

# Hausaufgaben

Ingo Blechschmidt

8. August 2007

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Hausaufgaben</b>	<b>18</b>
1.1	1. Hausaufgabe . . . . .	18
1.1.1	Wiederholung der Stunde in eigenen Worten	18
1.2	2. Hausaufgabe . . . . .	18
1.2.1	Wiederholung der Stunde in eigenen Worten	18
1.3	3. Hausaufgabe . . . . .	19
1.3.1	Wiederholung der Stunde in eigenen Worten	19
1.3.2	Messung von Strömen und Spannungen . . .	20
1.3.3	Berechnung eines Beispiel-Stromkreises . . .	21
1.3.4	Analyse des Strom- und Energieflusses im Beispiel-Stromkreis . . . . .	22
1.4	4. Hausaufgabe . . . . .	23
1.4.1	Wiederholung der Stunde in eigenen Worten	23
1.4.2	Fragen . . . . .	24
1.5	5. Hausaufgabe . . . . .	25
1.5.1	Analyse eines verzweigten Stromkreises . . .	25
1.6	6. Hausaufgabe . . . . .	28
1.6.1	Zusammenfassung möglicher Techniken zur Netzwerkanalyse . . . . .	28

1.6.2	Beschreibung des Millikan-Versuchs in eigenen Worten (siehe auch Metzler S. 210) . . . .	29
1.7	7. Hausaufgabe . . . . .	30
1.7.1	Konkrete Zahlenwerte für den Millikan-Versuch . . . . .	30
1.8	8. Hausaufgabe . . . . .	30
1.8.1	Persönliche Bilanz der Doppelstunde . . . . .	30
1.8.2	Zusammenfassung der Seiten 208f. des Metzlers . . . . .	31
1.9	9. Hausaufgabe . . . . .	32
1.9.1	Buch Seite 209, Aufgabe 1 . . . . .	32
1.9.2	Buch Seite 209, Aufgabe 2 . . . . .	32
1.9.3	Buch Seite 209, Aufgabe 3 . . . . .	32
1.9.4	Buch Seite 211, Aufgabe 1 . . . . .	32
1.10	10. Hausaufgabe . . . . .	35
1.10.1	Seiten 178 bis 181 zusammenfassen . . . . .	35
1.10.2	Buch Seite 181, Aufgabe 1 . . . . .	36
1.10.3	Buch Seite 181, Aufgabe 2 . . . . .	36
1.11	11. Hausaufgabe . . . . .	36
1.11.1	Zusammenfassung der Seiten 188–190 und der Doppelstunde . . . . .	36
1.11.2	Buch Seite 189, Aufgabe 1 . . . . .	37
1.11.3	Buch Seite 189, Aufgabe 2 . . . . .	37
1.11.4	Buch Seite 189, Aufgabe 3 . . . . .	38
1.11.5	Buch Seite 189, Aufgabe 4 . . . . .	38
1.12	12. Hausaufgabe . . . . .	40
1.12.1	Zusammenfassung der Seiten 184–187 . . . . .	40
1.13	13. Hausaufgabe . . . . .	41
1.13.1	Zusammenfassung der Seiten 194–197 . . . . .	41
1.13.2	Buch Seite 197, Aufgabe 1 . . . . .	42
1.13.3	Buch Seite 197, Aufgabe 2 . . . . .	42

1.13.4	Buch Seite 197, Aufgabe 3 . . . . .	43
1.14	14. Hausaufgabe . . . . .	43
1.14.1	Zusammenfassung der Seite 198 . . . . .	43
1.14.2	Buch Seite 199, Aufgabe 1 . . . . .	44
1.14.3	Buch Seite 199, Aufgabe 2 . . . . .	44
1.15	15. Hausaufgabe . . . . .	44
1.15.1	Buch Seite 201 nach „ $F = Dx$ “ übertragen . .	44
1.16	16. Hausaufgabe . . . . .	46
1.16.1	Buch Seite 187, Aufgabe 5 . . . . .	46
1.16.2	Buch Seite 201, Aufgabe 1 . . . . .	46
1.16.3	Buch Seite 201, Aufgabe 2 . . . . .	46
1.16.4	Buch Seite 201, Aufgabe 3 . . . . .	46
1.16.5	Buch Seite 201, Aufgabe 4 . . . . .	47
1.17	17. Hausaufgabe . . . . .	47
1.17.1	Beurteilung des Kurzreferats von Sinan und mir . . . . .	47
1.18	18. Hausaufgabe . . . . .	48
1.18.1	Potenzial- und Kraftfeld einer geladenen Kugel	48
1.19	19. Hausaufgabe . . . . .	49
1.19.1	Zusammenfassung des Franck–Hertz-Versuchs (B. S. 401ff.) . . . . .	49
1.20	20. Hausaufgabe . . . . .	50
1.20.1	Büchervergleich: Metzler ↔ „Physik Oberstufe“	50
1.21	21. Hausaufgabe . . . . .	52
1.21.1	Ranking-Kriterien des Büchervergleichs und Vorgang bei der Ergebniszusammenstellung .	52
1.22	22. Hausaufgabe . . . . .	52
1.22.1	Vergleich zwischen fließendem Wasser und Kon- densatoren . . . . .	52
1.23	23. Hausaufgabe . . . . .	54
1.23.1	Buch Seite 227, Aufgabe 1 . . . . .	54

1.23.2	Buch Seite 227, Aufgabe 2 . . . . .	54
1.23.3	Buch Seite 227, Aufgabe 3 . . . . .	54
1.23.4	Zusammenfassung der Seiten 224-227 . . . . .	55
1.24	24. Hausaufgabe . . . . .	56
1.24.1	Zusammenfassung der Stunde . . . . .	56
1.25	25. Hausaufgabe . . . . .	59
1.25.1	Zusammenfassung des Unterrichts über $V_s$ . . . . .	59
1.25.2	Zusammenfassung der Aussagen des Metzlers über $V_s$ . . . . .	59
1.26	26. Hausaufgabe . . . . .	60
1.26.1	Zusammenfassung der Stunde: Der generalisierte Stoß . . . . .	60
1.27	27. Hausaufgabe . . . . .	62
1.27.1	Zusammenfassung der Ereignisse bei Annäherung eines Stabmagneten an eine Spule . . . . .	62
1.28	28. Hausaufgabe . . . . .	64
1.28.1	Zusammenfassung der Stunde: Tragfähiges mechanisches Modell zur Erleichterung des Verständnisses der Selbstinduktion . . . . .	64
1.28.2	Übertragung von B. S. 255 aufs mechanische Modell . . . . .	66
1.29	29. Hausaufgabe . . . . .	67
1.29.1	Buch Seite 255, Aufgabe 1 . . . . .	67
1.29.2	Buch Seite 255, Aufgabe 2 . . . . .	68
1.29.3	Buch Seite 255, Aufgabe 3 . . . . .	68
1.29.4	Buch Seite 255, Aufgabe 4 . . . . .	68
1.29.5	Buch Seite 255, Aufgabe 5 . . . . .	69
1.29.6	Fragen . . . . .	69
1.30	31. Hausaufgabe . . . . .	69
1.30.1	Zusammenfassung der Stunde . . . . .	69
1.30.2	Besprechung des Problems . . . . .	70

1.31	32. Hausaufgabe . . . . .	70
1.31.1	$\mathcal{E}$ ohne felderzeugende Ladungen! . . . . .	70
1.32	33. Hausaufgabe . . . . .	72
1.32.1	Buch Seite 232, Aufgabe 1 . . . . .	72
1.32.2	Buch Seite 232, Aufgabe 2 . . . . .	72
1.32.3	Buch Seite 232, Aufgabe 3 . . . . .	72
1.32.4	Buch Seite 232, Aufgabe 4 . . . . .	72
1.32.5	Buch Seite 232, Aufgabe 5 . . . . .	72
1.33	34. Hausaufgabe . . . . .	73
1.33.1	Buch Seite 231, Aufgabe 1 . . . . .	73
1.33.2	Buch Seite 231, Aufgabe 2 . . . . .	73
1.33.3	Buch Seite 231, Aufgabe 3 . . . . .	73
1.33.4	Buch Seite 231, Aufgabe 4 . . . . .	74
1.34	35. Hausaufgabe . . . . .	74
1.34.1	Zusammenfassung des Referats von Johannes und Sinan . . . . .	74
1.34.2	Zusammenfassung der Themen „Hallspannung“ und „Hallsonde“ . . . . .	75
1.35	36. Hausaufgabe . . . . .	76
1.35.1	Exzerpt von B. S. 234f.: Zyklotron . . . . .	76
1.36	37. Hausaufgabe . . . . .	77
1.36.1	$I$ ohne $\Delta Q!$ Elektrischer Strom ohne Ladungstransport! . . . . .	77
1.37	38. Hausaufgabe . . . . .	80
1.37.1	Zusammenfassung des Themas „Linienintegral“ (inkl. Definition des mathematischen Weges) . . . . .	80
1.37.2	$U_n(t)$ bei einem durch eine Spule fallenden Stabmagneten . . . . .	82
1.38	39. Hausaufgabe . . . . .	83
1.38.1	Zusammenfassung der Stunde über die MAXWELLSchen Gleichungen . . . . .	83

1.39	40. Hausaufgabe . . . . .	84
1.39.1	Zusammenfassung des Hall-Effekts unter den Gesichtspunkten der Stunde . . . . .	84
1.39.2	Erneute kurze Zusammenfassung des Sachverhalts beim Zyklotron . . . . .	84
1.40	41. Hausaufgabe . . . . .	85
1.40.1	Buch Seite 231, Aufgabe 4 . . . . .	85
1.40.2	Buch Seite 231, Aufgabe 5 . . . . .	85
1.41	42. Hausaufgabe . . . . .	85
1.41.1	Zusammenfassung der Seiten 240f. . . . .	85
1.41.2	Buch Seite 241, Aufgabe 1 . . . . .	86
1.42	43. Hausaufgabe . . . . .	88
1.42.1	Feldlinien, $\beta$ und Energiedichten eines von zwei Strömen erzeugten Magnetfelds . . . . .	88
1.43	44. Hausaufgabe . . . . .	89
1.43.1	Zusammenfassung der Stunde: Massenspektroskop . . . . .	89
1.44	45. Hausaufgabe . . . . .	90
1.44.1	Exzerpt von B. S. 260f.: sich drehende Leiterschleife . . . . .	90
1.45	46. Hausaufgabe . . . . .	90
1.45.1	Zusammenfassung der Stunde . . . . .	90
1.46	47. Hausaufgabe . . . . .	91
1.46.1	Zusammenfassung der Stunde: Schnurmodell zum elektromagnetischen Schwingkreis . . . . .	91
1.46.2	Übertragung von B. S. 275 aufs mechanische Modell . . . . .	94
1.47	48. Hausaufgabe . . . . .	95
1.47.1	Auflösung der Differentialgleichung fürs Mechanische . . . . .	95
1.48	49. Hausaufgabe . . . . .	95

1.48.1	Zusammenfassung der Stunde: Differentialgleichungen . . . . .	95
1.49	51. Hausaufgabe . . . . .	97
1.49.1	Buch Seite 277, Aufgabe 1 . . . . .	97
1.49.2	Buch Seite 277, Aufgabe 2 . . . . .	98
1.49.3	Buch Seite 277, Aufgabe 3 . . . . .	98
1.50	52. Hausaufgabe . . . . .	98
1.50.1	Zusammenfassung der Stunde: Gleichstrom als Spezialfall des Wechselstroms, Wechselstromwiderstand von Spule und Kondensator	98
1.51	53. Hausaufgabe . . . . .	100
1.51.1	Exzerpt von B. S. 266: Energieübertragung im Wechselstromkreis und Vergleich mit unserer Herleitung . . . . .	100
1.52	54. und 55. Hausaufgabe . . . . .	102
1.52.1	Graphen von $U(t)$ , $I(t)$ , $E_L(t)$ und $E_C(t)$ des ungedämpften Schwingkreises . . . . .	102
1.52.2	Quantitative Graphen von $P_C(t)$ und $P_L(t)$ . .	103
1.52.3	Kurzer Text zum Versuchsergebnis . . . . .	104
1.53	56. Hausaufgabe . . . . .	104
1.53.1	Exzerpt von B. S. 119f.: Resonanz . . . . .	104
1.54	58. Hausaufgabe . . . . .	106
1.54.1	Fünf Fragen und Antworten zur Resonanz . .	106
1.55	59. Hausaufgabe . . . . .	108
1.55.1	Gesammelte Fragen und Antworten zum Themenkreis Schwingkreis . . . . .	108
1.56	60. Hausaufgabe . . . . .	112
1.56.1	Wechselstromkreisanalyse . . . . .	112
1.57	63. Hausaufgabe . . . . .	116
1.57.1	Fragen zu den Abituraufgaben . . . . .	116
1.57.2	Eindruck des wissenschaftlichen Texts der Stunde . . . . .	116

1.58	64. Hausaufgabe . . . . .	117
1.58.1	Abituraufgabe 2001-6/1 . . . . .	117
1.58.2	Zusammenfassung der Stunde: Leistung als Energiestromstärke . . . . .	119
1.58.3	Zusammenfassung der Stunde: Durchschnitts- werte . . . . .	120
1.58.4	Zusammenfassung der Stunde: Umgehen mit „zusammengesetzten“ Integralen . . . . .	120
1.59	66. Hausaufgabe . . . . .	121
1.59.1	Gesamtgemäldeteil: Rückkopplungsschaltung nach Meißner . . . . .	121
1.59.2	Gesamtgemäldeteil: Kennlinien, speziell: Tran- sistorkennlinien . . . . .	125
1.59.3	Gesamtgemäldeteil: Kondensatorentladung .	126
1.60	67. Hausaufgabe . . . . .	128
1.60.1	Zusammenfassung der Stunde unter beliebi- ger Schwerpunktsetzung: Wirkungen gleich- zeitiger $\mathcal{E}$ - und $\beta$ -Felder . . . . .	128
1.61	68. Hausaufgabe . . . . .	129
1.61.1	Zusammenfassung der Stunde: HERTZscher Dipol . . . . .	129
1.62	69. Hausaufgabe . . . . .	131
1.62.1	Zusammenfassung der Stunde: Lecher-Leitung als entarteter Schwingkreis? . . . . .	131
1.63	70. und 71. Hausaufgabe . . . . .	132
1.63.1	Zusammenfassung der Stunde: Gleichspan- nungsgenerator . . . . .	132
1.63.2	Zusammenfassung der Stunde: Wechselspan- nungsgenerator . . . . .	133
1.64	72. Hausaufgabe . . . . .	134
1.64.1	Formelsammlung über B. S. 262–287 . . . .	134
1.64.2	Fragen . . . . .	135
1.65	73. Hausaufgabe . . . . .	136



1.65.1	Zusammenfassung eines bestimmten Aspekts: Masse ohne Materie! . . . . .	136
1.66	74. Hausaufgabe . . . . .	137
1.66.1	Formeln der Formelsammlung, S. 49–53 . . .	137
1.67	75. Hausaufgabe . . . . .	138
1.67.1	Exzerpt von B. S. 280f.: Mikrowellen; Reflek- tion elektromagnetischer Wellen . . . . .	138
1.67.2	Exzerpt von B. S. 312: Licht als Transversal- welle; Polarisation . . . . .	140
1.67.3	Exzerpt von B. S. 313f.: Polarisation bei Re- flexion; BREWSTERwinkel . . . . .	141
1.67.4	Fragen . . . . .	141
1.68	76. Hausaufgabe . . . . .	142
1.68.1	Exzerpt von B. S. 134: HUYGENSsches Prinzip	142
1.68.2	Exzerpt von B. S. 135: Reflexion und Bre- chung ebener Wellen . . . . .	143
1.68.3	Exzerpt von B. S. 136: Brechungsgesetz . . .	144
1.68.4	Exzerpt von B. S. 137: Beugung, Streuung .	144
1.68.5	Exzerpt von B. S. 138ff.: Ausbildung stehen- der Wellen . . . . .	145
1.68.6	Buch Seite 136, Aufgabe 1 . . . . .	145
1.68.7	Buch Seite 136, Aufgabe 2 . . . . .	146
1.68.8	Fragen . . . . .	146
1.69	77. Hausaufgabe . . . . .	148
1.69.1	Plakat zur Wellenbeugung und -brechung . .	148
1.70	78. Hausaufgabe . . . . .	159
1.70.1	Zusammenfassung der Stunde: Unterschied- liche Arten von physikalischen Größen . . . .	159
1.70.2	Fragen . . . . .	161
1.71	79. Hausaufgabe . . . . .	161
1.71.1	Entwurf einer eigenen Schattentheorie . . . .	161

1.72	80. Hausaufgabe . . . . .	163
1.72.1	Kohärenz . . . . .	163
1.72.2	Michelsoninterferometer . . . . .	165
1.72.3	Zeitliche Kohärenz . . . . .	167
1.72.4	Räumliche Kohärenz . . . . .	170
1.72.5	Intensität . . . . .	173
1.72.6	Herleitung der Gleichung für ebene Wellen .	175
1.72.7	Abschließende Bemerkung . . . . .	176
1.72.8	Quellen . . . . .	176
1.73	81. Hausaufgabe . . . . .	178
1.73.1	Exzerpt von B. S. 131: Interferenz zweier Kreiswellen . . . . .	178
1.73.2	Exzerpt von B. S. 132: Gangunterschied, konstruktive und destruktive Interferenz . . . . .	178
1.73.3	Exzerpt von B. S. 133: „Zweidimensionale stehende Wellen“ (Interferenzmuster), Energieverteilung bei Interferenz . . . . .	178
1.73.4	Buch Seite 133, Aufgabe 1 . . . . .	179
1.73.5	Buch Seite 133, Aufgabe 2 . . . . .	179
1.74	82. Hausaufgabe . . . . .	180
1.74.1	HUYGENSsche Elementarwellen beim Doppelspaltexperiment . . . . .	180
1.75	83. Hausaufgabe . . . . .	182
1.75.1	Tricksereien beim Interferenzexperiment zur Wellenlängenbestimmung . . . . .	182
1.76	84. Hausaufgabe . . . . .	191
1.76.1	Zentimeterwellen . . . . .	191
1.76.2	Versuchsergebnisse . . . . .	192
1.77	88. Hausaufgabe . . . . .	193
1.77.1	Michelsoninterferometer . . . . .	193
1.78	90. Hausaufgabe . . . . .	195

1.78.1	Buch Seite 329, Aufgabe 1 . . . . .	195
1.78.2	Buch Seite 329, Aufgabe 2 . . . . .	196
1.78.3	Buch Seite 329, Aufgabe 3 . . . . .	196
1.79	91. Hausaufgabe . . . . .	196
1.79.1	Exzerpt von B. S. 328: Bestimmung des Spektrums von Röntgenstrahlung . . . . .	196
1.79.2	Exzerpt von B. S. 328: Charakterisierung „ungeordneter Kristalle“ durch Debye–Scherrer-Ringe . . . . .	197
1.79.3	Exzerpt von B. S: 328f.: Charakterisierung von Kristallen durch Laue-Diagramme . . . . .	197
1.80	92. Hausaufgabe . . . . .	198
1.80.1	Exzerpt von B. S. 362: Relativistische Masse	198
1.80.2	Vergleich der Definition der relativistischen Masse mit der Formelsammlung (S. 54f.) . .	198
1.80.3	Fragen . . . . .	199
1.81	93. Hausaufgabe . . . . .	199
1.81.1	Abtippen der rechten Spalte von B. S. 371 . .	199
1.82	94. Hausaufgabe . . . . .	201
1.82.1	Buch Seite 363, Aufgabe 1 . . . . .	201
1.82.2	Buch Seite 363, Aufgabe 2 . . . . .	201
1.82.3	Buch Seite 363, Aufgabe 3 . . . . .	201
1.83	95. Hausaufgabe . . . . .	201
1.83.1	Nachlesen des Spektrums von Hg-Dampf-Lampen . . . . .	201
1.83.2	Wie viele Maxima gibt es für $g_1 = \left(\frac{1000}{\text{mm}}\right)^{-1}$ und $g_2 = \left(\frac{1000}{\text{cm}}\right)^{-1}$ ? . . . . .	202
1.84	96. Hausaufgabe . . . . .	202
1.84.1	Selbstgestellte Aufgabe . . . . .	202
1.85	99. Hausaufgabe . . . . .	202
1.85.1	Exzerpt von B. S. 374f.: Das PLANKsche Wirkungsquantum . . . . .	202

