11.11.2005

1 Stochastik

1.1 Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechung

- In einer Schublade befinden sich lose 7 Paar Socken. Es werden blind zwei Socken entnommen. Wie viele solcher „Paare“ sind möglich?

  $14 \cdot 13 : 2 = 91;$

- 20 Schülerinnen und Schüler kommen zum Mathematik-Unterricht in das Klassenzimmer: Auf wie viele Arten ist das möglich? 23.11.2005

  - Einzeln, Individuen werden unterschieden:

    $\omega = (18, 2, 5, 7, \ldots);$ („Der Schüler mit der Nummer 7 kommt als vierter.“)

    Ein Ergebnis ist ein 20-Tupel, als i-te Komponente ($i = 1, \ldots, 20$) tragen wir die Nummer des Schülers ein, der als i-ter erschien.

    $|\Omega| = 20! \approx 2{,}43 \cdot 10^{18};$

  - 2er-Gruppen: Anzahl der Möglichkeiten, 20 Schüler in 2er-Gruppen einzuteilen:

    * $\frac{20 \cdot 19}{2} = 190;$ (1. Paar)
    * $\frac{18 \cdot 17}{2} = 153;$ (2. Paar)
    * $\vdots$
    * $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6;$ (9. Paar)
    * $\frac{2 \cdot 1}{2} = 1;$ (10. Paar)

    $\frac{20 \cdot 19}{2} \cdot \frac{18 \cdot 17}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} = \frac{20!}{(2!)^{10}};$

28.11.2005

- Schülergruppe $S = \{A, B, C, D\};$

  a) [Jeweils] 1. Kurssprecher [von] E,Ph, Ämterhäufung möglich

  Mögliches Ergebnis: $\omega_1 = (A, B)$, $\omega_2 = (A, A);$

  1. Komponente: E, 2. Komponente: Ph

$\Omega_{\mathrm{a}} = \left\{(x,y) \mid x \in S \wedge y \in S\right\};$

$|\Omega_{\mathrm{a}}| = |S|^2;$

b) 1./2. Kurssprecher für M

Mögliches Ergebnis: $\omega = (A, B)$;

$\Omega_{\mathrm{b}} = \left\{(x,y) \mid x \in S \wedge y \in S \wedge x \neq y\right\} = \Omega_{\mathrm{a}} \setminus \left\{(x,x) \mid x \in S\right\};$

$|\Omega_{\mathrm{b}}| = |S|\left(|S|+1\right) = 16 - 4;$

„Jaja, da kannsch tausend Sachen [wischende Handbewegung] hinschreiben“

„Das ist [wie] die Sache mit der Sachtel: Welche Seite ist richtig“

„Ja was soll ich da sagen wenn ich spinn´“

c) Zwei Schüler werden als Tafeldienst gewählt.

$\omega = \{A, B\} = \{B, A\};$

$\Omega_{\mathrm{c}} = \left\{\{x,y\} \mid x \in S \wedge y \in S \wedge x = y\right\} = \left\{\{x,y\} \mid \{x,y\} \subset S\right\};$

$|\Omega_{\mathrm{c}}| = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6;$

$2!\,|\Omega_{\mathrm{c}}| = |\Omega_{\mathrm{b}}|;$

„Heut ham´ die Ramona und die Ramona Tafeldienst“

„Dann ist er [ein Schizophrener] endlich mal mit sich beisammen [wenn er Tafeldienst ist]“

d) Die Schüler bilden Paare.

$\Omega_{\mathrm{d}} = \{\{\{A,B\},\{C,D\}\},\{\{A,C\},\{B,D\}\},\{\{A,D\},\{B,C\}\}\};$ 29.11.2005

$8\,|\Omega_{\mathrm{d}}| = 4!;$

$|\Omega_{\mathrm{d}}| = \frac{4!}{8} = 3;$

[Komisches Zeug: Tabelle mit ABCD, BACD, BADC, ABDC (für Paar AB,CD); also Vertauschung innerhalb der Paare $(2 \cdot 2)$ und die Paar selbst (nochmal $\cdot\, 2$)] 28.11.2005

e) Die Schüler kommen paarweise ins Klassenzimmer, auf die Reihenfolge beim Betreten der Paare wird geachtet.

$\Omega_{\mathrm{e}} = \{(\{A,B\},\{C,D\}),(\{A,C\},\{B,D\}),\ldots\};$

1. Komponente: 1. Paar 29.11.2005

$|\Omega_{\mathrm{e}}| = 2\,|\Omega_{\mathrm{c}}| = \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} = \frac{4!}{2^2} = 6;$ 30.11.2005

f) Einzeln, nach Geschlecht (4 w, 16 m)

Mögliches Ergebnis: $\omega = (\mathrm{w}, \mathrm{w}, \mathrm{w}, \mathrm{m}, \ldots)$;

20-Tupel

$\frac{20!}{4!16!}$

11.11.2005

- Auf wie viele Arten können sich 20 Schülerinnen und Schüler auf 34 Plätze setzen?