

0.1 68. Hausaufgabe

0.1.1 Geometrie-Buch Seite 197, Aufgabe 6

Beschreibe die Lage von E und F und stelle gegebenenfalls eine Gleichung der Schnittgerade s auf.

$$\mathbf{a)} \quad E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad F: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix};$$

Überprüfung der Komplanarität der vier Richtungsvektoren:

$$\begin{aligned} \bullet \quad & \begin{vmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -12 - 8 + 20 = 0; \\ \bullet \quad & \begin{vmatrix} -2 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & -4 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -60 - 20 + 80 = 0; \end{aligned}$$

$$\text{Verbindungsvektor der Aufpunkte: } \vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix};$$

Überprüfung der Komplanarität des Verbindungsvektors mit den Richtungsvektoren:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} -2 & 4 & -1 \\ 3 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & -5 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot 28 - 9 - 100 = \\ & -25; \Leftrightarrow E \cap F = \emptyset; \end{aligned}$$

$$\mathbf{b)} \quad E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad F: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix};$$

Überprüfung der Komplanarität der vier Richtungsvektoren:

$$\begin{aligned} \bullet \quad & \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 1 & 1 & -4 \end{vmatrix} = 0; \\ \bullet \quad & \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0; \end{aligned}$$

Verbindungsvektor der Aufpunkte: $\vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$;

Überprüfung der Komplanarität des Verbindungsvektors mit den Richtungsvektoren:

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0; \Leftrightarrow E \cap F = E = F;$$