1.86	101. Hausaufgabe . . . . .	203
1.86.1	Exzerpt von B. S. 376: Die Lichtquantenhy- pothese . . . . .	203
1.86.2	Exzerpt von B. S. 377: Umkehrung des licht- elektrischen Effekts mit Leuchtdioden . . . . .	204
1.86.3	Fragen . . . . .	204
1.87	102. Hausaufgabe . . . . .	205
1.87.1	Unangemessene Aussagen zum Photonenkon- zept . . . . .	205
1.88	103. Hausaufgabe . . . . .	207
1.88.1	Exzerpt von B. S. 380: Photonenmasse und -impuls . . . . .	207
1.88.2	Exzerpt von B. S. 380: Compton-Effekt . . . . .	207
1.88.3	Fragen . . . . .	208
1.89	104. Hausaufgabe . . . . .	209
1.89.1	Zusammenfassung der Stunde: Kosinussatz beim Compton-Effekt . . . . .	209
1.90	106. Hausaufgabe . . . . .	210
1.90.1	Exzerpt und Diskussion von B. S. 378: Er- zeugung von Röntgenstrahlung als inverser Prozess des lichtelektrischen Effekts . . . . .	210
1.90.2	Exzerpt und Diskussion von B. S. 378: Präparation von Röntgenstrahlung . . . . .	210
1.90.3	Exzerpt und Diskussion von B. S. 378: Mes- sung der Strahlungsintensität in Abhängigkeit der Wellenlänge . . . . .	213
1.90.4	Exzerpt und Diskussion von B. S. 378f.: Deu- tung der vom Anodenmaterial abhängigen Spek- tren . . . . .	214
1.90.5	Exzerpt und Diskussion von B. S. 379: Zu- sammenhang zwischen übertragener Energie und resultierender Wellenlänge . . . . .	216
1.90.6	Fragen zur Erzeugung von Röntgenstrahlung in einer Röntgenröhre . . . . .	217

1.90.7	Allgemeine Fragen . . . . .	217
1.91	107. Hausaufgabe . . . . .	218
1.91.1	Formelsammlung zur Klausur . . . . .	218
1.92	112. Hausaufgabe . . . . .	221
1.92.1	Zusammenfassung der Stunde: Unterschiedliche Realitätsbegriffe . . . . .	221
1.92.2	Zusammenfassung der Stunde: Populäre Auffassung der Naturwissenschaft . . . . .	222
1.93	113. Hausaufgabe . . . . .	223
1.93.1	B. S. 382: Treffend vs. zutreffend . . . . .	223
1.93.2	B. S. 382: Photonenverteilung hinter dem Doppelspalt . . . . .	224
1.93.3	B. S. 383: Schluss auf Lichtquanten . . . . .	224
1.93.4	B. S. 383: Photonendichte . . . . .	225
1.93.5	B. S. 383: Aufgaben . . . . .	226
1.93.6	B. S. 384: Anwendung des Gesetzes der großen Zahlen . . . . .	227
1.93.7	B. S. 386: De-Broglie-Wellen . . . . .	228
1.93.8	B. S. 387: Interferenz von Elektronen . . . . .	229
1.93.9	B. S. 389: Vollständige Beschreibung? . . . . .	229
1.93.10	B. S. 389: Wechselwirkung $\Leftrightarrow$ Teilcheneigenschaften? . . . . .	230
1.93.11	B. S. 389: Aufgaben . . . . .	230
1.93.12	Fragen . . . . .	231
1.93.13	Bildquellen . . . . .	232
1.94	114. Hausaufgabe . . . . .	232
1.94.1	Mutmaßungen über die schwingende Größe bei Materiewellen . . . . .	232
1.94.2	Buchvergleich . . . . .	234
1.95	115. Hausaufgabe . . . . .	236
1.95.1	B. S. 392f.: Die HEISENBERG'sche Unschärferelation . . . . .	236

1.96	116. Hausaufgabe . . . . .	237
1.96.1	Zusammenfassung der Stunde: Lokalisierung und Delokalisierung . . . . .	237
1.96.2	Unschärferelation beim Doppelspalt . . . . .	241
1.96.3	Fragen . . . . .	243
1.97	117. Hausaufgabe . . . . .	245
1.97.1	Exzerpt von B. S. 397: Grundwissen Quan- tenphysik . . . . .	245
1.98	118. Hausaufgabe . . . . .	246
1.98.1	Zusammenfassung der Stunde: Stoff bis zu den Weihnachtsferien . . . . .	246
1.99	119. Hausaufgabe . . . . .	248
1.99.1	Exzerpt von B. S. 414: Unendlich hoher Po- tenzialtopf . . . . .	248
1.99.2	Exzerpt von B. S. 414: Wellenlängen der Wel- lenfunktion im Fall stehender Wellen . . . . .	248
1.99.3	Exzerpt von B. S. 414f.: Energien im Fall ste- hender Wellen . . . . .	249
1.99.4	Exzerpt von B. S. 415: Energietransfers; An- und Abregungen . . . . .	250
1.99.5	Exzerpt von B. S. 416: Einfachbindung . . . . .	251
1.99.6	Exzerpt von B. S. 417: Farbstoffmoleküle . . . . .	252
1.99.7	Aufgaben von B. S. 415 . . . . .	252
1.99.8	Allgemeine Fragen . . . . .	253
1.100	120. Hausaufgabe . . . . .	254
1.100.1	Berechnung einiger Impulse von eingesperr- ten „Teilchen“ . . . . .	254
1.100.2	Fragen und Antworten zum Modell des un- endlich hohen Potenzialtopfes . . . . .	254
1.101	121. Hausaufgabe . . . . .	258
1.101.1	Exzerpt von B. S. 408: BOHRsche Postulate . . . . .	258
1.101.2	Exzerpt von B. S. 408f.: Energie . . . . .	258

1.101.3 Fragen . . . . .	259
1.102 122. Hausaufgabe . . . . .	260
1.102.1 Exzerpt und Diskussion von B. S. 403: Die Balmer-Formel . . . . .	260
1.103 123. Hausaufgabe . . . . .	262
1.103.1 Fragen . . . . .	262
1.103.2 Darstellung von Bohrs Modell in Schroedels „Quantenmechanik“ . . . . .	262
1.104 124. Hausaufgabe . . . . .	263
1.104.1 Exzerpt und Diskussion von B. S. 400ff.: Der Franck-Hertz-Versuch . . . . .	263
1.105 125. Hausaufgabe . . . . .	268
1.105.1 Exzerpt von B. S. 404: Resonanzabsorption .	268
1.106 126. Hausaufgabe . . . . .	270
1.106.1 Exzerpt von B. S. 149: Der Ölfleckversuch . .	270
1.106.2 Exzerpt von B. S. 405: Das THOMSONsche Atommodell . . . . .	270
1.106.3 Exzerpt von B. S. 405: Das RUTHERFORD- sche Atommodell . . . . .	271
1.107 128. Hausaufgabe . . . . .	271
1.107.1 Exzerpt und Diskussion von B. S. 148: Druck	271
1.107.2 Exzerpt und Diskussion von B. S. 148: Die allgemeine Gasgleichung . . . . .	272
1.107.3 Buch Seite 148, Aufgabe 1 . . . . .	273
1.107.4 Fragen . . . . .	273
1.108 129. Hausaufgabe . . . . .	273
1.108.1 Exzerpt von B. S. 153: Herleitung der Grund- gleichung der kinetischen Gastheorie . . . . .	273
1.108.2 Fragen . . . . .	274
1.109 130. Hausaufgabe . . . . .	275
1.109.1 Buch Seite 155, Aufgabe 1 . . . . .	275

1.109.2	Buch Seite 155, Aufgabe 2 . . . . .	275
1.109.3	Buch Seite 155, Aufgabe 3 . . . . .	276
1.109.4	Buch Seite 155, Aufgabe 4 . . . . .	276
1.109.5	Fragen . . . . .	276
1.110	131. Hausaufgabe . . . . .	276
1.110.1	Exzerpt von B. S. 428: Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung . . . . .	276
1.110.2	Exzerpt von B. S. 429: Absorption von Röntgenstrahlung . . . . .	277
1.110.3	Fragen . . . . .	277
1.111	132. Hausaufgabe . . . . .	278
1.111.1	Exzerpt von B. S. 426: Das Pauli-Prinzip . . .	278
1.111.2	Exzerpt von B. S. 426f.: Der Aufbau des Periodensystems . . . . .	279
1.111.3	Fragen . . . . .	279
1.112	133. Hausaufgabe . . . . .	280
1.112.1	Erklärung des Bilds 427.1 (Manifestationswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Entfernung vom Kern) . . . . .	280
1.113	136. Hausaufgabe . . . . .	281
1.113.1	Exzerpt von B. S. 430: Verbotene Übergänge	281
1.113.2	Exzerpt von B. S. 431: Fluoreszenz . . . . .	282
1.113.3	Exzerpt von B. S. 431: Phosphoreszenz . . .	282
1.113.4	Exzerpt von B. S. 432: Besetzungsinversion .	282
1.113.5	Exzerpt von B. S. 432: Stimulierte Emission	282
1.113.6	Fragen . . . . .	283
1.114	140. Hausaufgabe . . . . .	283
1.114.1	Exzerpt von B. S. 496: Ordnung der Kerne .	283
1.114.2	Exzerpt von B. S. 498: Notation . . . . .	284
1.114.3	Exzerpt von B. S. 498f. und 509f.: Zerfallsreihen . . . . .	284



1.114.4 Exzerpt von B. S. 509: Wirkungsquerschnitt	285
1.114.5 Fragen . . . . .	286
1.115 143. Hausaufgabe . . . . .	287
1.115.1 Exzerpt von B. S. 503f.: Motivation des Tröpfchenmodells . . . . .	287
1.115.2 Exzerpt von B. S. 504: Annäherung durch drei Energieterme . . . . .	287
1.115.3 Exzerpt von B. S. 504: Ausdruck der Bindungsenergie durch die drei Energieterme . .	288
1.115.4 Exzerpt von B. S. 504: Die Konstanten $a$ , $b$ und $c$ (bzw. $c'$ ) . . . . .	288
1.115.5 Exzerpt von B. S. 504f.: Erweiterung des Tröpfchenmodells . . . . .	288
1.115.6 Fragen . . . . .	289
1.116 144. Hausaufgabe . . . . .	289
1.116.1 Buch Seite 513, Aufgabe 1 . . . . .	289
1.116.2 Buch Seite 513, Aufgabe 2 . . . . .	290
1.117 145. Hausaufgabe . . . . .	290
1.117.1 Exzerpt von B. S. 500f.: Gesetz des radioaktiven Zerfalls . . . . .	290
1.118 149. Hausaufgabe . . . . .	292
1.118.1 Exzerpt von B. S. 512: Paarzerstörung . . . . .	292
1.118.2 Exzerpt von B. S. 512: Paarerzeugung . . . . .	293
1.118.3 Fragen . . . . .	293
1.119 159. Hausaufgabe . . . . .	294
1.119.1 Buch Seite 491, Aufgabe 1 . . . . .	294
1.119.2 Buch Seite 491, Aufgabe 2 . . . . .	294
1.119.3 Buch Seite 491, Aufgabe 3 . . . . .	294
1.119.4 Buch Seite 491, Aufgabe 4 . . . . .	294

# 1 Hausaufgaben

## 1.1 1. Hausaufgabe

### 1.1.1 Wiederholung der Stunde in eigenen Worten

Bei der Gravitation kennen wir bereits den Ortsfaktor  $g$ , z.B. gilt auf der Erde durchschnittlich  $g \approx 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ . Durch Verwendung der Definition des Newtons,  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , kann man die Einheit des Ortsfaktors nach  $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  umstellen.

Bei elektrischen Feldern gibt es ebenfalls einen „Ortsfaktor“, der analog zu einem alternativen Begriff des Ortsfaktors bei der Gravitation, Gravitationsfeldstärke, elektrische Feldstärke genannt und in der Einheit  $\frac{\text{N}}{\text{C}}$  angegeben wird.

Aus der 10. Klasse kennen wir eine Formel zum Ausdrücken elektrischer Arbeit,  $W = UIt$ , oder, wenn wir mit den entsprechenden Einheiten substituieren,  $1 \text{ J} = 1 \text{ VAs}$ . Energie wiederum kann man als Produkt aus Kraft und Weg, also N und m, auffassen (Wissen der 9. Klasse), womit man durch Auflösen einen weiteren Ausdruck für N herleiten kann:  $1 \text{ N} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{VAs}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{VC}}{\text{m}}$ ;

Setzt man diese Gleichung in die obige Definition der elektrischen Feldstärke ein, so erhält man  $\frac{\text{V}}{\text{m}}$  als eine weitere mögliche Einheit für die Energiedichte.

(Benötigte Zeit: 19 min)

15.09.2005

## 1.2 2. Hausaufgabe

### 1.2.1 Wiederholung der Stunde in eigenen Worten

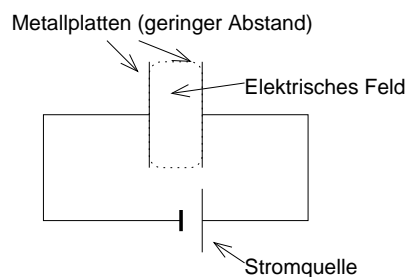
Lädt man zwei sich nicht berührende parallele Metallplatten jeweils elektrisch gegensätzlich auf (siehe Grafik), so wird im Plattenzwischenraum ein elektrisches Feld erzeugt.

Elektrische Felder sind vergleichbar mit Gravitationsfeldern, die wir schon im letzten Jahr kennen gelernt haben. So sind elektrische Felder, genau wie Gravitationsfelder, weder seh- noch fühlbar. Beiden Feldtypen kann man vektorielle „Ortsfaktoren“ zuordnen, die in der Einheit  $\frac{\text{N}}{\text{kg}}$  bzw.  $\frac{\text{N}}{\text{C}}$  angegeben werden.

Zusätzlich kann man elektrischen Feldern eine bestimmte Energie zuordnen, und, da sich das Feld im Kondensator-Beispiel über ein bestimmtes Volumen erstreckt, auch eine zugehörige Energiedichte, welche analog zur bereits bisher bekannten Massendichte (oder in missverständnisslosen Kontext kurz nur „Dichte“) in der Einheit  $\frac{\text{J}}{\text{m}^3}$  angegeben wird und durch  $\frac{W}{V}$  berechnet werden kann, wobei  $W$  die Energie des Feldes zwischen den Platten und  $V$  das durch die Metallplatten eingeschlossene Volumen bezeichnet. Eine Formel zur Berechnung der Feldenergie kennen wir bisher jedoch noch nicht.

Dichten sind skalare Größen und immer auf ein zugehöriges Volumen bezogen; Andere Größen, wie z.B. die schon oben erwähnte elektrische Feldstärke, sind dagegen vektorielle Größen, können also mehr als eine Komponente enthalten.

Weiterhin ist es nicht möglich, jeder physikalischen Größe eine Dichte zuzuordnen, so ist z.B. die Idee einer „Zeitdichte“, also  $\frac{\text{s}}{\text{m}^3}$ , nur bedingt sinnvoll. Masse, Ladung, Entropie, Energie, Impuls und Stoffmenge sind Beispiele für Größen bei denen ein zugehöriger Dichtebegriff existiert. Zusätzlich gibt es Flussdichten, die für uns aber vorerst nicht relevant sind.



(Benötigte Zeit: 37 min)

19.09.2005

## 1.3 3. Hausaufgabe

### 1.3.1 Wiederholung der Stunde in eigenen Worten

Aus der 10. Klasse kennen wir bereits die zentralen Größen Spannung ( $U$ ), Stromstärke ( $I$ ) und Widerstand ( $R$ ). Nun haben wir zwei neue Regeln kennen gelernt, die Knotenregel und die Maschenregel.

Die Maschenregel besagt, dass die Summe aller Teilspannungen einer Schaltung, wenn man alle Teilwiderstände in einem selbst gewählten Drehsinn abläuft, 0 ergibt. Wichtig ist nicht, ob man alle Verbraucher im oder gegen den Uhrzeigersinn „abklappert“, entscheidend ist, dass man bei seiner Wahl bleibt. (Das erklärt auch die negativen Spannungen, die sich ergeben können.)

Für die Stromstärke gibt es eine ähnliche Regel: Die Knotenregel besagt, dass die Summe aller Eingangs- und Ausgangsströme 0 ergibt, unter der Voraussetzung, dass man entweder die Eingangs- oder die Ausgangsströme negiert, also ihr Vorzeichen umkehrt. Anders formuliert besagt die Knotenregel, dass die Summe aller Eingangsströme der Summe aller Ausgangsströme entspricht.

Schließlich haben wir analysiert, was man mit der durch die Stromquelle abgegebenen Energie passiert. Dabei haben wir festgestellt, dass man, ähnlich wie man den Stromfluss bei einer Schaltung verfolgen kann, auch den Energiefluss betrachten kann. Dabei interessiert man sich für die umgesetzte Energie pro Zeiteinheit, also für die Leistung, dem Produkt aus Spannung und transportierter Ladung pro für den Ladungstransport benötigte Zeit, also  $P = \frac{U\Delta Q}{\Delta t} = UI$  mit der Einheit  $\frac{J}{s}$  bzw., äquivalent, W.

### 1.3.2 Messung von Strömen und Spannungen

Spannung, als Angabe der Potenzialdifferenz zwischen zwei Punkten, kann man nur zwischen zwei Punkten messen. Demzufolge macht der Ausdruck „die Spannung bei Punkt X“ wenig Sinn, ein Vergleichspunkt ist unbedingt erforderlich. Richtig müsste es also z.B. „die Spannung zwischen Punkt X und Y“ heißen.

Zur Spannungsmessung schaltet man ein Spannungsmessgerät parallel. Dabei wird das Ergebnis durch den Innenwiderstand des Messgerätes verfälscht; Soll die Anzeige die „Realität“ sehr gut wiedergeben, ist es ratsam, den Innenwiderstand von Spannungsmessgeräten sehr groß zu machen. Damit fließt nach den Regeln für die Stromstärke bei Parallelschaltungen der 10. Klasse durch das Spannungsmessgerät nur sehr wenig Strom, es geht also nur sehr wenig Strom für die eigentliche Schaltung verloren.

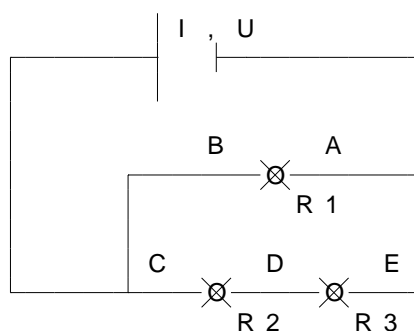
Ströme dagegen werden bei einem Punkt gemessen, also macht der Ausdruck „die Stromstärke zwischen X und Y“ wenig Sinn, hier muss es richtig „die Stromstärke bei X“ lauten. Ruft man sich

die Definition der Stromstärke (Transportierte Ladung pro dazu benötigter Zeit) ins Gedächtnis, wird dies schnell klar: Vereinfacht vorgestellt möchte man die Zahl der geladenen Teilchen messen, die z.B. einen Draht pro Sekunde passieren.

