18.03.2006

0.1 63. Hausaufgabe

0.1.1 Geometrie-Buch Seite 22, Aufgabe 1a

Löse das Gleichungssystem:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} 10x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & = & 2; \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & = & 3; \\ 4x_1 & + & 4x_2 & + & 3x_3 & = & 5; \end{array}\right\} \Leftrightarrow (x_1, x_2, x_3) = (1, -2, 3);$$

0.1.2 Geometrie-Buch Seite 176, Aufgabe 13

Bestimme den Parameter so, dass $P(1, 2, -5)$ in der Ebene liegt.

a) $E\colon x_1 - 2x_2 + x_3 - a = 0;$

$\Leftrightarrow a = P_1 - 2P_2 + P_3 = 1 - 4 - 5 = -8;$

b) $F\colon ax_1 + x_2 = 0;$

$\Leftrightarrow a = -\frac{P_2}{P_1} = -2;$

c) $G\colon 2x_1 - 3x_2 + ax_3 = 2a;$

$\Leftrightarrow a = \frac{-2P_1+3P_2}{P_3-2} = -\frac{4}{7};$

0.1.3 Geometrie-Buch Seite 176, Aufgabe 14

Gib Koordinatengleichungen der Koordinatenebenen an.

$x_1 = 0;$ (x_2-x_3-Ebene)

$x_2 = 0;$ (x_1-x_3-Ebene)

$x_3 = 0;$ (x_1-x_2-Ebene)

0.1.4 Geometrie-Buch Seite 178, Aufgabe 24

$g_a\colon \vec{X} = \begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}a-1\\2a+2\\-a\end{pmatrix};\quad \mu, a \in \mathbb{R};$

a) Zeige, dass alle Geraden der Schar in einer Ebene F liegen.

b) Gib eine Parameter- und Koordinatengleichung dieser Ebene F an.

c) Welche Ebenenpunkte kommen in der Geradenschar nicht vor?

$g_a\colon \vec{X} = \begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}a-1\\2a+2\\-a\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix} + \mu a \begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix};\quad \mu, a \in \mathbb{R};$

μ und a können beliebig aus $\mathbb{R}$ gewählt werden; ist allerdings μ 0, so ist μa auch 0. Es ist also nicht möglich, den ersten Richtungsvektoren zu streichen und zugleich den zweiten zu behalten.

In einer Ebene darf aber keine Gerade fehlen; daher ersetzen wir μa mit ν, wobei ν, wenn a 0 ist, nicht auch notwendigerweise 0 sein muss.

$F\colon \vec{X} = \begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix};\quad \mu, \nu \in \mathbb{R};$

Auflösen nach μ und ν und Einsetzen bringt als Koordinatengleichung:

$F\colon x_1 + \frac{1}{2}x_2 - 2 = 0;\quad x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R};$

Die fehlenden Punkte sind die Ebenenpunkte, für die μ zwar 0 ist, ν jedoch nicht, mit Ausnahme des Aufpunkts.

$h\colon \begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix};\quad \nu \in \mathbb{R} \setminus \{0\};$