

0.1 119. Hausaufgabe

0.1.1 Exzerpt von B. S. 414: Unendlich hoher Potenzialtopf

(Siehe 118. Hausaufgabe.)

0.1.2 Exzerpt von B. S. 414: Wellenlängen der Wellenfunktion im Fall stehender Wellen

In unendlich hohen Potenzialtöpfen kommt es immer zur Ausbildung stehender Wellen. Im einfachsten (und energieärmsten) Fall hat die stehende Welle genau einen Bauch. In diesem Fall ist die Wellenlänge doppelt so groß wie die Breite a des Potenzialtopfes:

$$\lambda = 2a;$$

Diesen Zustand nennt man Grundzustand. Es ist jetzt möglich, dass dem System durch äußere Anregung, beispielsweise durch Strahlung, Energie zugeführt wird. „Passt“ die Energiemenge, so geht das System in den nächsthöheren Zustand über, den Zustand mit genau zwei Bäuchen. In diesem Fall ist die Wellenlänge der Wellenfunktion genau so groß wie die Breite des Potenzialtopfes.

$$\lambda = a;$$

Im unendlich hohen Potenzialtopf kann dieser Prozess beliebig lange fortgesetzt werden. Dabei ergeben sich, vom Grundzustand ausgehend, folgende Wellenlängen:

$$\lambda = 2a, a, \frac{2}{3}a, \frac{2}{4}a, \frac{2}{5}a, \dots;$$

Bezeichnet man die Anzahl der Bäuche mit n , so erhält man:

$$\lambda = \frac{2}{n} \cdot a;$$

n wird auch Quantenzahl genannt.

Frage: Kann n im Modell des unendlich hohen Potenzialtopfes beliebig groß werden?

Frage: Wovon hängt die Stabilität eines Zustands ab?

Frage: Wieso muss er zur Ausbildung stehender Wellen kommen? Die Bedingung, dass die Manifestationswahrscheinlichkeit an den Rändern (und auch außerhalb des Topfes) Null sein muss, bedingt das nicht – schließlich erfüllen (bestimmte) „hin und her laufende“ Wellen und komplizierte Überlagerungen von Wellen diese Bedingung ebenfalls.

0.1.3 Exzerpt von B. S. 414f.: Energien im Fall stehender Wellen

Man definiert, dass die potenzielle Energie 0 J ist. Dann ist die Gesamtenergie des „Teilchens“

$$E = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{1}{2} \frac{m_e^2 v^2}{m_e} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m_e};$$

Frage: Der Metzler setzt die Gesamtenergie mit der kinetischen Energie gleich. Ist das zulässig? Kann man die anderen vorkommenden Energieformen (wie beispielsweise Wärme) unterschlagen?

Frage: Ist es nicht besser, die Unterscheidung in verschiedene Energieformen aufzugeben? Die Verwendung von E_{kin} impliziert bzw. erweckt die starke Konnotation von sich bewegenden Teilchen. . .

Frage: Ist es nicht einfacher, über die relativistische Energie $E(v) = m(v)c^2$ zu gehen, da man in diesem Fall keine Unterscheidung zwischen potenzieller und kinetischer Energie treffen muss?

Frage: Wieso ist es zulässig, die potenzielle Energie auf 0 J festzusetzen? Rechnet man mit E_{pot} durch, so erhält man für E einen von E_{pot} abhängigen Term. Dies scheint ein weiteres Argument für die Verwendung von $E(v) = m(v)c^2$ zu sein, da dann man die Energie absolut angeben könnte.

Umformen mit den Beziehungen $\lambda = h/p$ und $\lambda = \frac{2}{n} \cdot a$ führt zu:

$$E_n = \frac{h^2}{8m_e a^2} \cdot n^2;$$

Da die Energie direkt mit der Anzahl der Bäuche zusammenhängt – einer natürlichen Zahl – muss auch die Energie gequantelt sein.

Frage: Wovon ist E_n die Energie? Von Teilchen? Von Wellen? Von Wellenfunktionen? Von Verspannungen? Von Systemen?

0.1.4 Exzerpt von B. S. 415: Energietransfers; An- und Abregungen

Da die Gesamtenergie gequantelt ist, müssen auch Energietransfers gequantelt sein. Die benötigte Energie, um vom Zustand n zum Zustand m zu gelangen, ist:

$$\Delta E = E_n - E_m = \frac{h^2}{8ma^2} \cdot (n^2 - m^2);$$

Um von einem Zustand kleiner Quantenzahl zu einem höherer Quantenzahl zu gelangen, muss Energie zugeführt werden. Beim rückwertigen Prozess wird Energie frei.

Frage: Ist es möglich, Zwischenzustände zu „überspringen“, also beispielsweise eine Anregung von $n = 2$ nach $n = 5$ „in einem Schritt“ durchzuführen? Oder ist das nicht möglich und, wenn immer „zu viel“ Energie zur Verfügung steht, findet keinerlei Anregung statt?

Frage: Wie verhält sich die Wellenfunktion während einer Zustandsänderung? Oder erfolgen An- und Abregungen instantan, also mit einer benötigten Zeitdauer von exakt 0 s?

Frage: Geht man nicht von einer kontinuierlichen Veränderung der Wellenfunktion aus – ist der Wechsel der Wellenfunktionen dann wirklich unstetig?