Trotzdem benötigt ein Strommessgerät natürlich auch zwei Verbindungen mit dem Stromkreis – der einfließenden Strom muss das Messgerät auch wieder verlassen können.

Zur Messoptimierung ist es bei der Strommessung ratsam, den Innenwiderstand möglichst klein zu halten, da Strommessgeräte in Reihe geschaltet werden. Dadurch geht, folgt man den Regeln für die Spannungsaufteilung in Reihenschaltungen der 10. Klasse, nur wenig Spannung für die eigentlichen Verbraucher verloren.

### 1.3.3 Berechnung eines Beispiel-Stromkreises



#### Gegeben

Gesamtspannung:  $U = 9,0 \text{ V}$ ;

Teilwiderstände:  $R_1 = R_2 = R_3 = 150 \Omega$ ;

#### Gesucht

$I, I_{AB}, I_{CE}, I_{CD}, I_{DE},$   
 $P, P_{AB}, P_{CE}, P_{CD}, P_{DE}$

#### Rechnung

$U_{AB} = U_{CE} = U = 9,0 \text{ V}$ ; (Spannung bei Parallelschaltungen)

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} = \frac{1}{R_1} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\frac{2}{3}R_1}; \Rightarrow R = \frac{2}{3}R_1 = 100 \Omega;$$

(Ersatzwiderstand von Parallel- und Reihenschaltungen)

$$I = \frac{U}{R} = \frac{9,0 \text{ V}}{100 \Omega} = 90 \text{ mA};$$

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_{AB}} = \frac{U}{R_1} = 60 \text{ mA}; \text{ (OHMsches Gesetz)}$$

$$I_{CE} = \frac{U_{CE}}{R_{CE}} = \frac{U}{2R_1} = 30 \text{ mA}; \text{ (OHMsches Gesetz)}$$

$$I_{CD} = I_{DE} = I_{CE}; \text{ (Stromstärke von Reihenschaltungen)}$$

$$P = UI = \frac{U^2}{R} = \frac{(9,0\text{V})^2}{100\Omega} = 0,81 \text{ W};$$

$$P_{AB} = \frac{U_{AB}^2}{R_{AB}} = \frac{(9,0\text{V})^2}{150\Omega} = 0,54 \text{ W};$$

$$P_{CE} = \frac{U_{CE}^2}{R_{CE}} = \frac{(9,0\text{V})^2}{300\Omega} = 0,27 \text{ W};$$

$$P_{CD} = P_{DE} = \frac{1}{2}P_{CE} = 0,14 \text{ W};$$

### 1.3.4 Analyse des Strom- und Energieflusses im Beispiel-Stromkreis

Der gesamte Strom der Stromquelle fließt bis zum Verzweigungspunkt ungeteilt, also mit seiner vollen Stärke,  $I = 90 \text{ mA}$ .

Dann teilt sich der Strom an der Parallelschaltung auf; Im oberen Ast fließen  $I_{AB} = 60 \text{ mA}$ , im unteren Ast fließen  $I_{CE} = 30 \text{ mA}$ . Die unterschiedlichen Stromstärken sind auf die unterschiedlichen Widerstände des oberen bzw. unteren Astes zurückzuführen. Es fließen  $I_{CD} = I_{DE} = 30 \text{ mA}$  durch beide Lämpchen des unteren Astes, eine zweite Aufteilung findet also nicht statt.

Schließlich vereinigt sich der Strom am Knotenpunkt wieder, er fließt wieder mit  $I = 90 \text{ mA}$ .

Der Energiefluss verhält sich ähnlich wie der Stromfluss: Vor der Verzweigung werden  $P = 0,81 \text{ W}$  umgesetzt.

Danach teilt sich die verfügbare elektrische Energie auf die zwei Äste auf, es werden von nun an im oberen Zweig  $P_{AB} = 0,54 \text{ W}$  und im unteren Zweig  $P_{CE} = 0,27 \text{ W}$  umgesetzt. Während im Lämpchen des oberen Astes klarerweise die vollen  $P_{AB} = 0,54 \text{ W}$  umgesetzt werden, werden in den beiden unteren Verbrauchern jeweils nur je  $P_{CD} = P_{DE} = \frac{1}{2}P_{CE} = 0,14 \text{ W}$  umgesetzt. Dies deckt sich mit unserem Wissen der 10. Klasse, demzufolge die Spannung in Reihenschaltungen entsprechend der zugehörigen Widerstände aufgeteilt wird.

Fragen: Ist es überhaupt zulässig, von einem Energiefluss zu sprechen? Kann sich Energie „aufteilen“? Kann man einzelne Joules so verfolgen wie man auch (z.B.) Elektronen verfolgen kann (könnte)?

(Benötigte Zeit: 59 min)

## 1.4 4. Hausaufgabe

### 1.4.1 Wiederholung der Stunde in eigenen Worten

Gravitationsfelder erstrecken sich ja unendlich weit (11. Klasse), nur nimmt die Feldstärke mit der Entfernung quadratisch ab. Dies gilt auch für elektrische Felder, was auch bedeutet, dass man eine Arbeit  $W_\infty$  berechnen kann, die, wenn man sie in ein Teilchen hineinsteckt, dafür sorgt, dass das Teilchen das Feld „verlässt“, also nie wieder von ihm eingeholt werden kann. Beim Gravitationsfeld der Erde entspricht dies der zweiten kosmischen Geschwindigkeit (ca.  $11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ ).

Leistung ( $P$ ) kann man sich auch als „Energiestromstärke“, also als eine Größe, die Energieflüsse beschreibt, vorstellen. Dies deckt sich mit der Einheit der Leistung –  $\frac{\text{J}}{\text{s}}$  zeigt sehr klar, dass es sich bei Leistung um eine Größe handelt, die den Fluss von Energie pro Sekunde beschreibt. Analog gibt man andere Stromstärken an, z.B. die Stromstärke von elektrischen Strömen in  $\frac{\text{C}}{\text{s}}$  oder die Anzahl vorbeigehender Schüler in  $\frac{1}{\text{s}}$ .

Feldänderungen können nicht instantan erfolgen, nimmt man z.B. eine zuvor aufgeladene Kondensatorplatte „sehr schnell“ weg, so wird das elektrische Feld, welches durch die Ladung des Kondensators erzeugt wurde, sich nicht zeitgleich mit dem Kondensator mitbewegen. Dies kann man durch die Äquivalenz von Masse und Energie,  $E = mc^2$ , erklären – Feldern kann man durchaus eine „Masse“ (siehe Frage weiter unten) zuordnen, womit klar wird, dass auch Felder träge sind.

In der 9. und 11. Klasse stellten wir uns vor, dass einem Körper die beim Hochheben zugeführte potenzielle Energie „irgendwie“ im Körper gespeichert wird, und dass diese Energie beim Herunterfallen in kinetische Energie umgewandelt wird. Erreicht der Körper wieder sein Nullniveau, so „enthält“ der Körper die zuvor zugeführte potenzielle Energie nicht mehr.

Dieses Modell ist allerdings nicht sehr tragfähig: Die zusätzliche potenzielle Energie, die in Körpern „gespeichert“ ist, kann nicht gemessen werden – so nimmt der Körper z.B. nicht an Masse zu, wird wärmer oder elektrisch aufgeladen. Ferner gibt es das Problem, dass man das Nullniveau der potenziellen Energie ja beliebig festlegen kann – aber Körper können von einer beliebig gewählten

Bezugsgröße ja nicht beeinflusst werden. (Änderung an der Definition des Gramms haben keine Massenzu- oder -abnahmen im Universum zur Folge.)

Daher fand man ein tragfähigeres Modell: Beim Hochheben eines Körpers wird nicht Energie im Körper, sondern im Gravitationsfeld gespeichert. Beim Herunterfallen wird die zuvor ins Gravitationsfeld gesteckte Energie dann wieder in kinetische Energie umgewandelt. Dieses Modell hat den Vorteil, dass nicht länger die Frage nach der Speicherungstechnik von Energie in Körpern behandelt werden muss.

Um dieses Modell besser verstehen zu können kann es hilfreich sein, ein mechanisches Analogon zu konstruieren: Befestigt man, in Schwerelosigkeit, einen Körper an einer Feder, und hebt nun den Körper „hoch“, so fließt Energie nicht in den Körper, sondern, in Form von Federenergie, in die Feder. Beim Loslassen des Körpers gibt ebenfalls nicht der Körper, sondern die Feder Energie ab. (Diese Analogie hinkt jedoch im Vergleich mit Gravitationsfeldern oder elektrischen Feldern: Der „Ortsfaktor“ nimmt bei G- und E-Feldern mit zunehmender Entfernung immer weiter ab, bei Federn nimmt er jedoch zu.)

### 1.4.2 Fragen

Besitzen Körper kinetische Energie (ähnlich wie wir uns früher die Speicherung von potenzieller Energie in Körpern vorgestellt haben)?

Ist die Energie, die in einem (Gravitations-)Feld gespeichert ist, (theoretisch) messbar?

Wie genau wird die Trägheit von Feldern begründet?

Fließt in einem einfachen Stromkreis mit Verbraucher in den Kabeln „nach“ dem Verbraucher immer noch Energie? Oder wandelt der Verbraucher, z.B. ein Lämpchen, die eingehende Energie (fast) vollständig in Licht um? Stimmt dann die Formel  $P = UI$ , die man ja eigentlich auch in dem Teil des Stromkreises, der sich nach dem Verbraucher befindet, anwenden kann, nicht mehr?

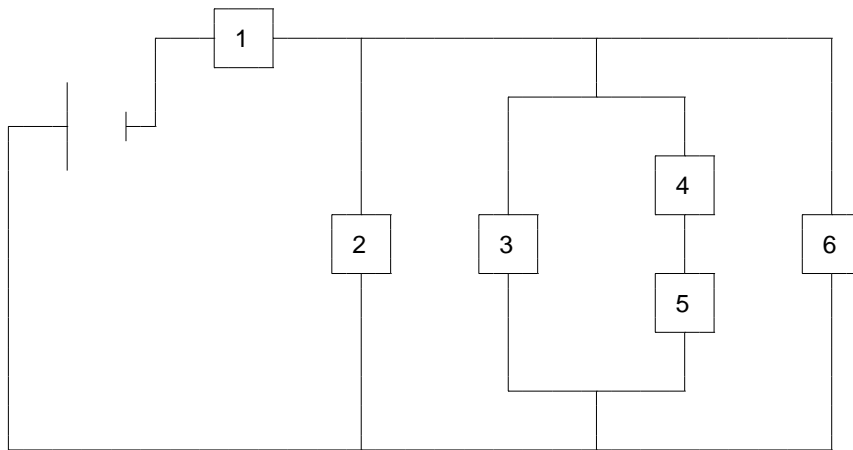
(Benötigte Zeit: 63 min)

21.09.2005



## 1.5 5. Hausaufgabe

### 1.5.1 Analyse eines verzweigten Stromkreises



#### Gegeben

$R_1$  bis  $R_5$  betragen  $10,0\ \Omega$ ,  $R_6$  sei variabel.

$$U = 9,00\ \text{V};$$

#### Gesucht

$$R(R_6), I(R_6),$$

$$I_6(R_6), P_6(R_6)$$

#### Rechnung

$$R_{4,5} = R_4 + R_5 = 2R_1;$$

$$R_{3,4,5} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{4,5}}} = \frac{2}{3}R_1;$$

$$R_{2,3,4,5,6} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{3,4,5}} + \frac{1}{R_6}} = \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{5}{2R_1}};$$

$$R(R_6) = R = R_1 + R_{2,3,4,5,6} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{5}{2R_1}} = 10,0\ \Omega + \frac{1}{\frac{1}{R_6} + 0,250\frac{1}{\Omega}};$$

$$I(R_6) = I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{5}{2R_1}}} = \frac{9,00\ \text{V}}{10,0\ \Omega + \frac{1}{\frac{1}{R_6} + 0,250\frac{1}{\Omega}}};$$

$$U_6(R_6) = U_6 = U_2 = \frac{R_{2,3,4,5,6}}{R_1} U_1 = \frac{R_{2,3,4,5,6}}{R_1} R_1 I_1 = R_{2,3,4,5,6} I = \frac{I}{\frac{1}{R_6} + \frac{5}{2R_1}} = \frac{U}{9,00 \text{ V}} = \frac{U}{\left(R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{5}{2R_1}}\right) \left(\frac{1}{R_6} + \frac{5}{2R_1}\right)} = \frac{U}{\left(10,0 \Omega + \frac{1}{\frac{1}{R_6} + 0,250 \frac{1}{\Omega}}\right) \left(\frac{1}{R_6} + 0,250 \frac{1}{\Omega}\right)};$$

$$I_6(R_6) = I_6 = \frac{U_6}{R_6} = \frac{U}{\left(R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{5}{2R_1}}\right) \left(\frac{1}{R_6} + \frac{5}{2R_1}\right) R_6} = \frac{9,00 \text{ V}}{\left(10,0 \Omega + \frac{1}{\frac{1}{R_6} + 0,250 \frac{1}{\Omega}}\right) \left(\frac{1}{R_6} + 0,250 \frac{1}{\Omega}\right) R_6};$$

$$P_6(R_6) = P_6 = U_6 I_6 = \frac{U^2}{\left(R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{5}{2R_1}}\right)^2 \left(\frac{1}{R_6} + \frac{5}{2R_1}\right)^2 R_6} = \frac{81,0 \text{ V}^2}{\left(10,0 \Omega + \frac{1}{\frac{1}{R_6} + 0,250 \frac{1}{\Omega}}\right)^2 \left(\frac{1}{R_6} + 0,250 \frac{1}{\Omega}\right)^2 R_6};$$

### Grenzwertbetrachtungen

$$\lim_{R_6 \rightarrow 0 \Omega} R(R_6) = 10,0 \Omega;$$

$$\lim_{R_6 \rightarrow \infty \Omega} R(R_6) = 14,0 \Omega;$$

$$\lim_{R_6 \rightarrow 0 \Omega} I(R_6) = 0,900 \text{ A};$$

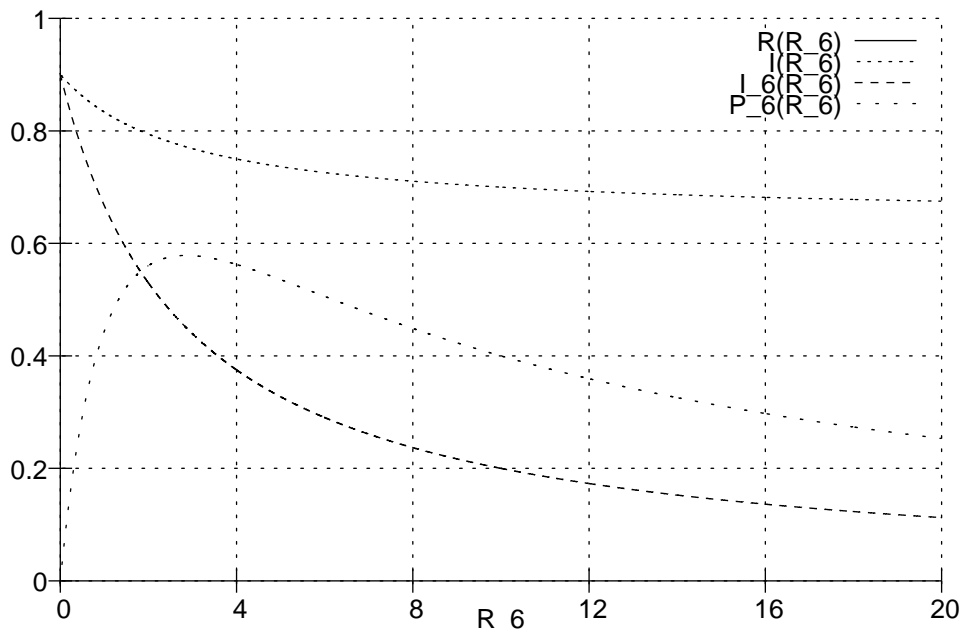
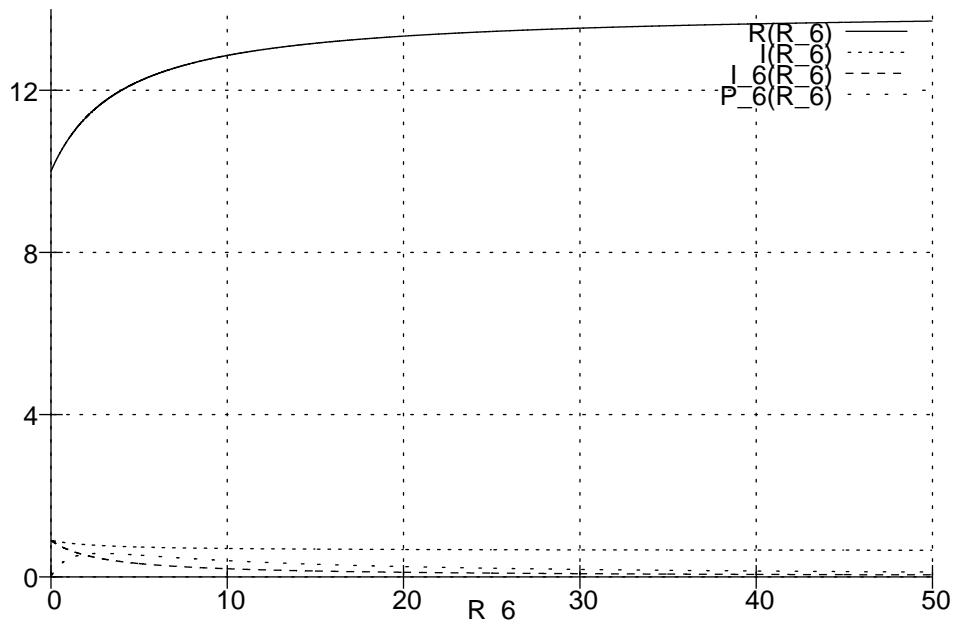
$$\lim_{R_6 \rightarrow \infty \Omega} I(R_6) = 0,643 \text{ A};$$

$$\lim_{R_6 \rightarrow 0 \Omega} I_6(R_6) = 0,900 \text{ A};$$

$$\lim_{R_6 \rightarrow \infty \Omega} I_6(R_6) = 0 \text{ A};$$

$$\lim_{R_6 \rightarrow 0 \Omega} P_6(R_6) = 0 \text{ W};$$

$$\lim_{R_6 \rightarrow \infty \Omega} P_6(R_6) = 0 \text{ W};$$



(Benötigte Zeit: 78 min (inkl. Eintippen, Grafik und Formatierung;  
reine Arbeitszeit 44 min))

## 1.6 6. Hausaufgabe

### 1.6.1 Zusammenfassung möglicher Techniken zur Netzwerkanalyse

Um elektrische Schaltungen effizient analysieren zu können, ist es hilfreich, einige Regeln zu kennen.

Nach der OHMschen Regel kann man den Widerstand  $R$  eines Elements durch Berechnung des Quotienten aus Spannung  $U$  und Stromstärke  $I$  angeben, also  $R = \frac{U}{I}$ . Durch geeignete Umformung kann man sich oftmals das Nutzen anderer Regeln sparen.

