

## 0.1 37. Hausaufgabe

### 0.1.1 $I$ ohne $\Delta Q$ ! Elektrischer Strom ohne Ladungstransport!

**Wiederholung.** Wir wissen bereits, dass jeder Strom  $I$  durch einen langen, geraden Leiter mit kleinem Querschnitt ein Magnetfeld der Flussdichte

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

erzeugt, dessen Orientierung mit der Rechte-Hand-Regel festgestellt werden kann.

Wir wissen auch, dass die Stromstärke  $I$  als Grenzwert des Quotienten aus übertragender Ladung und dafür benötigter Zeit definiert ist, also

$$I := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \dot{Q};$$

**Versuch.** Eine Spannungsquelle wird mit einem Kondensator leitend verbunden, ein in den Stromkreis eingebauter Schalter ermöglicht das gezielte Schließen des Kreises. Ein in Reihe geschaltetes Strommessgerät registriert den beim Schließen des Schalters zu erwartenden Aufladestrom, eine zwischen den Kondensatorplatten befindliche HALLsonde registriert eventuelle Magnetfelder.

**Beobachtung.** Schließt man nun den Schalter, wird das Strommessgerät wie erwartet den kurzzeitigen Aufladestrom anzeigen, welcher erst zunehmen, dann ein Maximum erreichen und schließlich wieder abnehmen wird.

Interessanter sind die Aufzeichnungen der HALLsonde – sie misst während des Aufladevorgangs, also während auch das Strommessgerät eine von Null verschiedene Stromstärke anzeigt, eine von Null verschiedene magnetische Feldstärke!

**Erklärung.** Zur Erklärung der Beobachtung kann man die Flächenladungsdichte bzw. die Flussdichte

$$D = \frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \mathcal{E}$$

nutzen. Formt man diese nach der nach dem Ladungsvorgang auf dem Kondensator befindliche Ladung  $Q$  um, so erhält man

$$Q = \varepsilon_0 A \mathcal{E};$$

Dabei bezeichnet  $\mathcal{E}$  die elektrische Feldstärke zwischen den Kondensatorplatten. Ableitung dieser Größe nach der Zeit ergibt

$$\dot{Q} = \frac{d}{dt} \varepsilon_0 A \mathcal{E};$$

Dieser Ausdruck lässt sich unter der Annahme konstanter Plattenflächen  $A$  weiter vereinfachen. Besonders interessant ist, dass die linke Seite der Gleichung –  $\dot{Q}$  – auch in der obigen Definition der Stromstärke  $I$  vorkommt; Identifikation von  $\dot{Q}$  mit  $I$  liegt also nahe:

$$\dot{Q} = \varepsilon_0 A \dot{\mathcal{E}} = A \dot{D} =: I_V!$$

Wir stellen uns vor, dass dieser Strom – Verschiebungsstrom genannt – zwischen den Platten fließt.

Über die physikalische Relevanz dieser Größe lässt sich erst einmal noch nichts sagen; die Mathematik hinter ihr ist aber sicherlich korrekt.

$I_V$  ist nicht konstant, da die Zahl der von der Spannungsquelle auf die Kondensatorplatten fließenden Ladungen sich zeitlich verändert. Wie beim Aufladestrom wird  $I_V$  erst zunehmen, dann ein Maximum erreichen und schließlich wieder abnehmen.

**Erklärung (zweiter Teil).** Wenn also „tatsächlich“ ein Strom  $I_V$  während des Aufladens zwischen den Platten fließt bzw. wir so denken können, als ob ein Strom fließe, so muss dieser Strom auch ein Magnetfeld erzeugen. Dessen Flussdichte  $\mathcal{B}_V$  lässt sich über die oben angegebene Formel bestimmen:

$$\mathcal{B}_V(r) = \frac{\mu_0 I_V}{2\pi r} = \frac{\mu_0}{2\pi} \varepsilon_0 A \dot{\mathcal{E}} \frac{1}{r};$$

