31.03.2006

0.1 75. Hausaufgabe

0.1.1 Exzerpt von B. S. 280f.: Mikrowellen; Reflektion eletromagnetischer Wellen

Elektromagnetische Hochfrequenzschwingkreise strahlen elektromagnetische Wellen ab. Diese Wellen können mathematisch über den elektrischen Feldstärkevektor $\vec{\mathcal{E}}$ und über den magnetischen Flussdichtevektor $\vec{\mathcal{B}}$ beschrieben werden.

Genau wie bei mechanischen Wellen sind $\vec{\mathcal{E}}$ und $\vec{\mathcal{B}}$ sowohl von der Zeit als auch von der Position abhängig:

$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \ldots;$

$\vec{\mathcal{B}}(\vec{r}, t) = \ldots;$

Allein durch eine akkurate mathematische Beschreibung und Vergleichen mit mechanischen Wellen können einige Phänomene der elektromagnetischen Wellen erklärt werden.

Bildung von stehenden Wellen

Stehende Wellen bilden sich aus, wenn sich Wellen gleicher Frequenz, aber entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung, überlagern. Trifft beispielsweise eine Mikrowelle auf Metallstäbe, die parallel zu der Signalrichtung der Welle stehen, wird die Welle reflektiert und es kommt zur Ausbildung einer stehenden Welle.

Mathematisch lässt sich die einfallende Welle durch eine einfache sinusförmige Schwingung beschreiben:

$\mathcal{E}_{\text{ein}}(x, t) = \hat{\mathcal{E}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{2\pi}{T}t\right);$

Dabei ist λ ist die Wellenlänge, T die Schwingungsdauer.

Die reflektierte Welle läuft entgegengesetzt zur einfallenden Welle; mathematisch drückt man das aus, indem man das Vorzeichen des Zeiteinflusses umkehrt:

$\mathcal{E}_{\text{aus}}(x, t) = \hat{\mathcal{E}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right);$

Die Überlagerung der beiden Wellen ergibt die stehende Welle. Überlagerung drückt man mathematisch durch Addition aus; dass das Ergebnis eine stehende Welle ist, erkennt man daran, dass der Ort x im resultierenden Term nur noch für eine Amplitudenänderung, nicht aber für eine Ortsänderung verantwortlich ist:

$$\mathcal{E}(x,t) = \mathcal{E}_{\text{ein}}(x,t) + \mathcal{E}_{\text{aus}}(x,t) = \hat{\mathcal{E}}\left[\sin\left(\tfrac{2\pi}{\lambda}x + \tfrac{2\pi}{T}t\right) + \sin\left(\tfrac{2\pi}{\lambda}x - \tfrac{2\pi}{T}t\right)\right] = \hat{\mathcal{E}} \cdot 2\sin\left(\tfrac{2\pi}{\lambda}x\right)\,\cos\left(\tfrac{2\pi}{T}t\right) = \underbrace{2\hat{\mathcal{E}}\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)}_{\substack{\text{Amplitude der}\\ \text{stehenden Welle}}} \cdot \cos\left(\tfrac{2\pi}{T}t\right);$$

Änderung von Amplitude und Signalrichtung

Stehen die Metallstäbe parallel zur Signalrichtung der Welle, so wird die Welle vollständig reflektiert und es kommt zur Ausbildung einer stehenden Welle.

Sind die Metallstäbe allerdings nicht parallel zur Signalrichtung, so wird nur ein Teil reflektiert; ein „Teil der Welle“ passiert die Stäbe.

Mathematisch kann dies durch eine Komponentenzerlegung des Schwingungsvektors $\vec{\mathcal{E}}$ beschrieben werden: Man analysiert die Komponente parallel zu den Stäben (Teilergebnis: Vollständige Reflektion) und die senkrecht zu den Stäben (Teilergebnis: Vollständiges Passieren).

$$\vec{\mathcal{E}}(x,t) = \vec{\mathcal{E}}_{\parallel}(x,t) + \vec{\mathcal{E}}_{\perp}(x,t);$$

Durch ein Diagramm des Einheitskreises und den Vektoren findet man folgende Beziehungen (mit α als die Differenz zwischen Signalwinkel und Stabwinkel):

$$\mathcal{E}_{\parallel}(x,t) = \mathcal{E}(x,t)\cos\alpha;$$

$$\mathcal{E}_{\perp}(x,t) = \mathcal{E}(x,t)\sin\alpha;$$

0.1.2 Exzerpt von B. S. 312: Licht als Transversalwelle; Polarisation

- Polarisation ist eine Eigenschaft von Transversalwellen. Bekanntlich muss man bei Wellen zwischen der Ausbreitungsrichtung und der Signalrichtung unterscheiden; Polarisation bezieht sich auf die Signalrichtung.

