11.01.2006

0.1 42. Hausaufgabe

0.1.1 Zusammenfassung der Seiten 240f.

Das Gravitationsgesetz beschreibt die Größe der Kraft, mit der sich zwei beliebige Massen m_1 und m_2 im Abstand r anziehen:

$F_\mathrm{G} = G\frac{m_1 m_2}{r^2};$

Ein ähnliches Gesetz gibt es für die Anziehungskraft (bzw. Abstoßungskraft) zwischen zwei Punktladungen:

$F_\mathrm{el} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2};$

Nun ziehen sich auch Ströme an, bedingt durch die durch die Ströme erzeugten Magnetfelder. Zwei parallel gerichtete Ströme ziehen sich gegenseitig an, zwei entgegen gesetzte Ströme stoßen sich ab; dies kann durch Betrachtung der Lorentzkraft (Drei–Finger-Regel) der Magnetfelder der beiden Ströme (Rechte–Hand-Regel) nachvollzogen werden.

Die anziehende Kraft errechnet sich direkt aus der Definition der magnetischen Flussdichte $\mathcal{B}$:

$\mathcal{B} = \frac{F}{Il}; \Rightarrow F = \mathcal{B}Il;$

Die letzte verbleibende Unbekannte, $\mathcal{B}$, errechnet sich wiederum durch Addition der einzelnen Flussdichten der Ströme; dabei muss man besonders auf die Vorzeichen aufpassen, da allgemein nur $\mathcal{B}$ in Abhängigkeit von r, der Entfernung, bekannt ist. Entfernungen sind nun leider immer positiv, was das Ansetzen von Gleichungen enorm erschwert.

Also:

$F_{1\to2} = \mathcal{B}_1 I_2 l_2 = I_2 l_2 \cdot \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{r} l_2;$

$F_{2\to1} = \mathcal{B}_2 I_1 l_1 = I_1 l_1 \cdot \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{r} l_1;$

(Analogie zu $\mathcal{E}$-Feldern:

$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2} = Q_1\mathcal{E}_2(r) = Q_1 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2^2}{r^2};$)

Frage: Wäre es nicht besser, kartesische Koordinaten oder Polarkoordinaten anstatt immer positiver Radien zu verwenden?

0.1.2 Buch Seite 241, Aufgabe 1

Zwei geradlinige lange Leiter verlaufen in einem Abstand von $d = 10\,\mathrm{cm}$ parallel zueinander. Sie werden in entgegengesetzter Richtung von den Strömen $I_1 = 15\,\mathrm{A}$ und $I_2 = 25\,\mathrm{A}$ durchflossen. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke in einem Punkt in der von den Leitern aufgespannten Ebene, der

a) von beiden Leitern gleich weit entfernt ist.

$\mathcal{B} = \mathcal{B}_1(5\,\mathrm{cm}) + \mathcal{B}_2(5\,\mathrm{cm}) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{5\,\mathrm{cm}} + \frac{I_2}{5\,\mathrm{cm}}\right) \approx 2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T};$

b) $2\,\mathrm{cm}$ von Leiter 1 und $8\,\mathrm{cm}$ von Leiter 2 entfernt ist.

$\mathcal{B} = \mathcal{B}_1(2\,\mathrm{cm}) + \mathcal{B}_2(8\,\mathrm{cm}) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{2\,\mathrm{cm}} + \frac{I_2}{8\,\mathrm{cm}}\right) \approx 2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T};$

c) $2\,\mathrm{cm}$ von Leiter 1 und $12\,\mathrm{cm}$ von Leiter 2 entfernt ist.

$\mathcal{B} = \mathcal{B}_1(2\,\mathrm{cm}) - \mathcal{B}_2(12\,\mathrm{cm}) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{2\,\mathrm{cm}} - \frac{I_2}{12\,\mathrm{cm}}\right) \approx 1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T};$

d) In welchen Punkten ist die magnetische Feldstärke null? 12.01.2006

Problem: Rechnen mit (immer positiven) Radien „riskant“, daher ist eine Fallunterscheidung notwendig.

- Fall: Punkt liegt links vor Leiter 1, Magnetfelder zeigen in entgegengesetzte Richtungen
  $r_1(r) = r;$ (Sicht von Leiter 1)
  $r_2(r) = d + r;$ (Sicht von Leiter 2)
  $\mathcal{B}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_2}{d+r} - \frac{I_1}{r}\right) = 0\,\mathrm{T};$
  $\Rightarrow I_2 r = I_1 d + I_1 r; \Rightarrow r = \frac{I_1 d}{I_2 - I_1} \approx 15\,\mathrm{cm};$
- Fall: Punkt liegt zwischen den beiden Leitern, Magnetfelder zeigen in gleiche Richtung (damit kann $\mathcal{B}$ sowieso nicht $0\,\mathrm{T}$ sein)
  $r_1(r) = r;$ (Sicht von Leiter 1)
  $r_2(r) = d - r;$ (Sicht von Leiter 2)
  r darf nicht größer als d werden (sonst „Hineinfallen“ in dritten Fall).
  $\mathcal{B}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_2}{d-r} + \frac{I_1}{r}\right) = 0\,\mathrm{T};$
  $\Rightarrow I_2 r = -I_1 d + I_1 r; \Rightarrow r = \frac{-I_1 d}{I_2 - I_1} \approx -15\,\mathrm{cm} < 0\,\mathrm{cm};$ (Widerspruch, wie erwartet)

- Fall: Punkt liegt rechts nach Leiter 2, Magnetfelder zeigen in entgegengesetzte Richtungen
  $r_1(r) = r$; (Sicht von Leiter 1)
  $r_2(r) = r - d$; (Sicht von Leiter 2)
  $\mathcal{B}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_2}{r-d} - \frac{I_1}{r}\right) = 0\,\mathrm{T}$;
  $\Rightarrow\ I_2 r = I_1 r - I_1 d; \Rightarrow\ r = \frac{-I_1 d}{I_2 - I_1} \approx -15\,\mathrm{cm} < 0\,\mathrm{cm}$; (Widerspruch)

Damit einzige Lösung: $r \approx 15\,\mathrm{cm} \Rightarrow r_1 \approx 15\,\mathrm{cm}; \quad r_2 \approx 25\,\mathrm{cm};$

(Benötigte Zeit: 127 min)