18.01.2006

0.1 Die bedingte Wahrscheinlichkeit

	M	**B**	
L	5	12	17
F	4	8	12
	9	20	29

$\Omega = M \cup B = L \cup F;$

Wir nehmen Ω als Laplace-Raum an.

$P_\Omega(M \cup L) = \frac{5}{29}; \quad P_\Omega(M) = \frac{9}{29}; \quad P_\Omega(L) = \frac{17}{29};$

	M	**B**
L	$M \cap L$	$B \cap L$
F	$M \cap F$	$B \cap F$

$\Omega = (M \cap L) \cup (M \cap F) \cup (B \cap L) \cup (B \cap F)$; ([jeweils] paarweise disjunkte Mengen)

$L = (M \cap L) \cup (B \cap L)$;

$F = (M \cap F) \cup (B \cap F)$;

$M = (M \cap L) \cup (M \cap F)$;

$B = (B \cap L) \cup (B \cap F)$;

$\Omega_M = M;$

$P_M(L) = \frac{5}{9} = \frac{P_\Omega(M \cap L) \cdot 29}{P_\Omega(M) \cdot 29} = \frac{P_\Omega(M \cap L)}{P_\Omega(M)}$; (Wahrscheinlichkeit von L unter der Bedingung M; Der Index Ω wird in aller Regel weggelassen; Def. B. S. 114)

$P_M \colon \mathcal{P}(\Omega) \to \mathbb{R}$ mit $E \mapsto \frac{P(M \cap E)}{P(M)}$ ist ein Wahrscheinlichkeitsmaß (vgl. B. S. 116 oben) und (Ω, P_M) ist ein Wahrscheinlichkeitsraum.

```
                   ---------o---------
                  /                   \
       P(M)=9/29 /                     \ P(B)=20/29
                /                       \
               o M                     B o
              / \                       / \
  P_M(L)=5/9 /   \ P_M(F)=     P_B(L)= /   \ P_B(F)=8/20
            /     \ =4/9       =12/20 /     \
           o L   F o                 o L   F o
```

```
                     ---------o---------
                    /                   \
     P(L)=17/29    /                     \ P(F)=12/29
                  /                       \
                 o L                     F o
                / \                       / \
 P_L(M)=5/10  /     \ P_L(B)=     P_F(M)= /   \ P_F(B)=8/12
             /       \ =12/17      =4/12 /     \
            o M     B o                 o M   B o
```

$P_M(L) = \frac{P(M \cap L)}{P(M)}; \Rightarrow P(M \cap L) = P(M) P_M(L) = \frac{9}{29}\frac{5}{9} = \frac{5}{29}$; (1. Pfadregel, vgl. B. S. 120)

$P(L) = P(L \cap M) + P(L \cap B) = \frac{9}{29}\frac{5}{9} + \frac{20}{29}\frac{12}{20} = \frac{17}{29}$; (2. Pfadregel, vgl. B. S. 120)

Verzweigungsregel:

```
    o
   / \
a /   \ b
 /     \
o       o
```

$a + b = 1$;

$P(A \cap B \cap C) = P(A)\, P_A(B \cap C) = P(A)\, P_A(B)\, P_{A \cap B}(C)$;