- Ändert sich die Signalrichtung nicht, spricht man von einer linear polarisierten Welle. Ist die Signalrichtung senkrecht zu einer Referenzebene, so spricht man von einer senkrecht polarisierten Welle.
- Ändert sich die Signalrichtung dagegen ohne erkennbares Muster, so spricht man von einer unpolarisierten Welle.
- (Dreht sich das Signal mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit, so spricht man von zirkularer Polarisation.)

Durch einen Polarisationsfilter kann eine unpolarisierte Welle polarisiert werden. Passiert eine polarisierte Welle einen Polarisationsfilter, so ändert sich ihre Amplitude und Signalrichtung, wie oben beschrieben.

Licht ist üblicherweise eine unpolarisierte elektromagnetische Transversalwelle.

0.1.3 Exzerpt von B. S. 313f.: Polarisation bei Reflexion; BREWSTERwinkel

Trifft Licht auf Glas im BREWSTERwinkel α_B mit $\tan\alpha_\mathrm{B} = n$, wobei n der relative Brechungsindex bezüglich Luft und Glas ist, so ist das reflektierte Licht vollständig und die gebrochene Welle nahezu vollständig linear polarisiert.

Der reflektierte und der gebrochene Strahl stehen, wenn der Einfallswinkel der BREWSTERwinkel ist, senkrecht zueinander. Über diese Beziehung kann man die Formel für den BREWSTERwinkel herleiten.

- Liegt der Signalvektor der einfallenden Lichtwelle in der Reflexionsebene, so wird das Licht nicht reflektiert, sondern nur gebrochen.

  Die einfallende Welle regt Oszillatoren im Glas an. Die Oszillatoren verhalten sich wie HERTZsche Dipole, strahlen also Wellen ab.

Würden die Oszillatoren die Welle nun reflektieren, so entstünde – da sich der Signalvektor der hypothetischen Reflexionswelle wie auch der der einfallenden Welle in der Reflexionsebene befindet – statt einer Transversalwelle eine Longitudinalwelle! Da dies nicht möglich ist, kann keine Reflektion stattfinden.

- Steht der Signalvektor der einfallenden Lichtwelle dagegen senkrecht auf der Reflexionsebene, so kann Reflexion stattfinden, da von den Oszillatoren im Glas nicht das unmögliche Unterfangen des Bildens einer elektromagnetischen Longitudinalwelle in Angriff genommen werden muss.

Durch diese Filterung ist der reflektierte Strahl vollständig linear polarisiert. Nutzt man mehrere Gläser hintereinander, so wird das Licht mehrmals gefiltert, sodass auch der gebrochene Strahl nahezu vollständig polarisiert ist.

0.1.4 Fragen

- Bildet sich eine stehende Welle auch dann aus, wenn die Metallstäbe nicht parallel zur Signalrichtung stehen? (Die parallele Komponente wird ja reflektiert, allerdings ist die Signalrichtung der reflektierten Welle nicht mit der der einfallenden Welle identisch. . .)
- Wieso können wir nicht durch Wände sehen? (Elektrische Felder können ja nur mittels eines FARADAYschen Käfigs abgeschirmt werden; Wände sind aber nicht FARADAYschen Käfige.)
- Wie berechnet man, bzw. in welcher Einheit gibt man den Polarisationsgrad einer Welle an?
- Wieso kann es keine elektromagnetischen Longitudinalwellen geben? ($\vec{c}$ und $\vec{\mathcal{E}}$ müssten doch lediglich in die gleiche Richtung zeigen, oder?)
- Was passiert mit Lichtwellen, deren Signalrichtung weder genau senkrecht, noch genau parallel zur Reflexionsebene steht, wenn sie in ein Medium anderer optischer Dichte eintreten?

Muss man in diesem Fall die Wellen in eine parallele und eine senkrechte Komponente zerlegen?

(Benötigte Zeit: 161 min)