Es gibt unterschiedliche Regeln für Reihen- und Parallelschaltungen. In Reihenschaltungen bleibt die Stromstärke  $I$  für jeden Widerstand der Reihenschaltung konstant. (Dies leuchtet auch ein – wohin sollten die fließenden Teilchen denn „abhauen“?) Die Spannung, die an den Teilwiderständen anlegt, verhält sich wie die zugehörigen Widerstände, also gilt z.B. in einer Reihenschaltung bestehend aus zwei Elementen  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ . Der Gesamtwiderstand einer Reihenschaltung, also der Widerstand, den man anstatt den Teilwiderständen nehmen könnte, errechnet sich einfach durch Addition der Teilwiderstände.

Bei Parallelschaltungen dagegen bleibt die Stromstärke  $I$  in den einzelnen Zweigen nicht konstant; Stattdessen verhalten sich die Teilstromstärken umgekehrt wie die zugehörigen Widerstände, also gilt z.B.  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ . (Auch dies leuchtet ein: Der Strom teilt sich beim Verzweigungspunkt auf.) Die Spannung, die an den Zweigen jeweils anliegt, ist konstant und entspricht der Spannung, die insgesamt an der Parallelschaltung anliegt. Die Berechnung des Gesamtwiderstandes einer Parallelschaltung erfordert mehrfache Kehrwertbildung: Der Kehrwert des Gesamtwiderstandes errechnet sich durch Addition aller Kehrwerte der Teilwiderstände, also  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_n}$ .

Unabhängig, ob Betrachtungsobjekt eine Reihen- oder eine Parallelschaltung ist, gilt die Knotenregel: Die Summe aller Eingangs- und Ausgangsströme einer Schaltung ergibt 0, unter der Voraussetzung, dass man entweder die Eingangs- oder die Ausgangsströme negiert, also ihr Vorzeichen umkehrt. Anders formuliert besagt die Knotenregel, dass die Summe alle Eingangsströme der Summe aller Ausgangsströme entspricht.

Die Maschenregel besagt, dass die Summe aller Teilspannungen einer Schaltung, wenn man alle Teilwiderstände in einem selbst gewählten Drehsinn abläuft, 0 ergibt. Wichtig ist nicht, ob man alle Verbraucher im oder gegen den Uhrzeigersinn „abklappert“, entscheidend ist, dass man bei seiner Wahl bleibt. (Das erklärt auch die negativen Spannungen, die sich ergeben können.)

Zu extremen Widerständen: Lässt man einen Widerstand gegen unendlich  $\Omega$  gehen, kann kein elektrischer Strom mehr durch ihn fließen – ein Durchschneiden der Kabel hätte die gleichen Auswirkungen.

Geht ein Widerstand gegen  $0\Omega$ , so fließt in Parallelschaltungen sehr viel Strom durch den Widerstand, andere Verbraucher erhalten fast keinen Strom mehr, sie werden überbrückt. Dies kommt einem Herausnehmen des Widerstandes bei Beibehaltung der Kabelverbindung gleich.

### 1.6.2 Beschreibung des Millikan-Versuchs in eigenen Worten (siehe auch Metzler S. 210)

Sprüht man, unter Einfluss der Gravitation (Ortsfaktor  $\vec{g}$ ), elektrisch geladene Öltröpfchen der Masse  $m$  in ein vertikal gerichtetes elektrisches Feld ( $\vec{\mathcal{E}}$ ), praktischerweise erzeugt durch einen Kondensator, ein, so folgen die Tropfen den Auswirkungen zweier Kräfte: Zum einen zieht die Gewichtskraft die Teilchen mit  $\vec{F}_G = m\vec{g}$  nach unten, zum anderen wirkt die elektrische Kraft  $\vec{F}_{el} = Q\vec{\mathcal{E}}$ .

Nun könnte man durch geeignete Manipulation der Kondensatorspannung  $\vec{\mathcal{E}}$  so ändern, dass die elektrische und die Gravitationskraft gleich groß sind, die Tropfen also schweben. In diesem Fall gilt dann  $\vec{F}_G = \vec{F}_{el} = m\vec{g} = Q\vec{\mathcal{E}}$ , und man könnte durch Auflösen nach  $Q$  die Kondensatorladung bestimmen. Allerdings ist diese Herangehensweise unpraktisch, da die Bestimmung der Tröpfchenmasse  $m$  nur schwer durchführbar ist.

Stattdessen kann man aber, erneut durch Änderung der Kondensatorspannung, erreichen, dass sich Öltröpfchen gleichförmig bewegen, also nicht mehr beschleunigt werden und damit über eine konstante Geschwindigkeit verfügen. Die notwendige Einbeziehung der Luftreibung wird durch das STOKESsche Gesetz möglich gemacht. Damit erhält man zwei Geschwindigkeiten,  $v_1$  und  $v_2$ ,

mit der sich gleichförmig nach unten oder oben bewegende Teilchen bewegen. Die einzigen fehlenden Größen,  $\vec{\mathcal{E}}$  und  $m$ , kann man durch Substitution mit  $\vec{\mathcal{E}} = \frac{U}{d}$ , wobei  $d$  den Abstand der Kondensatorplatten angibt, und durch Verwendung der Dichte  $\rho$  der Tropfen,  $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ , eliminieren. Ergebnis ist das eine Formel für die Kondensatorladung  $Q$ , die nur von der Kondensatorspannung und  $v_1$  und  $v_2$  abhängt.

Variiert man nun diese Parameter stellt man fest, dass die Ladung  $Q$  immer als ganzzahliges Vielfaches einer Konstanten auftritt. Diese Konstante ist die kleinste in der Natur vorkommene mögliche elektrische Ladung, die Elementarladung  $e$ , mit  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C. Ein Ion oder ein Elektron trägt diese Elementarladung, man keine Teilchen mit einer Ladung kleiner als  $e$  finden. Können Größen nur als ganzzahlige Vielfache einer Konstanten auftreten, spricht man von Quantelung – elektrische Ladung ist eine gequantelte Größe.

(Benötigte Zeit: 59 min)

02.10.2005

## 1.7 7. Hausaufgabe

### 1.7.1 Konkrete Zahlenwerte für den Millikan-Versuch

Laut Metzler (S. 211) gilt:

$$Q = \frac{9}{2}\pi \sqrt{\frac{\eta^3 d^2}{\rho g}} \frac{1}{U} (v_1 + v_2) \sqrt{v_1 - v_2};$$

Größe	Wert
$\rho_{\text{Öel}}$	$875,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$\rho_{\text{Luft}}$	$1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$\eta_{\text{Luft}}$	$1,81 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$
$v_1, v_2, U, d$	?

(Benötigte Zeit: 37 min)

04.10.2005

## 1.8 8. Hausaufgabe

### 1.8.1 Persönliche Bilanz der Doppelstunde

Die Doppelstunde war zweigegliedert: Zuerst verglichen wir verschiedene Bücher in Allein- bzw. Gruppenarbeit, danach hat eine Gruppe die Ergebnisse präsentiert.

Arbeit ohne direkte Leitung durch einen Lehrer trägt wesentlich dazu bei, selbstständig Themen zu erarbeiten. Liest man einen Artikel in einem Buch, so nimmt man zwei meistens die Rohinformation auf, aber eine richtige Verarbeitung findet nicht statt.

Der gemeinsame Dialog mit anderen Schülern hilft, dieses Problem anzugehen: Indem in kleinen Gruppen (max. ca. fünf Schüler) Kurzreferate gehalten werden, muss die Rohinformation sachlich aufbereitet werden (u.a. sind korrekte Formulierungen, Zusammenhänge, Verweise etc. wichtig). Durch diesen Vorgang wird die Rohinformation erst richtig verarbeitet – was bleibt ist gefilterte und verknüpfere Information. Diese Verknüpfung tragen zum erfolgreichen Verstehen und späteren Lernen viel bei.

Voraussetzung für erfolgreiche Gruppenarbeit ist eine vorangegangene Alleinbeschäftigung mit dem Thema, denn nur dann können im Dialog sinnvolle Fragen aufkommen, deren Klärung zum allgemeinen Verständnis beiträgt. (Schlecht: „Das habe ich nicht verstanden.“ Gut: „Wieso wird in diesem Beispiel zusätzlich Röntgenstrahlung benutzt, obwohl dies [ . . . ]“)

### 1.8.2 Zusammenfassung der Seiten 208f. des Metzlers

Legt man an zwei sich in destilliertem Wasser befindliche und über Kabel miteinander verbundene Metallplatten eine Spannung an und misst den Strom, so wird man nur einen sehr geringen Ausschlag feststellen.

Gibt man nun eine Lauge, eine Säure oder ein lösliches Salz in das Wasser, wächst die Stromstärke stark an. Nimmt man einen farbigen Stoff, so erkennt man, dass die Anionen des Stoffes zur Anode und die Kationen zur Katode wandern.

Zusätzlich scheidet sich innerhalb einer bestimmten Zeit  $t$  eine bestimmte Masse  $m$  an einer Elektrode ab. Durch Experimente werden die Proportionalitäten  $m \sim I$  und  $m \sim t$  erkennbar, welche zu  $m \sim It = Q$  zusammengeführt werden können. Formt man dies in eine Gleichung um, erhält man das 1. FARADAYsche Gesetz,  $m = \ddot{A}Q$ . Die Proportionalitätskonstante  $\ddot{A}$  heißt auch „elektrochemisches Äquivalent“ und ist stoffabhängig.

Durch Umformung der Gleichung mit Hilfe der relativen Molekülmasse  $M_r = \frac{m}{n}$  erhält man den Quotienten  $\frac{n}{Q}$ , der für alle Stoffe

mit gleicher Ladungszahl der Ionen ( $z$ ; auch „Wertigkeit“ genannt) gleich ist. Es liegt nahe, den Quotienten mit  $z$  zu multiplizieren um einen für alle Stoffe konstanten Wert zu erhalten:  $\frac{nz}{Q}$  ist konstant. Der Kehrwert dieses Quotienten hat ein eigenes Symbol,  $F = \frac{Q}{nz} = 9,6 \cdot 10^7 \frac{\text{C}}{\text{kmol}}$ . Durch Umformung nach  $Q$  erhält man das 2. FARADAYSche Gesetz,  $Q = nzF$ , welches stoffunabhängig ist.

(Benötigte Zeit: 54 min)

05.10.2005

## 1.9 9. Hausaufgabe

### 1.9.1 Buch Seite 209, Aufgabe 1

Berechnen Sie das elektrochemische Äquivalent von einwertigem Kupfer.

$$\ddot{A}_{\text{einwertiges Kupfer}} = \frac{1}{2} \ddot{A}_{\text{zweiwertiges Kupfer}} = 0,165 \frac{\text{mg}}{\text{C}};$$

### 1.9.2 Buch Seite 209, Aufgabe 2

Wie lange muss ein Strom der Stärke  $I = 0,45 \text{ A}$  fließen, damit aus einer  $\text{CuCl}_2$ -Lösung  $3,5 \text{ g}$  Kupfer abgeschieden werden?

$$Q = It = m \ddot{A}_{\text{CuCl}_2}; \Rightarrow t = \frac{m \ddot{A}_{\text{CuCl}_2}}{I} = 43 \text{ min};$$

### 1.9.3 Buch Seite 209, Aufgabe 3

Eine Schale ( $A = 120 \text{ cm}^2$ ) soll durch Elektrolyse einen  $d = 0,2 \text{ mm}$  dicken Silberüberzug ( $\rho_{\text{Ag}} = 10,5 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) erhalten. Berechnen Sie die dazu erforderliche Zeit, wenn die Stromstärke  $I = 10 \text{ A}$  beträgt.

$$Q = It = m \ddot{A}_{\text{Ag}} = A \frac{d}{2} \rho_{\text{Ag}} \ddot{A}_{\text{Ag}}; \Rightarrow t = \frac{Ad \rho_{\text{Ag}} \ddot{A}_{\text{Ag}}}{2I} = 2 \cdot 10^1 \text{ min};$$

### 1.9.4 Buch Seite 211, Aufgabe 1

Ein Öltröpfchen ( $m = 3,5 \cdot 10^{-9} \text{ mg}$ ,  $\rho_{\text{Öl}} = 0,950 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ) schwebt im homogenen Feld zwischen zwei Platten mit dem Abstand  $d = 0,50 \text{ cm}$  bei einer Spannung  $U_0 = 214 \text{ V}$ .



**a)** Wie viel Elementarladungen trägt es?

$$QE = -ne \frac{U_0}{d} = -mg; \Rightarrow n = \frac{mgd}{eU_0} = 5,0;$$

**b)** Mit welcher Geschwindigkeit würde es in Luft ohne elektrisches Feld sinken ( $\eta_{\text{Luft}} = 1,828 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$ )?

$$v_0 = \frac{mg}{6\pi\eta_{\text{Luft}}r} = \frac{mg}{6\pi\eta_{\text{Luft}} \sqrt[3]{\frac{3}{4} \frac{m}{\pi e \epsilon_0}}};$$

**c)** Bei welcher Spannung würde es mit der in b) errechneten Geschwindigkeit steigen?

$$\frac{QE-mg}{6\pi\eta_{\text{Luft}}r} = \frac{mg}{6\pi\eta_{\text{Luft}}r}; \Rightarrow QE = ne \frac{U}{d} = 2mg; \Rightarrow U = \frac{2dgm}{ne} = 2U_0;$$

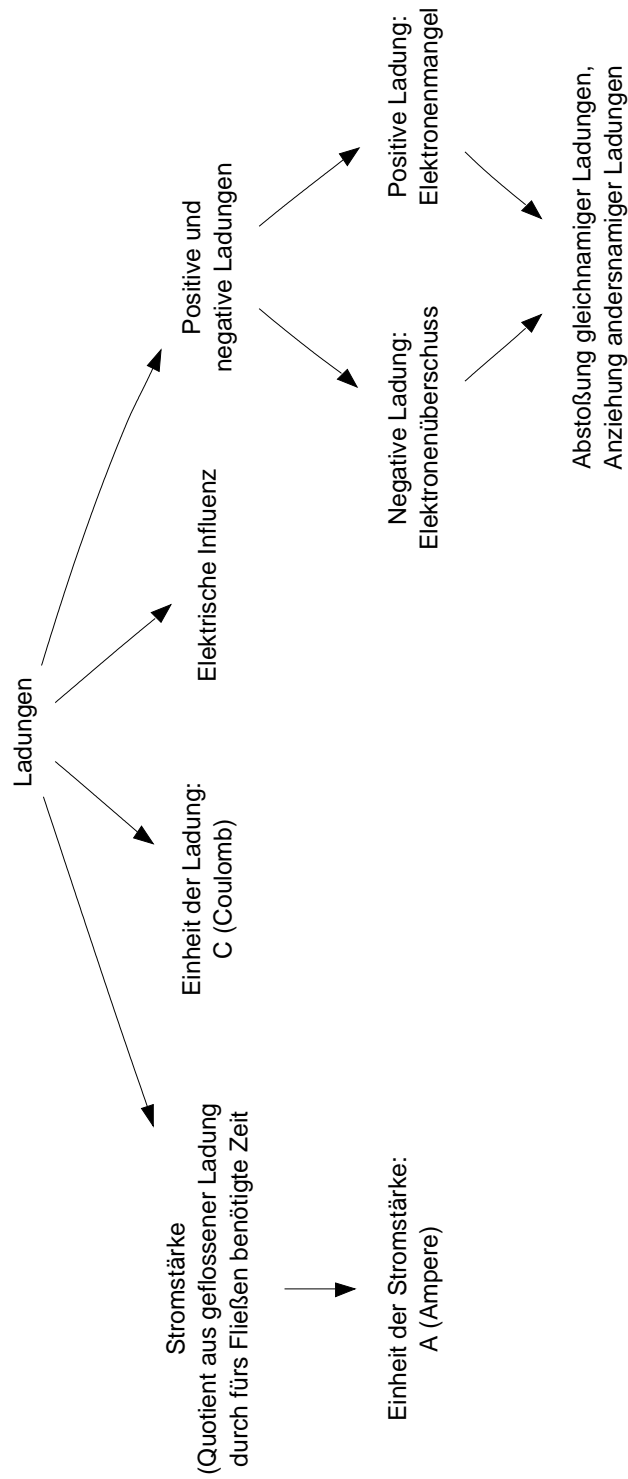
(Benötigte Zeit: 46 min)

10.10.2005



## 1.10 10. Hausaufgabe

### 1.10.1 Seiten 178 bis 181 zusammenfassen



**1.10.2 Buch Seite 181, Aufgabe 1**

Welche Ladung ist durch den Leiterquerschnitt geflossen, wenn eine konstante Stromstärke  $I = 1,8 \text{ mA}$   $t = 5 \text{ min}$  und  $12 \text{ s}$  lang gemessen wird?

$$Q = It = 5,4 \cdot 10^1 \text{ mC};$$

**1.10.3 Buch Seite 181, Aufgabe 2**

Eine Batterie kann eine Ladung von  $Q = 88 \text{ Ah}$  abgeben. Wie lange kann man ihr einen Strom von  $I = 0,5 \text{ A}$  entnehmen?

$$t = \frac{Q}{I} = 2 \cdot 10^1 \text{ h};$$

(Benötigte Zeit: 45 min)

11.10.2005

**1.11 11. Hausaufgabe****1.11.1 Zusammenfassung der Seiten 188–190 und der Doppelstunde****Kraftvektoren**

Bei einem elektrischen Feld kann man jeden Punkt  $(x, y, z)$  einen zugehörigen Kraftvektor  $\vec{F}(x, y, z)$  zuordnen. Dieser Kraftvektor gibt an, welche Kraft auf eine Probeladung, die sich bei  $(x, y, z)$  befindet, wirkt.

Es gilt:  $\vec{F}(x, y, z) = Q\vec{E}(x, y, z)$ ; ( $\vec{E}$  ist die elektrische Feldstärke, der „Ortsfaktor“ von elektrischen Feldern.)

**Feldlinien**

Nun könnte man viele Kraftvektoren in ein Diagramm einzeichnen. Der Übersicht halber gibt es aber auch eine andere Möglichkeit: Feldlinien geben die Richtung der wirkenden Kräfte an; die Dichte der Feldlinien ist ein Maß für die Größe der Vektoren.

Feldlinien sind, ebenso wie Felder selbst, nicht materiell erfassbar.

**Äquipotenziallinien/-flächen („Höhenlinien“)**

Senkrecht zu den Feldlinien stehen die Äquipotenziallinien.

Mit Hilfe dieser Linien kann man das Potenzial ablesen. Jeder Punkt auf einer Äquipotenziallinie bzw. -fläche verfügt über ein gleich großes Potenzial.

### Potenzial

Das Potenzial eines Punktes  $P_1$  gegenüber einem anderen Punkt  $P_0$  gibt an, wie viel Arbeit man in eine Probeladung, welche sich am Punkt  $P_1$  befindet, hineinstecken muss, damit sie zu  $P_0$  gelangt.

Die Einheit des elektrischen Potenzials ist  $\frac{\text{J}}{\text{C}}$ , welche sich durch Umformung zu V reduzieren lässt.

$$\varphi_{0,i} = \frac{W_{0,i}}{Q};$$

### Spannung

Die elektrische Spannung gibt den Potenzialunterschied zwischen zwei Punkten an.

Obwohl die Einheit der Spannung, V, der des Potenzials entspricht, darf man nicht blind Spannungen mit Potenzialen vergleichen, genausowenig wie man die Höhe eines Körpers gegenüber dem Fußboden (gemessen in m) mit der Höhe des Körpers selbst (ebenfalls angegeben in m) vergleichen darf.