Mit  $\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$  lässt sich diese Formel noch weiter vereinfachen:

$$\mathcal{B}_V(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \varepsilon_0 A \dot{\mathcal{E}} \frac{1}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1}{\mu_0 c^2} A \dot{\mathcal{E}} \frac{1}{r} = \frac{A}{2\pi c^2} \frac{1}{r} \dot{\mathcal{E}};$$

Dieses Ergebnis deckt sich mit dem Messergebnis der HALLsonde; also können wir nun eine Aussage über die physikalische Relevanz des Verschiebungsstroms  $I_V$  treffen: Obwohl keine Ladungen von einer Platte zur anderen transportiert werden, können wir uns vorstellen, dass ein Strom fließe, da beispielsweise das Magnetfeld dieses Stroms konkret messbar ist.

Es stellt sich die Frage, was wir unter einem Strom verstehen. Verstehen wir unter einem Stromfluss ausschließlich den Transport

von Ladungen, so kann man nicht von einem Verschiebungsstrom  $I_V$  sprechen. Versteht man aber unter Strom die zeitliche Änderung von  $Q$ , also  $\dot{Q}$ , so ist der Ausdruck „Verschiebungsstrom“ durchaus gerechtfertigt.

Dieses Magnetfeld ist, genau wie Auflade- und Verschiebungsstrom, zeitlich veränderlich. Der Grund dafür ist unmittelbar aus der ersten, noch nicht umgeformten Gleichung für  $\mathcal{B}_V(r)$  einsehbar –  $\mathcal{B}_V(r) \sim I_V$ .

**Kondensator.** Einige weitere interessante Zusammenhänge erhalten wir, wenn wir versuchen, die Kondensatorkapazität  $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$  in die Formel für den Verschiebungsstrom  $I_V$  zu integrieren:

$$I_V = \epsilon_0 A \dot{\mathcal{E}} = Cd \dot{\mathcal{E}} = Cd \left( \frac{dU}{dt} \frac{1}{d} \right) = C \dot{U};$$

Der Verschiebungsstrom  $I_V$  ist also zur Spannungsänderung  $\dot{U}$  direkt proportional; die Kapazität  $C$  ist der Proportionalitätsfaktor.

$$\begin{aligned} Q &\sim U; \\ I_V = \dot{Q} &\sim \dot{U}; \end{aligned}$$

**Bedeutung.** Wo immer ein elektrisches Feld auf- oder abgebaut wird, können wir uns einen Strom denken, der ein Magnetfeld erzeugt. Die zeitliche Änderung eines elektrischen Felds bewirkt also den Aufbau eines Magnetfelds, ohne dass Magneten im Spiel sind!

Zusammen mit der schon bekannten Erkenntnis, dass die zeitliche Änderung eines Magnetfelds zum Aufbau eines elektrischen Felds führt, bringt uns zu folgender Erkenntnis:

**Elektrische Felder sind stets mit magnetischen Feldern gekoppelt;**

zeitlich veränderliche  $\mathcal{E}$ - und  $\mathcal{B}$ -Felder treten stets zusammen auf.

**Fragen.** Wir hatten festgestellt, dass der zeitlich veränderliche Verschiebungsstrom ein zeitlich veränderliches Magnetfeld erzeugt. Zeitlich veränderliche Magnetfelder verursachen bekanntlich eine Induktionsspannung. Nach der LENZschen Regel muss diese Induktionsspannung ihrer Ursache entgegenwirken, also gegen die Spannung der Spannungsquelle gerichtet sein, sodass die effektiv anliegende Spannung  $U_0 - U_{\text{indV}}$  ist. Korrekt?

In welcher Größenordnung liegt diese Spannung in praktischen Versuchen?

Beim Entladen des Kondensators dreht sich der Verschiebungsstrom um. Damit dreht sich auch die Richtung der Induktionsspannung um. Damit erfordert auch das Ausschalten des Kondensators die Überwindung der Induktionsspannung. Korrekt?

(Dies zeigt auch interessante Parallelen zur Selbstinduktion bei Spulen!)