

0.1 91. Hausaufgabe

0.1.1 Stochastik-Buch Seite 184, Aufgabe 1

X kennzeichne die Anzahl der Merkmale „Zahl“ beim Werfen einer fairen Münze. Berechnen Sie $E(X)$.

$$E(X) = 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2};$$

0.1.2 Stochastik-Buch Seite 184, Aufgabe 2

X kennzeichne die jeweils geworfene doppelte Augenzahl beim Werfen eines echten Würfels. Berechnen Sie $E(X)$.

$$\tilde{X}(\omega) = X(\omega) : 2; \quad E(\tilde{X}) = 3,5;$$

$$E(X) = 2 P_X(2) + 4 P_X(4) + \dots + 12 P_X(12) = 2 E(\tilde{X}) = 7;$$

0.1.3 Stochastik-Buch Seite 185, Aufgabe 4

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X sei symmetrisch zu $x = c$, d.h. $P(X = c + x) = P(X = c - x)$. Zeigen Sie, dass $E(X) = c$ gilt.

$$\begin{aligned} E(X) &= cP(X = c) + \sum_{\Delta > 0} [(c + \Delta) P(X = c + \Delta) + (c - \Delta) P(X = c - \Delta)] = \\ &= cP(X = c) + \sum_{\Delta > 0} P(X = c + \Delta) \cdot 2c = c \left[P(X = c) + 2 \sum_{\Delta > 0} P(X = c + \Delta) \right] = \\ &= c \left[P(X = c) + \sum_{\Delta > 0} P(X = c + \Delta) + \sum_{\Delta > 0} P(X = c - \Delta) \right] = c \sum_{\Delta \in \mathbb{R}} P(X = c + \Delta) = c \cdot 1 = c; \end{aligned}$$

0.1.4 Stochastik-Buch Seite 185, Aufgabe 5

a) Eine Urne enthält zehn gleichartige Kugeln, welche die Nummern 1 bis 10 tragen. Eine Kugel wird zufällig ausgewählt. X_{10} sei die darauf verzeichnete Zahl. Berechnen Sie $E(X_{10})$.

$$E(X_{10}) = \frac{11}{2};$$

- b)** Aufgabe a) soll von 10 auf die natürliche Zahl n verallgemeinert werden.

$$E(X_n) = \frac{n+1}{2};$$

- c)** Es werden aus der Urne mit zehn Kugeln zwei Kugeln zufällig mit Zurücklegen gezogen. Y sei das Maximum der Zahlen. Berechnen Sie $E(Y)$.

$$E(Y) = \sum_{\omega \in \Omega} X(\omega)P(\{\omega\}) = \frac{1}{100} [10 \cdot (1 \cdot 10 + 10 \cdot 1 - 1) + 9 \cdot (1 \cdot 9 + 9 \cdot 1 - 1) + \dots + 1 \cdot (1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 1)] = 7,15;$$