$U_{a,b} = \varphi_{x,b} - \varphi_{x,a}$ ; (Die Spannung ist vom gemeinsamen Bezugspunkt  $x$  der Potenziale unabhängig, da er sich herausrechnet.)

#### 1.11.2 Buch Seite 189, Aufgabe 1

Zwischen zwei parallelen Platten liegt die Spannung  $U = 1,5 \text{ kV}$ . Welche Energie ist erforderlich, um die Ladung  $Q = 8,2 \text{ nC}$  von einer Platte zur anderen zu transportieren?

$$W = QU = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ J};$$

#### 1.11.3 Buch Seite 189, Aufgabe 2

Wie groß ist nach Abb. 188.2 das Potenzial der negativ geladenen Platte, wenn der Bezugspunkt  $P_0$  im Abstand  $3 \text{ cm}$  von ihr entfernt im Feld liegt? Geben Sie die  $s$ - $\varphi$ -Funktion als Gleichung an.

$$\varphi_{\text{negativ geladene Platte}} = -150 \text{ V};$$

$$\varphi(s) = 50 \frac{\text{V}}{\text{cm}} \cdot s + \varphi_{\text{negativ geladene Platte}} = 50 \frac{\text{V}}{\text{cm}} \cdot s - 150 \text{ V};$$

**1.11.4 Buch Seite 189, Aufgabe 3**

Warum sinkt das Potenzial im Feld eines positiv geladenen Körpers mit wachsendem Abstand?

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_{0,i} = \frac{W_{0,i}}{Q} = \frac{QEa}{Q} = Ea; \\ a \text{ wird kleiner;} \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi_{0,i} \text{ sinkt mit wachsendem Abstand;}$$

**1.11.5 Buch Seite 189, Aufgabe 4**

Zwischen zwei Platten mit einem Abstand von  $d = 1,8 \text{ cm}$  besteht ein elektrisches Feld der Stärke  $E = 85 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$ . Die negative Platte ist geerdet. Welches Potenzial hat die andere Platte gegenüber Erde ( $\varphi_{\text{Erde}} = 0 \text{ V}$ )?

$$\varphi = Ed = 1,5 \cdot 10^3 \text{ V;}$$

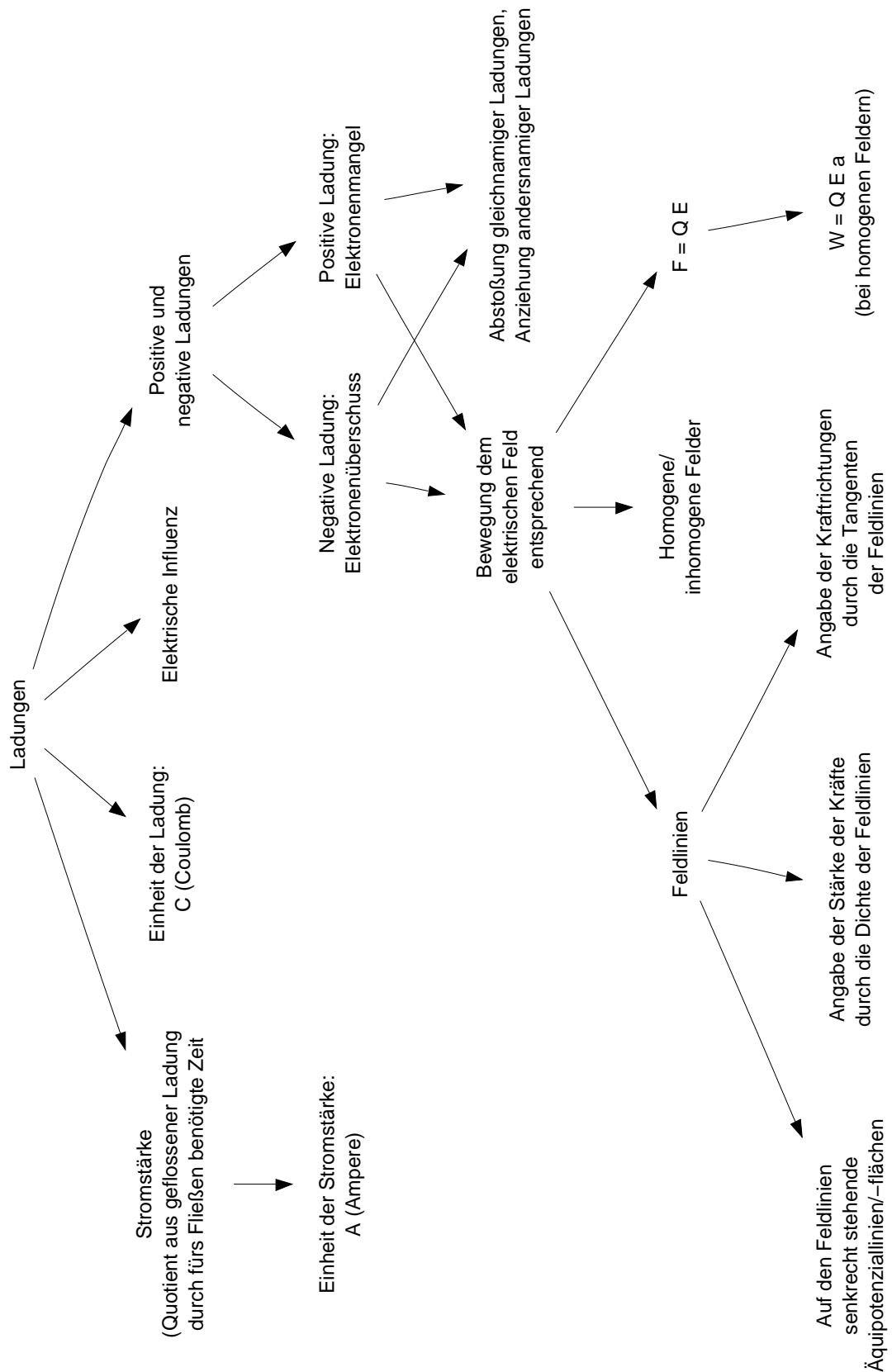
(Benötigte Zeit: 41 min)

12.10.2005



## 1.12 12. Hausaufgabe

### 1.12.1 Zusammenfassung der Seiten 184–187





(Benötigte Zeit: 57 min)

14.10.2005

## 1.13 13. Hausaufgabe

### 1.13.1 Zusammenfassung der Seiten 194–197

#### Flächenladungsdichte

Versuche legen die Vermutung nahe, dass der Quotient aus felderzeugender Ladung  $Q$  und der Fläche der Kondensatorplatten  $A$  proportional zur elektrischen Feldstärke  $\mathcal{E}$  ist. Die Proportionalitätskonstante  $\varepsilon_0$  heißt elektrische Feldkonstante und beträgt  $8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Vm}}$ .

$$\frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \mathcal{E};$$

#### Möglichkeit zur Bestimmung der Feldstärke eines Feldes

Bringt man zwei sich berührende, gleich große, kleine Metallplatten an Isoliergriffen in ein elektrisches Feld, so stellt sich wegen elektrischer Influenz ein Ladungsungleichgewicht ein: positive und negative Ladungen trennen sich und befinden sich dann auf jeweils einer Platte.

Insgesamt betrachtet sind die zwei Platten natürlich noch neutral, da sich die Ladung  $Q$  der einen Platte mit der Ladung  $-Q$  der anderen Platten ausgleicht. Wenn man nun aber die beiden Platten – noch innerhalb des Feldes – trennt und dann – auch außerhalb des Feldes – die auf einer Platte befindliche Ladung  $Q$  misst, kann man auch die elektrische Feldstärke  $\mathcal{E}$  bestimmen:

$$\frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \mathcal{E}; \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q}{A};$$

Dabei bezeichnet  $A$  die Größe der Metallplatten.

Obwohl man diese Möglichkeit der Feldstärkenbestimmung streng genommen nur in homogenen Feldern anwenden darf, kann man sie, wenn man sehr kleine Metallplatten nimmt, auch auf inhomogene Felder übertragen, mit der Begründung, dass inhomogene Felder in einem genügend kleinen Raum annähernd homogen sind. Auf diese Weise arbeiten auch Elektrofelmeter.

#### Das COULOMBSche Gesetz

Durch verschiedene Versuche ergibt sich ein Gesetz, welches

die elektrische Kraft  $F_{\text{el}}$  beschreibt, mit der sich zwei geladene Körper mit den Ladungen  $Q_1$  und  $Q_2$ , die sich im Abstand  $r$  zueinander befinden, anziehen:

$$F_{\text{el}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2};$$

Bemerkenswerterweise fällt eine deutliche Ähnlichkeit mit dem NEWTONSchen Gravitationsgesetz auf:

$$F_{\text{grav}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2};$$

Die beiden Gesetze unterscheiden sich also nur in ihren Konstanten und darin, ob Massen oder Ladungen in die Rechnung mit eingehen.

### Potenzial im Radialfeld einer Ladung

Das Potenzial  $\varphi(r)$  im Radialfeld einer Ladung  $Q$ , wobei als Bezugspunkt „das Unendliche“ genommen wird, berechnet sich durch

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r};$$

#### 1.13.2 Buch Seite 197, Aufgabe 1

Berechnen Sie die Kraft, mit der sich zwei gleich geladene Körper mit der Ladung a)  $Q = 35 \mu\text{C}$  im Abstand  $r = 12 \text{ cm}$  und b)  $Q = 1 \text{ C}$  im Abstand  $r = 1 \text{ m}$  abstoßen.

a)  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2} = 0,76 \text{ kN};$

b)  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N};$

#### 1.13.3 Buch Seite 197, Aufgabe 2

Der Abstand zwischen Proton und Elektron im Wasserstoffatom sei  $d = 10^{-10} \text{ m}$ . Das Proton trägt die Ladung  $Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , das Elektron eine gleich große negative.

a) Wie groß ist die COULOMBkraft, mit der sich die beiden Teilchen anziehen?

$$F_{\text{el}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d^2} = 2,3 \cdot 10^{-8} \text{ N};$$

(Zentripetalbeschleunigung  $a = \frac{F}{m} \gg g$ )

**b)** Wie groß ist die Gravitationskraft zwischen den beiden Teilchen?

$$(m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})$$

$$F_G = G \frac{m_p m_e}{d^2} = 1,0 \cdot 10^{-47} \text{ N};$$

**c)** In welchem Verhältnis stehen elektrostatische Anziehungskraft und Gravitationskraft? Hängt das Verhältnis vom Abstand der Teilchen ab?

$$\frac{F_{el}}{F_G} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G} \frac{Q^2}{m_p m_e} = 10^{39};$$

Das Verhältnis hängt nicht vom Abstand der Teilchen ab.

### 1.13.4 Buch Seite 197, Aufgabe 3

Zwei Punktladungen  $Q_1 = 2 \text{ C}$  und  $Q_2 = 8 \text{ C}$  haben den Abstand  $d = 1 \text{ m}$ . In welchem Punkt ist die Feldstärke Null?

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 q}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2 q}{(d-r_1)^2}; \Rightarrow r_{a,b} = \dots;$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{Q_1}{Q_2}; \text{ (folgt aus } F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} = \mathcal{E}q;)$$

(Benötigte Zeit: 63 min)

17.10.2005

## 1.14 14. Hausaufgabe

### 1.14.1 Zusammenfassung der Seite 198

#### Plattenkondensator

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei parallelen Metallplatten. Die Metallplatten müssen durch einen Isolator getrennt sein.

#### Kapazität

Durch Versuche erkennt man, dass die Ladung  $Q$ , die auf einen Kondensator fließt, der angelegten Spannung  $U$  direkt proportional ist. Den Proportionalitätsfaktor  $C$  nennt man die Kapazität eines Kondensators.

$$C = \frac{Q}{U};$$

Die Einheit der Kapazität ist  $\frac{\text{C}}{\text{V}}$  oder F (Faraday). „Nimmt ein Kondensator bei einer angelegten Spannung von 1 V 1 C an Ladung auf, so hat er eine Kapazität von 1 F.“

**Kapazität eines Plattenkondensators**

Durch Einsetzung der Gleichungen  $U = \mathcal{E}d$  und  $\frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \mathcal{E}$  in  $C = \frac{Q}{U}$  ergibt sich  $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ , d.h. die Kapazität ist dem Quotienten aus der Größe und dem Abstand der Platten proportional.

**1.14.2 Buch Seite 199, Aufgabe 1**

Ein Kondensator nimmt bei der Spannung  $U = 3 \text{ kV}$  die Ladung  $Q = 24 \text{ nC}$  auf. Berechnen Sie die Kapazität.

$$C = \frac{Q}{U} = 8 \cdot 10^{-12} \text{ F};$$

**1.14.3 Buch Seite 199, Aufgabe 2**

Ein Plattenkondensator wird aufgeladen und dann von der Spannungsquelle getrennt. Wie ändern sich die Feldstärke  $\mathcal{E}$  und die Spannung  $U$ , wenn man den Plattenabstand halbiert?

$$\mathcal{E} = \frac{U}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Qd}{\varepsilon_0 Ad} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A};$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A};$$

$\Rightarrow \mathcal{E}$  ändert sich nicht, wenn man den Plattenabstand halbiert.

$\Rightarrow U$  ist nach Halbierung des Plattenabstandes nur noch halb so groß.

(Benötigte Zeit: 37 min)

18.10.2005

**1.15 15. Hausaufgabe****1.15.1 Buch Seite 201 nach „ $F = Dx$ “ übertragen**

Dehnen einer Feder bedeutet mechanische Arbeit. Es soll nun die Energie berechnet werden, die von der Quelle mechanischer Arbeit während des Dehnens geliefert wird. Zur Vereinfachung stellt man sich vor, dass man die Dehnung schrittweise aufbaut, jeweils in gleichen Teillängen  $\Delta x$ . Für die erste Dehnung braucht keine Energie aufgebracht zu werden, da die Feder noch nicht gespannt ist. Danach wird die Teilenergie

$$\Delta W_i = F_i \Delta x$$

mit zunehmender benötigter Kraft  $F_i$  immer größer. Die gesamte Energie erhält man angenähert durch Addition der Teilenergien für die einzelnen  $\Delta x$ , genauer durch Integration:

$$W_{\text{ges}} = \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_i^{i_{\text{ges}}} F_i \Delta x = \int_0^{x_{\text{ges}}} F \, dx.$$

Die darin vorkommende Kraft hängt nach  $F = Dx$  von der jeweils schon vorhandenen Dehnung  $x$  ab. Damit erhält man

$$W_{\text{ges}} = D \int_0^{x_{\text{ges}}} F \, dx \text{ und kann integrieren:}$$

$$W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} D x_{\text{ges}}^2.$$

Mit  $x_{\text{ges}} = \frac{F_{\text{ges}}}{D}$  kann man den Ausdruck auch umformen:

$$W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} F_{\text{ges}} x_{\text{ges}} \quad \text{oder} \quad W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} \frac{F_{\text{ges}}^2}{D}.$$

Dieses Ergebnis ist wegen des linearen Zusammenhangs von  $F$  und  $x$  auch ohne Integration bereits aus der Zeichnung als Flächeninhalt des Dreiecks unter der  $F$ - $x$ -Geraden ablesbar:  $W = \frac{1}{2} F x$ .

Damit ist die Energie berechnet worden, die man beim Dehnen einer Feder der Federhärte  $D$  aufbringen muss. Diese Energie ist dann in der Feder als potentielle Energie gespeichert.

Die potentielle Energie einer um die Länge  $x$  gedehnten Feder der Federhärte  $D$  ist

$$W_{\text{pot}} = \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} F x = \frac{1}{2} \frac{F^2}{D}.$$

Es macht auch Sinn, von einer Energiedichte innerhalb der Feder zu sprechen.

Die Energiedichte  $\varrho_{\text{pot}}$  an einem Ort der Feder ist der Quotient aus der Energie  $\Delta W$ , die die Feder an diesem Ort in einem umgebenden Volumen  $\Delta V$  enthält, und dem Volumen  $\Delta V$ :

$$\varrho_{\text{pot}} = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \frac{\frac{1}{2} D x^2}{\pi r^2 l}.$$

(Benötigte Zeit: 49 min)

19.10.2005

## 1.16 16. Hausaufgabe

### 1.16.1 Buch Seite 187, Aufgabe 5

Ein Elektron werde mit einer Anfangsgeschwindigkeit von  $v = 3000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  in Richtung eines homogenen elektrischen Feldes mit der Feldstärke  $\mathcal{E} = 1 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$  geschossen. Wie weit bewegt sich das Elektron, bevor es vollständig abgebremst ist und ruht ( $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )?

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = q_e \mathcal{E} s; \Rightarrow s = \frac{m_e v^2}{q_e \mathcal{E}} = 5 \text{ cm};$$

### 1.16.2 Buch Seite 201, Aufgabe 1

Welche Energie speichert ein Plattenkondensator ( $A = 314 \text{ cm}^2$ ,  $d = 0,5 \text{ mm}$ , Dielektrikum mit  $\epsilon_r = 7$ ) bei einer Spannung von  $U = 220 \text{ V}$ ?

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d} U^2 = 1 \cdot 10^{-5} \text{ J};$$

### 1.16.3 Buch Seite 201, Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass im radialsymmetrischen Feld die Energiedichte mit der 4. Potenz des Abstandes abnimmt.

$$\varrho_{\text{el}} = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 \mathcal{E}^2 = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 \left( \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \right)^2 = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 Q^2}{2 \cdot 16 \pi^2 \epsilon_0^2 r^4} = \frac{\epsilon_r Q^2}{32 \pi^2 \epsilon_0 r^4};$$

$$\Rightarrow \varrho_{\text{el}} \sim \frac{1}{r^4};$$

### 1.16.4 Buch Seite 201, Aufgabe 3

Welche Energiedichte kann ein elektrisches Feld in feuchter Luft höchstens haben, wenn es bei einer Feldstärke von  $\mathcal{E} = 2 \frac{\text{MV}}{\text{m}}$  zum Funkenüberschlag kommt? Berechnen Sie die Spannung, die man unter dieser Voraussetzung an einen luftgefüllten Plattenkondensator mit einem Plattenabstand von  $d = 4 \text{ mm}$  höchstens legen kann.

$$\varrho_{\text{el,max}} = \frac{1}{2} \epsilon_{r,\text{Luft}} \epsilon_0 \mathcal{E}^2 = 2 \cdot 10^1 \frac{\text{J}}{\text{m}^3};$$

$$\mathcal{E} = \frac{U}{d}; \Rightarrow U = \mathcal{E} d = 8 \text{ kV};$$

**1.16.5 Buch Seite 201, Aufgabe 4**

Wie groß müsste die Plattenfläche eines luftgefüllten Plattenkondensators sein, der bei einem Plattenabstand von  $d = 1 \text{ mm}$  und einer Spannung von  $U_{\text{Kond.}} = 220 \text{ V}$  die gleiche Energie speichert wie eine Bat. von  $U_{\text{Bat.}} = 12 \text{ V}$  und  $Q_{\text{Bat.}} = 88 \text{ Ah}$ ?

$$W_{\text{Kond.}} = W_{\text{Bat.}}; \Rightarrow \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{d}U_{\text{Kond.}}^2 = U_{\text{Bat.}}Q_{\text{Bat.}};$$

$$\Rightarrow A = \frac{2U_{\text{Bat.}}Q_{\text{Bat.}}d}{\varepsilon_0 U_{\text{Kond.}}^2} = 2 \cdot 10^{10} \text{ m}^2;$$

(Benötigte Zeit: 47 min)

26.10.2005

**1.17 17. Hausaufgabe****1.17.1 Beurteilung des Kurzreferats von Sinan und mir**

Bei dem Kurzreferat sind einige Dinge nicht so wie geplant gelaufen, was u.a. daran lag, dass das Referat ursprünglich für eine Woche früher geplant war. Ein großes Problem waren die falschen/ungenauen Messergebnisse, welche zwar im Rahmen der Versuchsvorbereitung mehrmals verifiziert wurden, jedoch nicht mehr im Unterricht reproduzierbar waren. Auch gab es Probleme beim eigentlichen Messvorgang; der temporär veränderte Messbereich wurde nicht auf die Originaleinstellung zurückgesetzt, was die ersten Messungen natürlich äußerst ungenau werden ließ.