0.1.5 Exzerpt von B. S. 416: Einfachbindung

Am Beispiel von Wasserstoff wird die Einfachbindung (oder kovalente Bindung) erklärt.

Modellieren kann man sich die Entstehung von Einfachbindungen mit dem Modell des Potenzialtopfes; laut Metzler weicht dieses Modell aber so weit von den Messungen ab, dass es nur unter qualitativer Betrachtung treffend ist.

1. Sind zwei Wasserstoffatome noch getrennt, so befinden sich beide freie Elektronen im Grundzustand, eingesperrt in jeweils einem Potenzialtopf.
2. Bei der Annäherung „verschmelzen“ die beiden Potenzialtöpfe.
3. Sind die beiden Atome gebunden, wird für beide Elektronen wieder der Grundzustand hergestellt. Da die Potenzialtöpfe „verschmolzen“ sind, ist die effektive Topfbreite jetzt doppelt so groß; dementsprechend muss auch die Wellenlänge der Wellenfunktionen der beiden an der Bindung beteiligten Elektronen doppelt so groß sein.

Frage: Der Metzler spricht von sich aufeinander zu bewegendenden Elektronen? Ist diese Sprechweise zulässig? Sind die Elektronen nicht vielmehr über das gesamte Gas delokalisiert?

0.1.6 Exzerpt von B. S. 417: Farbstoffmoleküle

Trifft weißes Licht auf Farbstoffmoleküle, so wird ein Teil des Spektrums absorbiert. Die dem Licht entnommene Energie wird zur Anregung bestimmter Elektronen der Farbstoffmoleküle in höhere Zustände verwendet.

Frage: Was passiert nach der Anregung? Wird die aufgenommene Energie wieder abgegeben und zum Grundzustand zurückgekehrt? Wenn ja, wie lang ist der angeregte Zustand stabil und in welcher Form wird die Energie wieder abgegeben? Wenn nein, wieso nicht?

Frage: Welche Elektronen der Farbstoffmoleküle sind von der Anregung betroffen? Alle? Nur die Valenzelektronen?

Frage: Wieso wird dem Licht ein ganzes Spektrum, und nicht nur genau eine, diskrete Frequenz entnommen? Was passiert mit der „überschüssigen“ Energie im Fall der Absorption von Licht, das eigentlich eine zu hohe Energie (größer als $E_2 - E_1$) besitzt? Wie kann im Fall der Absorption von Licht, das eigentlich eine zu niedrige Energie besitzt, trotzdem der angeregte Zustand erreicht werden?

Frage: Kann man die chemische Regel, dass Zustände möglichst geringer Energie „von der Natur bevorzugt werden“, physikalisch untermauern? Wenn ja, wie?

0.1.7 Aufgaben von B. S. 415

Aufgabe 1

Betrachten Sie das Wasserstoffatom in erster Näherung als einen linearen Potenzialtopf mit der Länge $a = 10^{-10}$ m. Wie groß ist die Energie im Grundzustand? Wie groß ist sie für den Kern, wenn $a = 10^{-15}$ m beträgt?

$$E_1 = \frac{h^2}{8m_e a^2} = 38 \text{ eV};$$

Mir ist nicht klar, was mit dem zweiten Teil der Aufgabe gemeint ist.

Aufgabe 2

Wie verändern sich die Energiedifferenzen zweier aufeinander folgender Zustände im linearen Potenzialtopf mit zunehmendem Wert der Quantenzahl n ?

$$E_{n+1} - E_n = \frac{h^2}{8m_e a^2} (2n + 1);$$

Aufgabe 3

Statt Elektronen können auch Protonen oder Neutronen in einem linearen Potenzialtopf eingeschlossen sein. Berechnen Sie die ersten drei Energiestufen für Protonen und Neutronen mit $a = 10^{-15}$ m.

$$m_n \approx m_p;$$

$$E_1 = \frac{h^2}{8m_p a^2} \cdot 1^2 \approx 210 \text{ MeV};$$

$$E_2 = \frac{h^2}{8m_p a^2} \cdot 2^2 \approx 818 \text{ MeV};$$

$$E_3 = \frac{h^2}{8m_p a^2} \cdot 3^2 \approx 1,8 \text{ GeV};$$

0.1.8 Allgemeine Fragen

Frage: Ist meine Verwendung des Begriffs „Wellenfunktion“ korrekt?

Frage: Welchen physikalischen Aussagegehalt hat die Wellenfunktion (nicht ihr Quadrat)?

Frage: Es gibt sowohl zur Wellenfunktion als auch für ihr Quadrat Zeitpunkte, an denen sie Null sind. Welche physikalischen Konsequenzen hat das? Sicherlich bedeutet das nicht, dass zu diesen Zeitpunkten die Manifestationswahrscheinlichkeit Null ist. Auf der anderen Seite bedeutet das aber auch, dass – entgegen dem Metzler – ψ^2 **kein** Maß für die Manifestationswahrscheinlichkeit ist.

Frage: Ist die Wellenfunktion dimensionslos? Wenn nein, welche Einheit trägt sie?

Frage: Inwiefern ist $E = hf = hc/\lambda$ ein Problem? Inwiefern kann man bei $E = hf$ den „Nullpunkt“ (welchen Nullpunkt?) frei wählen und wieso kann man das bei $E = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$ nicht? Wieso war $E = hf$ bisher (beispielsweise beim Foto- und COMPTONEffekt) kein Problem?

(Benötigte Zeit: 3 h 37 min)