31.03.2006

0.1 69. Hausaufgabe

0.1.1 Geometrie-Buch Seite 196, Aufgabe 4

Beschreibe die Lage von E und F und stelle gegebenenfalls eine Gleichung der Schnittgerade s auf.

a) $E\colon 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 4 = 0; \quad F\colon \vec{X} = \begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix};$

Einsetzen von x_1, x_2, x_3 aus der Gleichung von F in E bringt:

$2 + 2\lambda + 4\lambda - 2 - \mu + 4 + 2\lambda - 4 = 4\lambda + 3\mu = 0; \Leftrightarrow \lambda = -\frac{3}{4}\mu;$

$E \cap F = s$ mit $s\colon \vec{X} = \begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} - \frac{3}{4}\mu \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}\frac{5}{4}\\1\\-\frac{3}{4}\end{pmatrix};$

b) $E\colon x_1 + x_2 + 3x_3 - 6 = 0; \quad F\colon \vec{X} = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}3\\0\\-1\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}1\\-3\\1\end{pmatrix};$

Einsetzen von x_1, x_2, x_3 aus der Gleichung von F in E bringt:

$1 + 3\lambda + \mu + 1 - 3\mu - 3\lambda + 3\mu - 6 = -4 + \mu = 0; \Leftrightarrow \mu = 4;$

$E \cap F = s$ mit $s\colon \vec{X} = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}3\\0\\-1\end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix}1\\-3\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\-11\\4\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}3\\0\\-1\end{pmatrix};$

0.1.2 Geometrie-Buch Seite 197, Aufgabe 6c

Beschreibe die Lage von E und F und stelle gegebenenfalls eine Gleichung der Schnittgerade s auf.

$E\colon \vec{X} = \begin{pmatrix}2\\3\\2\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}-3\\1\\1\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}; \quad F\colon \vec{X} = \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix}-2\\1\\3\end{pmatrix};$

$\lambda \begin{pmatrix}-3\\1\\1\end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix}-2\\1\\3\end{pmatrix};$

$$D = \begin{vmatrix}-3 & 1 & 1\\1 & -1 & -1\\1 & 1 & -1\end{vmatrix} = 0 - 2 - 2 = -4;$$

$$D_1 = \begin{vmatrix}-2\tau & 1 & 1\\\tau - 1 & -1 & -1\\3\tau & 1 & -1\end{vmatrix} = -2\tau - 2; \Leftrightarrow \lambda = \frac{D_1}{D} = \frac{\tau}{2} + \frac{1}{2};$$

$D_2 = \begin{vmatrix} -3 & -2\tau & 1 \\ 1 & \tau - 1 & -1 \\ 1 & 3\tau & -1 \end{vmatrix} = -4\tau - 2; \Leftrightarrow \mu = \frac{D_2}{D} = \tau + \frac{1}{2};$

$E \cap F = s$ mit $s\colon \vec{X} = \left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{smallmatrix}\right) + \frac{1}{2}\left(\begin{smallmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) + \frac{1}{2}\tau\left(\begin{smallmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) + \frac{1}{2}\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) + \tau\left(\begin{smallmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) = \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{smallmatrix}\right) + \tau\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} \equiv \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{smallmatrix}\right) + \tau'\left(\begin{smallmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{smallmatrix}\right);$