Außerdem gab es einige physikalische Unsauberkeiten („Abgabe von Spannung“) und die sich entwickelnde Dynamik der Stunde erwies sich als dem Tafelbild unvorteilhaft.

Schließlich war die Zeit das größte Problem – Sinan und ich war es nicht mehr möglich, einige interessante Untersuchungen durchzuführen, die weitaus mehr beigetragen hätten als die Probleme beim Messen.

(Benötigte Zeit: 17 min)

08.11.2005

## 1.18 18. Hausaufgabe

### 1.18.1 Potenzial- und Kraftfeld einer geladenen Kugel

Das Kraftfeld einer elektrisch geladenen Kugel, vereinfacht auf eine einzige Raumrichtung, ergibt sich zu:

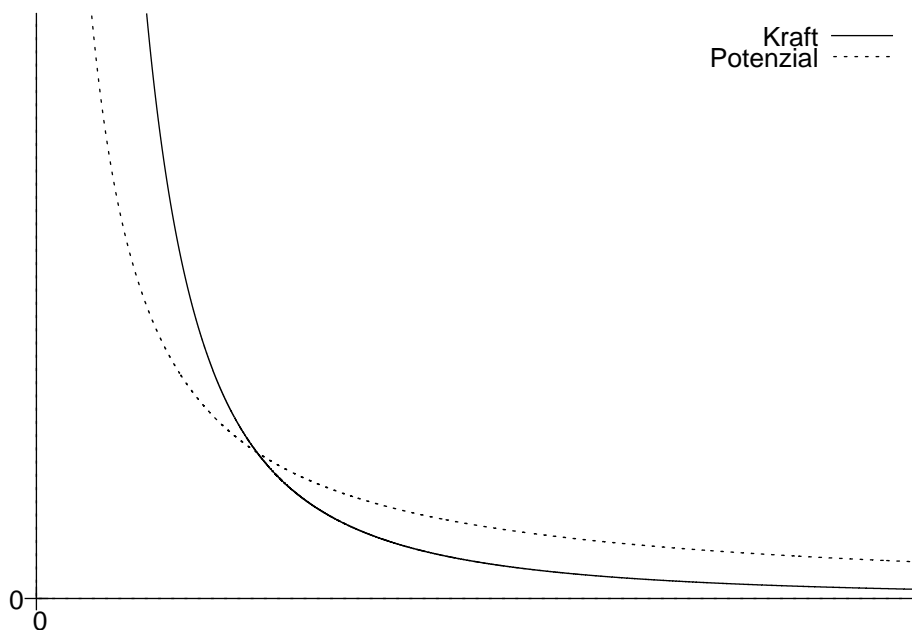
$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2};$$

Trägt man dieses Feld in einem Koordinatensystem auf, erhält man wegen  $F \sim \frac{1}{r^2}$  eine Hyperbel zweiter Ordnung.

Integriert man nun  $F$  nach der Entwarnung  $r$ , so erhält man das Potenzialfeld:

$$\varphi(r) = \int_0^r F(\tilde{r}) d\tilde{r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r};$$

Diese Gleichung beschreibt eine Hyperbel erster Ordnung:



Während also die Kraft auf einen elektrisch geladenen Probekörper mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt, nimmt das Potenzial direkt mit der Entfernung ab.

Wollen wir uns nicht auf nur eine Raumrichtung beschränken, so müssen wir die erhaltenen Felder für den eindimensionalen Fall nur um die 0-Achse drehen.



Frage: Im Metzler wurde, um das Potenzialfeld zu erhalten, nicht das Kraftfeld, sondern direkt  $\mathcal{E}$ , also die Feldstärke, nach der Entfernung integriert; in der Schule hatten wir jedoch das Kraftfeld der Feder hergenommen, um zum Potenzialfeld zu gelangen.

(Benötigte Zeit: 24 min)

13.11.2005

## 1.19 19. Hausaufgabe

### 1.19.1 Zusammenfassung des Franck–Hertz-Versuchs (B. S. 401ff.)

In einem mit einem Gas gefüllten Glaskolben befindet sich eine Heizspirale, welche mit einer Spannungsquelle verbunden ist. Die Glühspannung bleibt während des gesamten Versuchs konstant.

An eine Spannungsquelle, deren Spannung variierbar ist, ist eine ebenfalls im Glaskolben befindliche Katode angeschlossen. Über ein Gitter können Elektronen, die aus der Katode austreten, zurück zur Spannungsquelle fließen.

Einige Elektronen haben genug Energie, um das Gitter überwinden und die hinter dem Gitter angeordnete negativ geladene Anode erreichen zu können. An der Anode ist auch ein Strommessgerät platziert, mit dem der Anodenstrom gemessen werden kann.

Fährt man die Beschleunigungsspannung von 0 V auf einen Maximalbetrag hoch, so stellt man fest, dass der Anodenstrom zuerst wie erwartet zunimmt. Erhöht man die Beschleunigungsspannung weiter, geht der Anodenstrom allerdings wieder zurück!

Diese Diskrepanz liegt darin begründet, dass Energiebeträge nur gequantelt übergeben werden können. Bei einer geringen Beschleunigungsspannung besitzen die Elektronen eine zu geringe Energie, als das sie an die Atome des Gases übergehen könnten. Demzufolge haben die Elektronen bei Erreichen des Gitters genug Energie, um die Anode erreichen zu können.

Bei einer höheren Spannung ist nun die Energie der Elektronen groß genug, das sie an die Gasatome übergeben werden. Also erhält das Gas die Energie und die am Gitter ankommenden Elektronen haben nicht mehr genug Energie, um das Gitter zu erreichen. Damit ist der zurückgehende Anodenstrom erklärt.

Erhöht man jetzt die Spannung weiter, so wird zwar ein Teil der Energie der Elektronen an das Gas abgegeben, aber die Restenergie reicht immer noch aus, um ein Ankommen an der Anode zu ermöglichen. Damit ist auch der nun wieder stärker werdende Anodenstrom erklärt.

Fragen: Was passiert mit den Elektronen, die die Anode erreicht haben? Wieso fließen sie durch das Strommessgerät, wo doch keine Spannung zwischen den Punkten vor und den Punkten nach dem Messgerät anliegt?

(Antwort: Die Anode ist geerdet. Die fließen deswegen durch das Messgerät, weil sie durch die vorhergehende Beschleunigung immer noch kinetische Energie besitzen und kein anderes elektrisches Feld sie bremst.)

(Benötigte Zeit: 53 min)

14.11.2005

## **1.20 20. Hausaufgabe**

### **1.20.1 Büchervergleich: Metzler ↔ „Physik Oberstufe“**

#### **Allgemein**

- Beschreibung des Franck–Hertz-Versuchs im Metzler: S. 401ff.
- Beschreibung des Franck–Hertz-Versuchs in „Physik Oberstufe“: S. 490ff.

#### **Darstellungsunterschiede**

- Höhere Formeldichte in „Physik Oberstufe“ als im Metzler, aber noch geringer als (z.B.) in „Physik, Leistungskurs 3. Semester“ aus dem Ehrenwirth-Verlag
- Längere Beschreibung der einzelnen Versuchsergebnisse als im Metzler, aber immer noch kürzer als in „Physik, Leistungskurs 3. Semester“ aus dem Ehrenwirth-Verlag

#### **Inhaltliche Unterschiede**

- Kürzere Erwähnung des genauen Versuchsaufbaus als im Metzler
- Untermauerung der Argumentation in Worten durch Formeln, z.B. Verdeutlichung des Zusammenhangs zwischen kinetischer und elektrischer Energie ( $\frac{1}{2}mv^2 = eU$ )
- Verdeutlichung durch ein interessantes mechanisches Modell in „Physik Oberstufe“:  
Kugeln (Elektronen) rollen eine schiefe Ebene herab, welche Nägel (Gasatome) als Hindernisse aufweist. Bei Kollision erfolgt eine Bewegungsänderung. Eine Kugeln haben genug kinetische Energie, um die abschließende Rampe und damit die „Anode“ zu erreichen. Andere haben die benötigte Energie nicht und fließen am vor der Anode platziertem Gitter zurück zur Spannungsquelle.
- Keine Erwähnung der unterschiedlichen  $I$ - $U$ -Kurven in Abhängigkeit von der Temperatur in „Physik Oberstufe“
- Detailliertere Erklärung des Werts  $4,9\text{ eV}$  in „Physik Oberstufe“ und des Zusammenhangs zwischen elastischen und unelastischen Stößen:  
Reicht die Energie eines Elektrons nicht zur Übergabe an ein Gasatom aus, so ist der Stoß elastisch, eine Energieübergabe findet nicht statt. Reicht hingegen die Energie aus, so ist der Stoß unelastisch – das Gasatom erhält die Energie.
- Detaillierte Erklärung weiterer Fragen und Probleme:  
Die Dicke der Schichten ist endlich, weil die Austritungsgeschwindigkeit der Elektronen unterschiedlich ist und somit nicht alle Elektronen an der gleichen Position die gleiche Energie besitzen. Damit ist auch erklärt, dass es nur eine begrenzte Zahl an Schichten geben kann. Auch wird in „Physik Oberstufe“ die stochastischen Eigenschaften des Problems betont.

### **Gesamteinschätzung**

Abdeckung des Stoffs gleichermaßen durch beide Bücher, aber genauere Erklärung der einzelnen Versuchsbeobachtungen in „Physik Oberstufe“

(Benötigte Zeit: 36 min)

15.11.2005

## 1.21 21. Hausaufgabe

### 1.21.1 Ranking-Kriterien des Büchervergleichs und Vorgang bei der Ergebniszusammenstellung

Wir hatten uns dazu entschlossen, die Bücher nach drei Kategorien zu bewerten, „Verständlichkeit“, „Inhalt“ und „Aufbau/Layout“. Es wurden jeweils Schulnoten im Bereich von 1–6 anhand der Aussagen der Schüler, die das jeweilige Buch bearbeitet hatten, vergeben. Interessant war, dass wir auch vor Durchschnittsnehmung „krumme“, also nicht ganzzahlige, Werte erhielten.

Um noch spezielle andere Nennenswürdigkeiten der Bücher zu würdigen, gab es außerdem noch eine Kategorie „Sonstiges“. Da wir nicht die unterschiedlichen Besonderheiten beurteilen und damit ordnen wollten, haben wir für diese Kategorie nicht Schulnoten benutzt, sondern direkt die jeweiligen Auffälligkeiten notiert.

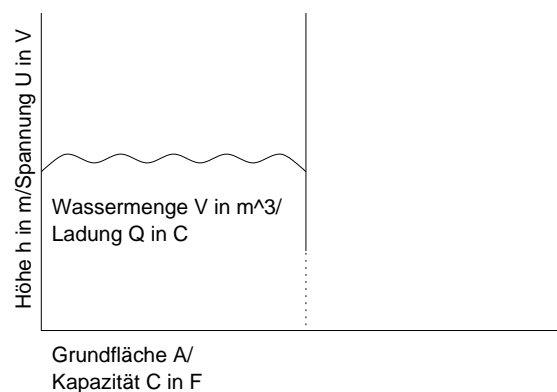
Um zu einem Endergebnis für jedes Buch – als Schulnote – zu kommen, mittelten wir die Ergebnisse der vier Kategorien. Da wir „Sonstiges“ keinen Zahlenwert zuordneten, hat die ganze Klasse „nach Gefühl“ gemittelt, und damit individuell die speziellen Auffälligkeiten eines Buches einfließen lassen. Die Ergebnisse jedes Schülers wurden dann normal arithmetisch gemittelt.

(Benötigte Zeit: 13 min)

19.11.2005

## 1.22 22. Hausaufgabe

### 1.22.1 Vergleich zwischen fließendem Wasser und Kondensatoren



Der Vergleich von fließendem Wasser mit anderen physikalischen Modellen, z.B. dem Impuls oder Kondensatoren, ist tragfähig und legt mathematische Strukturen dar, die beiden Modellen gemein sind. Beispiel:

Beim Wassermodell errechnet sich die Gesamtmenge an Wasser  $V$  durch  $V = Ah$ , wobei  $A$  die Grundfläche und  $h$  die Wasserhöhe angibt. Beim Kondensator errechnet sich die gespeicherte Ladung  $Q$  durch  $Q = CU$ , wobei  $C$  die Kapazität und  $U$  die Spannung angibt.

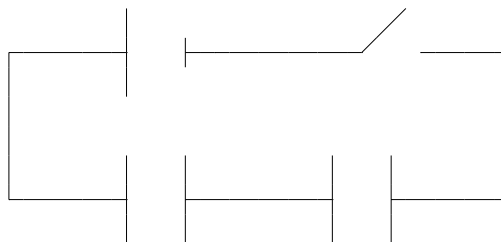
Dass dieser Vergleich sehr wohl Sinn ergibt, soll folgendes Beispiel demonstrieren: Wir wissen bereits, dass sich die Kapazität  $C$  eines Kondensators verdoppelt, wenn wir den Plattenabstand  $d$  halbieren (dies folgt aus  $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ , wobei hier  $A$  die Plattenfläche angibt). Die gespeicherte Ladung  $Q$  bleibt selbstverständlich konstant; die neue Spannung  $U$  errechnet sich durch  $U = \frac{Q}{C}$ , also wird die Spannung  $U$  durch der Halbierung des Plattenabstands auf die Hälfte reduziert.

Übertragen auf das Wassermodell wird dies auch unmittelbar klar: Vergrößern wir die Grundfläche  $A$  durch Öffnen des Weges zum rechten Becken, so bleibt die Wassermenge  $V$  selbstverständlich konstant, da die Begrenzungen dicht sind. Lässt man nun aber das Wasser zur Ruhe kommen, stellt man fest, dass sich die Wasserhöhe  $h$  halbiert hat – genau wie sich beim Kondensator die Spannung halbiert hat.

Auch die mathematischen Formeln gelten beim Wasserbeispiel: Aus  $V = Ah$  folgt  $h = \frac{V}{A}$ . Da nun  $A$  verdoppelt wurde, wurde  $h$  halbiert.

Wassermodell	Kondensator
Wassermenge $V = Ah$	Gespeicherte Ladung $Q = CU$
Wasserhöhe $h = \frac{V}{A}$	Spannung $U = \frac{Q}{C}$
Grundfläche $A = \frac{V}{h}$	Kapazität $C = \frac{Q}{U}$

Ebenso ist das Wassermodell übertragbar auf den Ladungsausgleich zwischen einem geladenen und einem ungeladenen Kondensator:



Öffnet man beim Wassermmodell die Trennwand zum zweiten, gleich großen Becken und lässt das Wasser zur Ruhe kommen, so werden die Wasserhöhen im linken und rechten Becken gleich groß sein. Die Summe der Wassermengen der beiden Becken ergibt selbstverständlich die Originalmenge.

Verbindet man einen geladenen und einen ungeladenen Kondensator gleicher Kapazität leitend und lässt den Elektronenfluss  $I$  zwischen den Kondensatoren zur Ruhe kommen, so werden die Spannungen gleich groß sein. Das Pendant zur Wassermenge, die gespeicherte Ladung, hat sich auf beide Kondensatoren verteilt; ihre Summe ergibt wieder die ursprüngliche, auf dem linken Kondensator gespeicherte Ladung.

(Benötigte Zeit: 43 min)

21.11.2005

## 1.23 23. Hausaufgabe

### 1.23.1 Buch Seite 227, Aufgabe 1

Die Horizontalkomponente der Feldstärke  $\mathcal{B}$  des magnetischen Erdfeld beträgt ungefähr  $\mathcal{B}_h = 19 \mu\text{T}$ . Berechnen Sie die Kraft auf eine in Ost-West-Richtung verlaufende Freileitung ( $I = 100 \text{ A}$ , Abstand zwischen zwei Masten  $a = 150 \text{ m}$ ).

$$F = \mathcal{B}_h I a = 0,29 \text{ N};$$

### 1.23.2 Buch Seite 227, Aufgabe 2

Ein gerader Draht von  $l = 0,5 \text{ m}$  Länge verläuft lotrecht und wird von einem Strom von  $I = 6 \text{ A}$  von unten nach oben durchflossen. Er ist von einem Magnetfeld der Stärke  $\mathcal{B} = 70 \mu\text{T}$  umgeben, das horizontal nach Norden gerichtet ist. Geben Sie Betrag und Richtung der auf ihn wirkenden magnetischen Kraft an.

$$F = \mathcal{B} I l = 0,21 \text{ mN};$$

Die Kraft ist nach Westen gerichtet.

### 1.23.3 Buch Seite 227, Aufgabe 3

Ein waagrechter Draht von  $l = 15 \text{ cm}$  Länge wird von einem Strom von  $I = 5 \text{ A}$  durchflossen. Geben Sie Betrag und Richtung der ma-

netischen Feldstärke des kleinsten Magnetfelds an, das den Draht mit der Masse  $m = 4 \text{ g}$  in der Schwebe hält.

Das Magnetfeld muss senkrecht zum Draht und horizontal gerichtet sein.

$$mg = BIl; \Rightarrow B = \frac{mg}{Il} = 0,05 \text{ T};$$

#### 1.23.4 Zusammenfassung der Seiten 224-227

##### Magnetfelder

Jeder Magnet hat zwei Pole (Nord- und Südpol), welche dadurch gekennzeichnet sind, dass an ihnen die magnetische Kraft am größten ist. Gleichnamige Pole stoßen sich ab, ungleichnamige Pole ziehen sich an.

Die Magnetfeldrichtung wurde definiert auf die Richtung, in die sich der Nordpol einer frei beweglich aufgestellten Magnetnadel einstellt.

Die Feldliniendichte ist, wie beim Gravitationsfeld und beim elektrischen Feld, ein Maß für die Feldstärke.

Ein großer Unterschied zu Feldlinien elektrischer Felder ist jedoch, dass magnetische Feldlinien stets geschlossen sind, also weder Anfangs- noch Endpunkt besitzen. Beim elektrischen Feld ist dies nicht möglich, da dann an einem Punkt „gleichzeitig eine negative Ladung und eine positive Ladung sitzen müsste“.

##### Magnetische Feldstärke

Um eine sinnvolle Definition der elektrischen Feldstärke zu erhalten, hatten wir die Proportionalität  $F \sim q$  betrachtet, wobei  $F$  die elektrische Kraft und  $q$  die Probeladung angibt. Den Proportionalitätsfaktor bezeichneten wir dann einfach mit  $\mathcal{E}$ ; Umformung ergab  $\mathcal{E} = \frac{F}{q}$ .

Die Drei-Finger-Regel hilft beim Finden der Richtungen einer Komponente, wenn die anderen beiden Komponenten bekannt sind: Gibt der Zeigefinger der rechten Hand die technische Stromrichtung und der Mittelfinger die Magnetfeldrichtung an, so gibt der ausgestreckte Daumen die Richtung der Lorentzkraft an.

