

0.1 143. Hausaufgabe

0.1.1 Exzerpt von B. S. 503f.: Motivation des Tröpfchenmodells

Die experimentellen Befunde, wie beispielsweise die Abhängigkeit der Bindungsenergie von der Massenzahl (Abb. 503. 1), möchte man quantitativ beschreiben können.

Wie auch bei Flüssigkeitströpfchen wirken bei Kernen Kernkräfte unter Nukleonen, und zwar messbar nur unter „benachbarten“ Nukleonen. Diese Erkenntnisse motivieren dazu, Atomkerne als Flüssigkeitströpfchen zu modellieren – die Kräfteverhältnisse bei Atomkernen und Flüssigkeitströpfchen ähneln sich sehr.

0.1.2 Exzerpt von B. S. 504: Annäherung durch drei Energierme

Drei Energierme genügen, um die E/A - A -Kurve akkurat wiedergeben zu können.

Volumenenergie

Man modelliert Kerne als inkompressibel; alle Kerne haben dieselbe Dichte. Daraus folgt, dass die Volumenenergie E_V zur Massenzahl A (nicht zu verwechseln mit der Oberfläche!) proportional ist.

$$E_V \sim \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi (r_0 A^{1/3})^3; (r_0 \text{ ist der Radius eines Nukleons})$$

$$E_V = aA;$$

Oberflächenenergie

Es würde Energie kosten, die Grenzfläche zwischen Nukleonen zu überwinden. Diese Oberflächenenergie ist zur Kernoberfläche proportional.

$$E_O \sim 4\pi r^2 = 4\pi (r_0 A^{1/3})^2;$$

$$E_O = bA^{2/3};$$

COULOMBenergie

In Atomkernen steckt auch Energie in der „elektrostatischen Anziehung“, genauer im \mathcal{E} -Feld. Die COULOMBenergie ist indirekt proportional zum Radius.

$$E_C \sim \frac{Ze \cdot Ze}{r} = \frac{Z^2 e^2}{r_0 A^{1/3}};$$

$$E_C = cZ^2/A^{1/3};$$

0.1.3 Exzerpt von B. S. 504: Ausdruck der Bindungsenergie durch die drei Energieterme

$$E_B = E_V - (E_O + E_C) = aA - bA^{2/3} - cZ^2A^{-1/3};$$

Oberflächenenergie und COULOMBenergie sind Energien, die sich aus (dem Integral über) abstoßende Kräfte ergeben; dementsprechend ordnet man ihnen ein negatives Vorzeichen zu. Die Volumenenergie geht positiv in die Bilanz ein.

Man kann über die Näherung $Z \approx 0,45 A$ die Abhängigkeit von E_B von Z entfernen:

$$E_B \approx aA - bA^{2/3} - c'A^{4/3};$$

Die Bindungsenergie pro Nukleon ergibt sich damit zu:

$$E_B/A \approx a - bA^{-1/3} - c'A^{1/3};$$

0.1.4 Exzerpt von B. S. 504: Die Konstanten a , b und c (bzw. c')

Die Proportionalitätskonstanten a , b und c (bzw. c') wurden empirisch auf $a = 14 \text{ MeV}$, $b = 13 \text{ MeV}$ und $c' = 0,12 \text{ MeV}$ bestimmt. Mit $c' = (0,45)^2 c$ ergibt sich c zu $c = 0,59 \text{ MeV}$.

0.1.5 Exzerpt von B. S. 504f.: Erweiterung des Tröpfchenmodells

Man kann das Tröpfchenmodell noch erweitern, indem man Terme für die Berücksichtigung des Neutronenüberschusses und der Paarbildung von Protonen und Neutronen hinzufügt.

Die Motivation hinter dieser Erweiterung liegt in dem Problem, dass ohne die Erweiterung der Stabilitätsunterschied zwischen gg- und uu-Kernen nicht wiedergespiegelt wird.

0.1.6 Fragen

- Kann man die empirisch ermittelten Konstanten a , b und c (bzw. c') auf „fundamentalere“ Naturkonstanten zurückführen?
- Wie kann man sich die Volumenenergie vorstellen? Die COULOMBenergie ist an die COULOMBkraft bzw. an das COULOMBpotenzial gebunden, und die Oberflächenenergie ergibt sich daraus, dass die Überwindung der Grenzflächen Energie kosten würde. Aber mir ist nicht klar, an was die Volumenenergie gebunden ist.
- Was ist die zur Oberflächenenergie gehörende Kraft? Also über welches F integriert man beim Ausdruck $\int F dr = E_0$?

(Benötigte Zeit: 72 min)