06.02.2006

0.1 54. und 55. Hausaufgabe

0.1.1 Graphen von $U(t)$, $I(t)$, $E_L(t)$ und $E_C(t)$ des ungedämpften Schwingkreises

- $U_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{Q_0}{C} \sin \omega t;$

  $E_C(t) = \frac{1}{2} C U^2(t) = \frac{1}{2} C \frac{Q_0^2}{C^2} \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \sin^2 \omega t;$

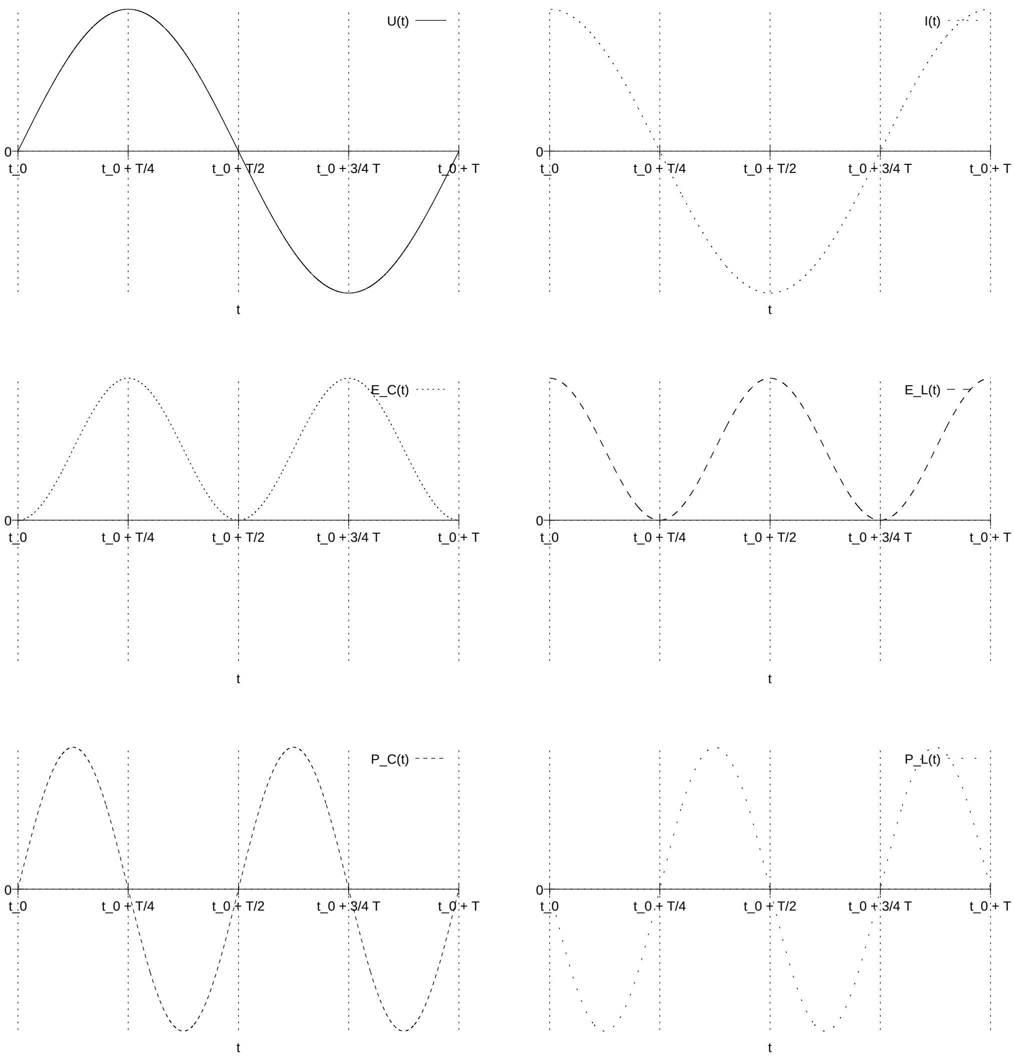
  $P_C(t) = \dot{E}_C(t) = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \cdot 2 \sin \omega t \cos \omega t \cdot \omega = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \omega \cdot \sin 2\omega t;$

- $I_C(t) = I_L(t) = I(t) = Q_0 \omega \cos \omega t;$

  $E_L(t) = \frac{1}{2} L I^2(t) = \frac{1}{2} L\, Q_0^2 \omega^2 \cos^2 \omega t;$

  $P_L(t) = \dot{E}_L(t) = -\frac{1}{2} L Q_0^2 \omega^2 \cdot 2 \cos \omega t \sin \omega t \cdot \omega = -\frac{1}{2} L Q_0^2 \omega^3 \sin 2\omega t;$

mit $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}};$



0.1.2 Quantitative Graphen von $P_C(t)$ und $P_L(t)$

Aufgabestellung: Zeichnung der quantitativen Graphen von $P_C(t)$ und $P_L(t)$ mit $L = 600\,\mathrm{H}$ und $C = 40\,\mu\mathrm{F}$.

Dies ist nicht möglich, da Q_0, die initiale Ladung, die auf dem Kondensator gespeichert ist, nicht gegeben ist.

0.1.3 Kurzer Text zum Versuchsergebnis

Der Graph zeigte eine gedämpfte Schwingung. Die „tatsächliche“ Periodendauer T' stimmte mit der theoretisch berechneten Periodendauer $T = 2\pi\sqrt{LC}$ erstaunlich gut überein; die Abweichung betrug nur $0{,}04\,\mathrm{s}$!

Die Amplitude der Schwingung nimmt mit fortschreitender Zeit streng monoton ab; dieses Abnehmen kann – wie bei Relaxationsprozessen üblich – durch die e-Funktion beschrieben werden:

$U(t_0) = U_0 e^{-\frac{t_0}{\tau}};$

Auflösen nach τ und Einsetzen eines beliebigen Werts für t_0 ergibt:

$U(t_0) = U_0 e^{-\frac{t_0}{\tau}}; \Rightarrow \ln \frac{U(t_0)}{U_0} = -\frac{t_0}{\tau}; \Rightarrow \tau = -\frac{t_0}{\ln \frac{U(t_0)}{U_0}} \approx 0{,}94\,\mathrm{s};$

Dieses Ergebnis deckt sich mit dem Versuchsergebnis. (Selbstverständlich tut es das – wir haben ja Werte des Versuchsergebnisses eingesetzt, um τ zu erhalten.)

Interessant ist auch, dass der Graph auch schon vor dem Öffnen des Schalters S (siehe Blatt) – also zu Zeitpunkten, an denen noch keine Schwingung stattfindet – eine ungedämpfte Schwingung kleiner Amplitude zeigt. Die Skalierung des Graphen lässt leider keine all zu genaue Bestimmung der Periodendauer und damit der Frequenz dieser Grundschwingung zu, aber näherungsweise ergibt sich $0{,}14\,\mathrm{s}$ als Periodendauer und $7{,}2\,\mathrm{Hz}$ als Frequenz. . .

(Benötigte Zeit: 26 min + 40 min)