Beim Magnetfeld gehen wir ähnlich vor: Durch Versuche erhalten wir die Proportionalitäten  $F \sim I$  und  $F \sim l$ , wobei  $F$  die magnetische Kraft,  $I$  die Stromstärke des betrachteten Leiters und  $l$  die Leiterlänge angibt. Also gilt auch  $F \sim Il$ . Bezeichnung der Proportionalitätskonstante mit  $\mathcal{B}$  und Umformung ergibt  $\mathcal{B} = \frac{F}{Il}$ .

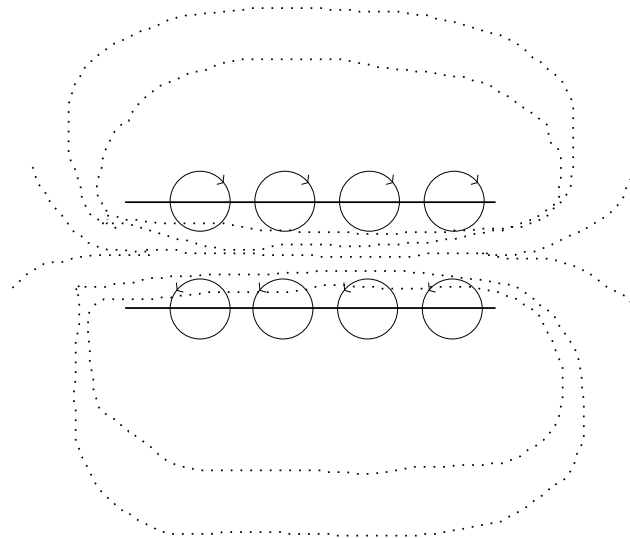
Steht die Magnetfeldlinien nicht senkrecht auf dem Leiter, so erhalten wir die zusätzliche Proportionalität  $F \sim \sin \alpha$ , wobei  $\alpha$  den Winkel zwischen  $\vec{\mathcal{B}}$  und  $\vec{F}$  angibt. Dementsprechend muss die Definition von  $\mathcal{B}$  für diesen Fall erweitert werden:  $\mathcal{B} = \frac{F}{Il \sin \alpha}$ ;

(Benötigte Zeit: 57 min)

22.11.2005

## 1.24 24. Hausaufgabe

### 1.24.1 Zusammenfassung der Stunde



- „Magnetisches Potenzialfeld“

Würde man „Nordpolpulver“, also Pulver bestehend aus lauter Nordpolen (das Problem, dass Nordpole nie einzeln auftreten können, sondern immer auch ein entsprechender Südpol vorhanden ist ignorierend), einem Magnetfeld aussetzen, würde es sich entlang der Magnetfeldlinien bewegen.



Da die Feldlinien jedoch anders als beim elektrischen Feld geschlossen sind, wird das Nordpolpulver nach einer „Rundfahrt“ wieder beim Ausgangspunkt ankommen.

„Schlimmer“ noch: Während der „Fahrt“ gewinnt das Nordpolpulver ständig an Energie – es wird schließlich bewegt. Dies stellt einen großen Gegensatz zum elektrischen Feld dar: Bewegt man dort eine Ladung von einem Ausgangspunkt weg und anschließend wieder zurück, so weisen die bewegten Teilchen eine Energiebilanz von 0 J auf.

Dies ist auch der Grund, wieso es für Magnetfelder nicht ein entsprechende skalare Potenzialfelder (und damit auch Potenzialgebirge) gibt – es gibt keinen Punkt, am den die für den Wegtransport notwendige Energie ein Minimum oder Maximum einnimmt.

(Dies gilt für alle Felder, die quellenfrei sind; dazu gehören Magnetfelder.)

- „Jeder elektrische Strom  $I$  in einem Leiterstück der Länge  $l$  lässt sich als magnetischen Quirl der Quirlstärke  $Il$  (mit der Einheit Am) auffassen.“

Ringströme, wie sie z.B. in Atomkernen durch Ladungsbewegung vorkommen, sind Elementarquirlen, welche ausgerichtet werden können. Die Überlappung mehrerer Elementarquirlen ergibt dann ein gesamtes Magnetfeld. Bei entsprechender Ausrichtung der Elementarquirlen ergeben sich Magnetfelder, dessen Elementarquirlen sich nicht gegenseitig beinahe aufheben – z.B. das Magnetfeld eines Stabmagneten.

- Elementarquirlen kann man sich als Quirlen vorstellen, welche Wasserströmungen erzeugen. Diese Vorstellung kann zum Lernen und Verstehen sehr nützlich sein.

Kommen mehrere entsprechend gerichtete Elementarquirlen zusammen, so bewegen sie das Wasser „einheitlich“, z.B. formen sie das Äquivalent eines Stabmagneten – rechts wird Wasser eingesaugt, links tritt es wieder aus (siehe Grafik).

Wartet man, bis sich das  $v$ -Feld des Wassers stabilisiert hat, kann man den eingangs erwähnten Nordpolpulver-Versuch durchführen: Ins Wasser setzt man ein einfach verfolgbares Teilchen. Durch das (konstante)  $v$ -Feld bewegt es sich dann entlang der „Magnetfeldlinien“.

Fragen:

- Bei elektrischen Feldern stehen bekanntermaßen die Äquipotenziallinien, aus welchen sich, wenn als Höhenlinien interpretiert, das Potenzialgebirge berechnen lässt, senkrecht auf den Feldlinien. Was erhält man, wenn man einfach naiv vorgeht und auch bei Magnetfeldern „Äquipotenziallinien“ einzeichnet und von denen ausgehend dann auf ein „Potenzialgebirge“ zurückrechnet?
- Bei elektrischen Feldern konnte man dank des Potenzialbegriffs die Wirkung mehrerer Ladungen mathematisch sehr einfach beschreiben (Addition der einzelnen Potenzialfelder ergibt – unter Beachtung der verschiedenen Vorzeichen und Richtungen natürlich – das gesamte Potenzialfeld, welches sich ergibt, wenn alle Ladungen wirken). Welches mathematische Äquivalent nutzt man bei Magnetfeldern?
- Kann man von diesen mathematischen Formeln eventuell sogar wieder auf ein „Potenzialfeld“ zurückschließen, dessen physikalische Interpretation zwar wenig Sinn ergibt, mathematisch jedoch sehr konkret darstellbar ist?

(Benötigte Zeit: 78 min; da das Zeichnen des Bildes sehr viel Zeit beansprucht hat, habe mich auf die Fragen anstatt auf das Zeichnen eines weiteren Bildes konzentriert.)

23.11.2005

Ergänzung: Den Polen eines Stabmagneten kann man eine Polstärke in der Einheit  $V_s$  zuordnen. Dabei kann man sich die Polstärke als „magnetische Ladung“ vorstellen – positive Polstärken (Nordpol) pumpen Plus-Teilchen (Nordpole) weg und negative Polstärken ziehen sie an.

Wie das „Material“ vom Süd- wieder zum Nordpol zurückkommt, spielt keine Rolle – die Idee der magnetischen Ladung ist nur ein abstraktes Konzept, welches ausschließlich eine Hilfe fürs Vorstellen und für die Bildung von Analogien mit dem elektrischen Feld sein soll.

23.11.2005

## 1.25 25. Hausaufgabe

### 1.25.1 Zusammenfassung des Unterrichts über $V_s$

Man kann sich ein magnetisches Äquivalent zur elektrischen Ladung vorstellen. Elektrische Ladung wird in der Einheit  $A_s$  angegeben; die magnetische Ladung verwendet  $V_s$ .

Magnetischen Polen kann man nun eine Polstärke zuordnen. Ähnlich wie beim elektrischen Feld die Größe der Ladung ein Maß für die Stärke ist, ist beim magnetischen Feld die Größe der magnetischen Ladung ein Maß für die Polstärke. Positive Polstärken (Nordpol) pumpen Plus-Teilchen (Nordpole) weg und negative Polstärken ziehen sie an.

Wie das „Material“ vom Süd- wieder zum Nordpol zurückkommt, spielt keine Rolle – die Idee der magnetischen Ladung ist nur ein abstraktes Konzept, welches ausschließlich eine Hilfe fürs Vorstellen und für die Bildung von Analogien mit dem elektrischen Feld sein soll.

Legt man an einen geschlossenen Supraleiter für eine Zeitspanne  $t$  die Ladung  $U$  an, so wird ein gewisser elektrischer Strom fließen. Dieser Strom erzeugt ein Magnetfeld, welches durch die magnetische Ladung von  $Ut$  hervorgerufen wird.

Legt man beispielsweise eine Sekunde lang eine Spannung von 1 V an, so ist der magnetische Fluss 1  $V_s$  groß.

### 1.25.2 Zusammenfassung der Aussagen des Metzlers über $V_s$

- S. 249: „Das Produkt aus der magnetischen Feldstärke  $\mathcal{B}$  und der vom Magnetfeld senkrecht durchsetzten Fläche  $A_n$  bezeichnet man als magnetischen Fluss  $\phi$ :  $\phi = A_n \mathcal{B}$ . Seine Einheit ist  $[\phi] = 1 \text{ Tm}^2$ .“
- Google sagt relativ wenig über „magnetische Ladung“. Es gibt keinen Wikipedia-Artikel.

(Benötigte Zeit: 49 min)

24.11.2005

## 1.26 26. Hausaufgabe

### 1.26.1 Zusammenfassung der Stunde: Der generalisierte Stoß

[ $\int$  ist nicht im mathematisch korrekten Sinne als unbestimmtes Integral, sondern als bestimmtes Integral ohne näher spezifizierte Grenzen zu interpretieren.]

- $\underbrace{\Delta Q}_{[\text{As}]} = \int \underbrace{I}_{[\text{A}]} dt$ ; (Stromstoß)

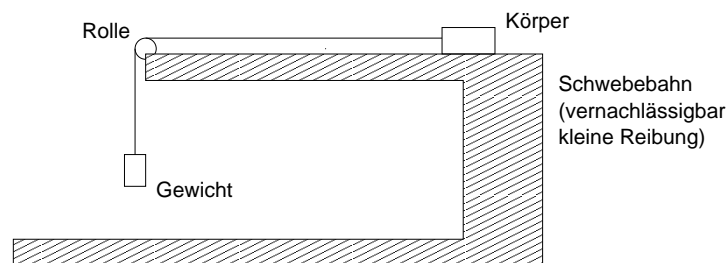
Möchte man die auf einem aufgeladenen Kondensator gespeicherte Ladung bestimmen, so kann den Kondensator mit einem Ladungsmessgerät leitend verbinden. Dabei wird der Kondensator natürlich entladen.

Da man Ladungen direkt nicht messen kann, misst das Ladungsmessgerät den Strom  $I$ . Würde ein Mensch die Aufgabe des Ladungsmessgeräts übernehmen, würde er seine Messdaten in ein  $I$ - $t$ -Diagramm eintragen; die Fläche unterhalb der Kurve gibt dann die geflossene Ladung an, also die Ladung, die auf dem Kondensator gespeichert war.

- $\underbrace{\Delta E}_{[\text{Ws}]} = \int \underbrace{P}_{[\text{W}]} dt$ ; („Leistungsstoß“)

Schaltet man eine 60,0 W-Glühbirne zehn Sekunden lang ein, so erfährt die Umwelt durch Wärme und Licht einen Leistungsstoß von  $60,0 \text{ W} \cdot 10,0 \text{ s} = 300 \text{ Ws} = 300 \text{ J}$ .

- $\underbrace{\Delta p}_{[\text{Ns}]} = \int \underbrace{F}_{[\text{N}]} dt$ ; (Kraftstoß)



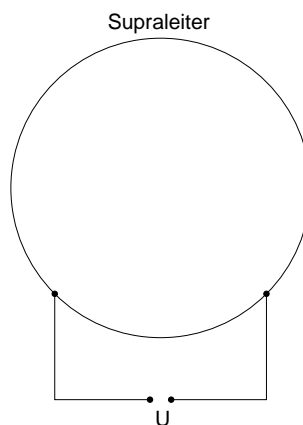
Lässt man das Gewicht los, wirkt, so lange das Gewicht noch nicht auf den Boden aufgesetzt hat, auf den Körper die konstante Kraft  $F = m_{\text{Gewicht}}g$ . Sobald das Gewicht auf dem Boden

liegt – nach der Zeitspanne  $\Delta t$  – wirkt auf den Körper keine Kraft mehr, er bewegt sich jedoch trotzdem noch weiter (NEWTONscher Trägheitssatz).

Diese Beobachtung kann auch unter Benutzung des Impulsbegriffs erklärt werden: Das Gewicht überträgt einen Kraftstoß von  $m_{\text{Gewicht}} \cdot g \cdot \Delta t$  auf den Körper. Es fließt also ein Impuls  $p$  von  $p = m_{\text{Gewicht}} \cdot g \cdot \Delta t$  auf den Körper; die Geschwindigkeit am Ende der Beschleunigungsphase ist  $\frac{p}{m_{\text{Körper}}}$ .

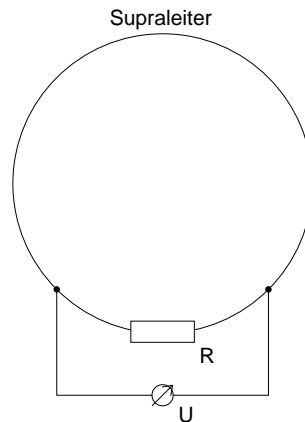
- $\underbrace{\Delta\phi}_{[\text{Vs}]} = \int \underbrace{U}_{[\text{V}]} dt$ ; (Spannungsstoß)

Legt man an einen geschlossenen Supraleiter, typischerweise einen Ring, für eine gewisse Zeitspanne  $\Delta t$  eine Spannung  $U$  an, erhält der Supraleiter einen Spannungsstoß der Größe  $U\Delta t$ .



Dieser Spannungsstoß baut ein Magnetfeld mit einem magnetischen Fluss von  $U\Delta t$  ([Vs]) auf. (Zahlenbeispiel: Legt man zwei Sekunden eine Spannung von 4 V an, so wird der magnetische Fluss 8 Vs betragen.)

Man kann auch den umgekehrten Weg gehen: Man hat einen Supraleiter, der ein Magnetfeld unbekanntem magnetischen Flusses erzeugt. Möchte man den Fluss messen, so kann man – ähnlich wie bei der Ladungsmessung beim Kondensator – die Energie aus dem magnetischen Feld abfließen lassen, indem man in den Supraleiter einen Widerstand einbaut und die am Widerstand anliegende Spannung bestimmt.



Nach dem Spannungstoß ist die Spannung 0, das magnetische Feld ist abgebaut und es fließt kein Strom mehr.

Trägt man  $U$ - $t$ -Wertepaare in ein Diagramm ein, so wird die Fläche unter der Kurve die Größe des magnetischen Flusses angeben. (Zahlenbeispiel: Erhält man eine Fläche der Größe  $4\text{ V} \cdot 2\text{ s}$ , so betrug der magnetische Fluss  $8\text{ Vs}$ .)

[Antworten:

$\Delta$  „Extensive Größe“ =  $\int$  „Strom der extensiven Größe“  $dt$ ;

und die unterschiedlichen Realisierungen dieser mathematischen Struktur]

(Benötigte Zeit: 43 min)

28.11.2005

## 1.27 27. Hausaufgabe

### 1.27.1 Zusammenfassung der Ereignisse bei Annäherung eines Stabmagneten an eine Spule

#### Versuchsanordnung

Spule mit  $n$  Windungen, angeschlossen an ein Messgerät, welches die anliegende Spannung  $U$  misst und nach der Zeit  $t$  in ein Diagramm aufträgt;

Stabmagnet mit einem magnetischen Fluss von  $\phi$  (bzw.  $-\phi$  am gegenüberliegenden Pol)

**Vorgehen**

Der Stabmagnet wird „aus dem Unendlichen“ her langsam an die Spule herangeführt. Dort bleibt er für eine Zeitspanne von  $\Delta t$ . Dann wird er wieder weggeführt.

Randeffekte („aus dem Unendlichen“, evtl. nicht vollständige Windungen an Spulenanfang und -ende) werden vernachlässigt.

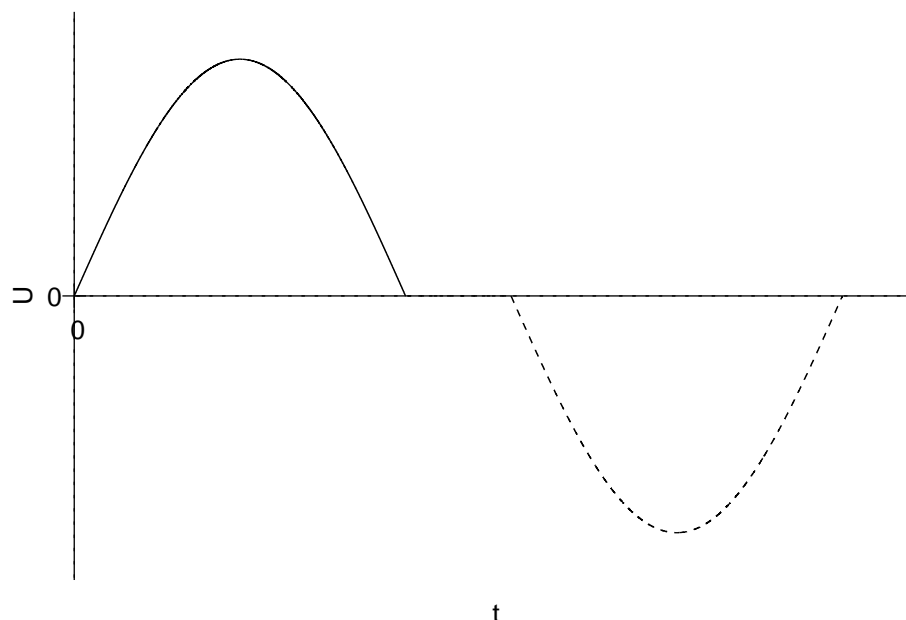
**Beobachtung**

Beim Heranführen des Stabmagneten an die Spule wird die  $U$ - $t$ -Kurve von  $0\text{ V}$  ausgehend zuerst ansteigen, dann ein Maximum erreichen und dann wieder zur Nulllage zurückkehren.

Während der Magnet nicht bewegt wird (während der Zeitspanne von  $\Delta t$ ), ist  $U = 0$ .

Beim Wegführen des Stabmagneten ergibt sich ein an der  $t$ -Achse gespiegeltes Bild: Die Kurve wird erst fallen, dann ein Minimum erreichen und dann wieder zur Nulllage zurückkehren.

Besonders interessant ist, dass die Flächen, die von der Kurve und der  $U$ -Achse eingeschlossen wird, jeweils  $\Delta t \cdot \phi : n$  betragen – pro Windung erhält man einen Spannungsstoß von  $\Delta t \phi$  ([Vs]).



(Selbstverständlich wird der Kurvenverlauf „in Wahrheit“ – je nach dem Ablauf der Bewegung des Stabmagneten – einen

anders gekrümmten Verlauf nehmen; insbesondere wird die  $U$ - $t$ -Funktion – vernachlässigt man ihren zu geringen Definitionsbereich ( $U$  kann z.B. nicht  $2\pi V$  sein;  $U \notin \mathbb{R}$ ) – an jeder Stelle differenzierbar sein.)

Es gilt ( $t_1$  kennzeichne den Zeitpunkt bei Bewegungsende,  $t_2$  den beim erneuten Beginn):

$$\int_{0s}^{t_1} U(t) dt = \phi_{\text{Stab}};$$

$$\int_{t_2}^{t_3} U(t) dt = -\phi_{\text{Stab}};$$

(Benötigte Zeit: 43 min)

29.11.2005

## 1.28 28. Hausaufgabe

### 1.28.1 Zusammenfassung der Stunde: Tragfähiges mechanisches Modell zur Erleichterung des Verständnisses der Selbstinduktion

Für elektrische Stromkreise kann man sich ein für uns neues, sehr tragfähiges mechanisches Modell vorstellen. Schnur wird in einem geschlossenen Kreis reibungsfrei „gepumpt“. Das mechanische Äquivalent zur **Ladung** ist dann ein gewisses Stück Schnur.

