$a_1 \neq a_2;$$

Ausschluss der Parallelität: $\begin{pmatrix} 1-a_1 \\ a_1-1 \\ 1 \end{pmatrix} \neq r \begin{pmatrix} 1-a_2 \\ a_2-1 \\ 1 \end{pmatrix}$; \rightarrow Widerspruch
($a_1 = a_2$)

Ausschluss eines gemeinsamen Schnittpunkts: Gleichsetzen bringt $\mu_1 = \mu_2$ und damit $a_1 = a_2$; Widerspruch.