Ist die Pumpe eingeschaltet, bewegt sich die Schnur. Man kann eine **Stromstärke** als Quotient aus bewegter Länge an Schnur pro dafür benötigter Zeit definieren.

Es gibt auch ein Äquivalent für den irreversiblen, elektrischen, OHMSchen **Widerstand**: Bremst man an einer Stelle die Schnur (z.B. mit der Hand), so wirkt eine von der Zeit unabhängige Bremskraft an der Stelle. Bei elektrischen Widerständen liegt eine Spannung an.

Auch **reversible Widerstände** kann man modellieren: Baut man in den Schnurkreis ein Schwungrad ein, so wirkt wegen der Massenträgheit bei Einschalten der Pumpe eine Gegenkraft ([N]). Sobald das Rad seine Maximalgeschwindigkeit erreicht hat, kann man die Energiebilanz betrachten:  $\Delta l$  an Schnur erfuhren eine mittlere Bremskraft von  $\bar{F}$  – die in der Bewegung des Rades gespeicherte Energie ist also  $\Delta E = \bar{F} \cdot \Delta l$ . Diese Energie floss von der Pumpe über



die Schnur zum Rad, welches es in Form von Bewegungsenergie,  $\frac{1}{2}m_{\text{eff}}v^2$ , speichert.

Dabei ist die „effektive Masse“ des Schwungrads  $m$  ein Maß für seine Trägheit. (Die effektive Masse ist geometrieabhängig, der Einfachheit halber verwenden wir deswegen  $m_{\text{eff}}$  statt  $m$ .)

Nun ist das Schwungrad ein reversibler Widerstand, es muss also eine Möglichkeit geben, die in der Radbewegung gespeicherte Energie zurückzugewinnen. Dies ist möglich, indem man die Pumpe aus dem Stromkreis ausklinkt – zum einen bewegt sich die Schnur weiterhin (wegen des Fehlens von Reibung in unserem Modell) und zum anderen könnte man die Schnur ähnlich wie einen Dynamo nutzen.

Für das Verständnis der elektrischen Selbstinduktion ist es nun am interessantesten, wenn wir versuchen, einen „angeschmissenen“ Schnurkreis mit laufendem Rad zu bremsen. Wieder werden wir wegen der Trägheit eine Gegenkraft feststellen, die sich dadurch äußert, dass (z.B.) die Hände stark erwärmt werden. Damit ist die Energie aus dem Rad weggeflossen. In der Mechanik ist dieses Verhalten klar – wegen der Trägheit muss Kraft aufgewendet werden, um den Bewegungszustand von Körpern zu ändern.

Jetzt können wir nun das mechanische Modell zurück in die Elektrizität übertragen; dabei nutzen wir eine Spule als reversiblen Widerstand. Eine Spannungsquelle wird leitend mit einer Spule verbunden und eingeschaltet. Da dadurch Strom durch die Spule fließt, wird um die Spule ein magnetisches Feld aufgebaut. Durch die „Trägheit“ der Spule (wobei man  $L \left[ \frac{\text{J}}{\text{A}^2} \right]$  als Maß für die „Trägheit“ einführt) verhält sich die Spule wie ein Widerstand – es wird eine Gegenspannung induziert.

Ist das Magnetfeld fertig aufgebaut, verschwindet dieses Verhalten wieder – übertragen auf das mechanische Modell wirkt keine Gegenkraft mehr, wenn das Rad erstmal seine Maximalgeschwindigkeit erreicht hat. Im Magnetfeld ist dann nun Energie gespeichert.

Unterbricht man nun den Stromkreis, beispielsweise durch Ausstecken eines Kabels aus der Batterie – man regelt also die Stromstärke innerhalb sehr kurzer Zeit auf 0 A herunter (übertragen aufs mechanische Modell: bremst man die Schnur), erkennt man wieder die Auswirkungen dieser „Trägheit“ – es wird erneut eine Selbstinduktionsspannung induziert. Dadurch fließt die Energie des magnetischen Felds wieder zurück.

Im im Unterricht durchgeführten Versuch hat diese Spannung sogar ausgereicht, um einen Funkenüberschlag zu erreichen.

Weiter oben gab ich die in der Bewegung des Rades gespeicherte Energie mit  $\Delta E = \frac{1}{2}mv^2$  an. Überträgt man diese Formel nun auf die Spule, wobei wir  $L$  als Ersatz für die Radmasse  $m$  und  $I$  für die Schnurgeschwindigkeit  $v$  nehmen, erhalten wir  $\Delta E = \frac{1}{2}LI^2$ ;

Es kam auch die Frage auf, in welcher Richtung sich die Ladungsträger bei dieser Selbstinduktion bewegen. Diese Frage ist mit dem mechanischen Modell leicht zu beantworten: Beginnt man das Bremsen, bewegt sich die Schnur weiterhin „vorwärts“, genauer gesagt ändert sie ihre Bewegungsrichtung nicht. Sie wird durchaus abgebremst –  $v$  geht gegen  $0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  – aber die Bewegungsrichtung bleibt erhalten.

Das mechanische Modell ist sehr tragfähig – diese Aussage über die Bewegungsrichtung der Schnur gilt auch für die Bewegungsrichtung der Ladungsträger.

Elektrizität	Mechanik
Ladung $Q$ [C]	Länge an Schnur [m]
Stromstärke $I = \frac{Q}{t}$ [A]	Schnur pro Zeit $v$ [ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ]
Spannung $U$ [V]	Gegenkraft $F$ [N]
OHMscher Widerstand $R = \frac{U}{I}$ [ $\Omega$ ]	Manuelle Bremsung $\frac{F}{v}$ [ $\frac{\text{N}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$ ]
Energie $\Delta E = \frac{1}{2}LI^2$ [J]	Energie $\Delta E = \frac{1}{2}mv^2$ [J]

### 1.28.2 Übertragung von B. S. 255 aufs mechanische Modell

In einem Schnurkreis mit einem Schwungrad fließt die Schnur nach dem Unterbrechen des Kreises – also starkem Abbremsen – aufgrund der Trägheit noch weiter, obwohl die Pumpkraft Null ist. Da dafür die Kraft  $F$  verantwortlich ist, ist die Weiterbewegung mit der Leistung  $P = Fv$  und der Umwandlung der Bewegungsenergie des Schwungrads verbunden. Aus der Pumpe kann diese Energie nicht geliefert werden, da die Pumpkraft  $F = 0 \text{ N}$  ist. Aufgrund des Energieerhaltungssatzes muss die Bewegungsenergie der Schnur aus einer anderen Energieform entstanden sein: Sie kann nur aus der Bewegung des Rades stammen, dessen Drehzahl nach dem Ausschalten mit  $v$  gegen Null geht.

Die vorher in der Radbewegung gespeicherte Energie kann berechnet werden, indem man die Bewegungsenergie der Schnur bestimmt, in die sie umgewandelt wird. Die Bewegungsenergie der Schnur ist  $\Delta E = Fvt$ , wenn  $F$  und  $v$  konstant sind. Nach dem Ausschalten der Pumpe und dem Bremsen nehmen jedoch die Kraft des Rads  $F$  und die Schnurgeschwindigkeit  $v$  stetig ab. Daher muss man integrieren:

$$\Delta E = \int_{t_1}^{t_2} F(t)v(t) dt.$$

Die untere Grenze  $t_1$  des Integrals ist der Zeitpunkt des Beginns des Bremsens, die obere Grenze  $t_2$  der Zeitpunkt, für den  $v$  praktisch auf Null zurückgegangen ist. Nach dem Trägheitsgesetz  $F = -m\dot{v} = -m\frac{dv}{dt} = -ma$  ergibt sich

$$\Delta E = -m \int_{t_1}^{t_2} va dt = -m \int_{v_0}^{0 \frac{m}{s}} v dv.$$

Die Grenzen der neuen Variablen sind  $v(t_1) = v_0$  und  $v(t_2) = 0 \frac{m}{s}$ . Nach Ausführen der Integration und Einsetzen der Grenzen erhält man die Energie

$$\Delta E = -m \left[ \frac{1}{2}v^2 \right]_{v_0}^{0 \frac{m}{s}} = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

Nimmt man an, dass die gesamte Energie der Radbewegung in Energie für Bewegung der Schnur übergeht, so stellt dieser Ausdruck die Größe der in der Radbewegung gespeicherten Bewegungsenergie dar.

Die **Energie der Radbewegung** eines von Schnur mit der Geschwindigkeit  $\dot{l} = v$  durchflossenen Rads der Masse (Induktivität)  $m$  ist

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv^2.$$

(Benötigte Zeit: 84 min)

30.11.2005

## 1.29 29. Hausaufgabe

### 1.29.1 Buch Seite 255, Aufgabe 1

Eine Spule ( $n = 230$ ,  $l = 20 \text{ cm}$ ,  $A = 15 \text{ cm}^2$ ) wird von einem Strom der Stärke  $I = 5 \text{ A}$  durchflossen. Berechnen Sie die magnetische Energie des Felders, wenn a) Luft und b) ein Eisenkern mit  $\mu_r = 200$  in der Spule ist.

$$\mathbf{a)} \quad \Delta E = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{n^2 A}{l} I^2 = 0,006 \text{ J};$$

$$\mathbf{b)} \quad \Delta E = \frac{1}{2} \mu_r \mu_0 \frac{n^2 A}{l} I^2 = 1 \text{ J};$$

### 1.29.2 Buch Seite 255, Aufgabe 2

Beschreiben Sie ein homogenes elektrisches Feld, das jeweils die gleiche Energie wie das in Aufgabe 1 gegebene magnetische Feld speichert.

$$\Delta E = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{A}{d} U^2;$$

### 1.29.3 Buch Seite 255, Aufgabe 3

Was kann man über die Energiedichte an den Enden einer langen Spule gegenüber der im Inneren sagen, wenn die Feldstärke  $\mathcal{B}$  dort auf die Hälfte des Innenwertes zurückgegangen ist?

$$\mathcal{B}_1 = \frac{1}{2} \mathcal{B}_0;$$

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_0} = \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{\mu_r \mu_0} \frac{1}{4} \mathcal{B}_0^2}{\frac{1}{2} \frac{1}{\mu_r \mu_0} \mathcal{B}_0^2} = \frac{1}{4};$$

### 1.29.4 Buch Seite 255, Aufgabe 4

Bestimmen Sie a) die magnetische Energie, b) die elektrische Energie und c) die Gesamtenergie in einem Volumen von  $V = 1 \text{ m}^3$ , in dem ein elektrisches Feld von  $\mathcal{E} = 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$  und ein Magnetfeld von  $\mathcal{B} = 1,5 \text{ T}$  herrschen.

$$\mathbf{a)} \quad \Delta E_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} \mathcal{B}^2 V = 9 \cdot 10^5 \text{ J};$$

$$\mathbf{b)} \quad \Delta E_{\text{el}} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \mathcal{E}^2 V = 4 \cdot 10^{-2} \text{ J};$$

$$\mathbf{c)} \quad \Delta E_{\text{ges}} = \Delta E_{\text{mag}} + \Delta E_{\text{el}} = 9 \cdot 10^5 \text{ J};$$

**1.29.5 Buch Seite 255, Aufgabe 5**

Man kann in Luft elektrische Felder mit Feldstärken bis zu  $\mathcal{E} = 10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$  und magnetische Felder mit magnetischen Feldstärken bis zu  $\mathcal{B} = 3 \text{ T}$  erzeugen. Berechnen Sie die Energiedichten dieser Felder.

$$\varrho_{\text{el}} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \mathcal{E}^2 = 4 \cdot 10^2 \frac{\text{J}}{\text{m}^3};$$

$$\varrho_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} \mathcal{B}^2 = 4 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{m}^3};$$

**1.29.6 Fragen**

Wieso macht Aufgabe 5 die Einschränkung, dass man nur Felder bis zu einer gewissen Stärke erzeugen kann? Welche Probleme gibt es beim Erzeugen stärkerer Felder? Kann man nicht einfach mehrere kleinere Felder (z.B. von Stabmagneten) kombinieren, indem man die Einzelmagneten nebeneinander legt?

Aufgabe 2 ist schwammig formuliert – da drei Parameter zur Verfügung stehen ( $U$ ,  $A$ ,  $d$ ), gibt es unendlich viele Möglichkeiten, ein energetisch gleich großes Feld zu erzeugen.

Hat die Asymmetrie zwischen  $\varepsilon_0$  und  $\mu_0$  einen bestimmten Hintergrund? ( $\mu_0$  wird immer reziprok, also als  $\frac{1}{\mu_0}$ , verwendet,  $\varepsilon_0$  jedoch nicht.)

(Benötigte Zeit: 43 min)

05.12.2005

**1.30 31. Hausaufgabe****1.30.1 Zusammenfassung der Stunde**

Durch Auslassungen im Lehrplan besteht die Möglichkeit, zwei verschiedene Begriffe nicht genau unterscheiden zu können.

Dabei handelt es sich zum einen um die elektrische Feldstärke  $\mathcal{E} = \frac{F}{Q} \left[ \frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$ . Diese Größe ist **keine** Flussdichte.

$\mathcal{B} \left[ \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \right]$  ist nun **kein** magnetisches Äquivalent zu  $\mathcal{E}$  –  $\mathcal{E} = \frac{F}{l}$  ist nicht die magnetische Feldstärke (welche das Formelsymbol  $H = \frac{\mathcal{B}}{\mu}$  erhalten hat), sondern die magnetische Flussdichte,  $\mathcal{B} = \frac{\phi}{A} = \mu H$ .

Es gibt auch eine elektrische Flussdichte, die im Lehrplan ausgespart ist:  $D = \frac{Q}{A} = \varepsilon \mathcal{E} \left[ \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$

Kurz:  $\mathcal{B}$  und  $D$  sind Flussdichten,  $\mathcal{E}$  und  $H$  sind Feldstärken.

(Benötigte Zeit: 18 min für die Zusammenfassung, 28 min für die (ergebnislosen) Überlegungen über das in den letzten Minuten der Stunde angesprochenen Problem)

### 1.30.2 Besprechung des Problems

[Ergebnislos wegen Missverständnis des Tafelbilds; siehe Plakat in der 32. Hausaufgabe]

06.12.2005

## 1.31 32. Hausaufgabe

### 1.31.1 $\mathcal{E}$ ohne felderzeugende Ladungen!

Ein stationärer Leiter befinde sich in einem homogenen Magnetfeld und bilde einen noch ungeschlossenen Stromkreis. Ein zweiter, beweglicher Leiter sitze auf dem stationären Leiter auf und komplettiere den Stromkreis.

Bei Bewegung des aufsitzenden Leiters nimmt nun der effektiv auf die Leiter wirkender magnetische Fluss zu; außerdem ist eine von Null verschiedene Induktionsspannung  $U_{\text{ind}}$  feststellbar.

Direkt aus der Definition der magnetischen Flussdichte  $\mathcal{B} = \frac{F}{l}$  folgt mit  $\Delta l$  als die Strecke, um die der Leiter (im Beispiel nach rechts) bewegt wurde  $F = \mathcal{B} I \Delta l$ .  $I$  ist definitionsgemäß  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0s} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ ; eingesetzt erhält man  $F = \lim_{\Delta t \rightarrow 0s} \mathcal{B} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Delta l$ .

Gruppiert man nun diesen Term nun so, dass sich  $\Delta t$  auf  $\Delta l$  statt  $\Delta Q$  bezieht, wird schnell eine weitere Umformungsmöglichkeit ersichtlich:

$$F = \lim_{\Delta t \rightarrow 0s} \mathcal{B} Q \frac{\Delta l}{\Delta t} = \mathcal{B} Q \dot{l} = \mathcal{B} Q v;$$

Herüberbringen von  $Q$  auf die linke Seite der Gleichung bringt nun das überraschende Ergebnis

$$\frac{F}{q} = \mathcal{E} = \mathcal{B} v!$$

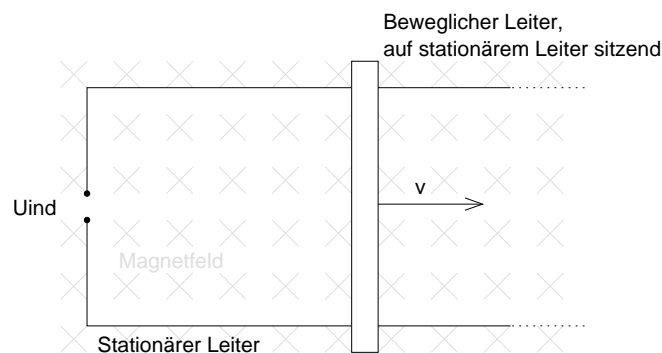
Es existiert also ein direkter und sehr einfacher Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte  $\mathcal{B}$  und der elektrischen Feldstärke  $\mathcal{E}$ ! Ferner scheint ein elektrisches Feld zu bestehen, obwohl keine Ladungen vorhanden sind, die so ein Feld erzeugen könnten! (Die Ladungen des beweglichen Leiters reichen weder aus um ein Feld dieser Größenordnung zu erzeugen noch wäre das entstehende Feld homogen – im Beispiel ist aber  $\mathcal{E}$  homogen, da  $\mathcal{B}$  ebenfalls homogen ist und Multiplikation mit  $v$  an dieser Tatsache nichts ändert; also können die Ladungen des Leiters nicht die Verursacher des betrachteten  $\mathcal{E}$  sein.)

Mit Hilfe der Dreifingerregel kann man zu einer weiteren erstaunlichen Aussage gelangen: Der Regel entsprechend – der Strom ist nach links gerichtet, das Magnetfeld nach hinten – wirkt eine Kraft auf die Ladungen des beweglichen Leiters nach unten; es kommt also zu einer Ladungstrennung.

Dieses Szenario kennen wir bereits; wir können uns „oben“ und „unten“ als die Platten eines Kondensators vorstellen (mit dem Plattenabstand gleich der Länge des beweglichen Leiters)! Demnach gilt

$$\mathcal{E} = \frac{U}{d} = \mathcal{B}v;$$

Dieser Zusammenhang ist äußerst interessant; man rufe sich auch in Erinnerung, dass  $\mathcal{E}$  nicht direkt durch die Ladungen auf dem Leiter hervorgerufen wurde und dass selbstverständlich kein Kondensator in die Schaltung eingebaut ist.



(Benötigte Zeit: 51 min)

07.12.2005

## 1.32 33. Hausaufgabe

### 1.32.1 Buch Seite 232, Aufgabe 1

Ein Proton bewegt sich in einem homogenen Magnetfeld der Stärke  $\mathcal{B} = 2 \text{ T}$  mit einer Geschwindigkeit  $v = 750 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  senkrecht zu den Feldlinien. Berechnen Sie den Radius seiner Kreisbahn.

$$\left. \begin{array}{l} F = F_L = \mathcal{B}ev; \\ F = F_r = \frac{m_p v^2}{r}; \end{array} \right\} \Rightarrow \mathcal{B}ev = \frac{m_p v^2}{r}; \Rightarrow v = \frac{m_p v}{\mathcal{B}e} = 3,9 \text{ mm};$$

### 1.32.2 Buch Seite 232, Aufgabe 2

Die magnetische Feldstärke im homogenen Teil des Helmholtz-Spulenfeldes wird mit einer Hallsonde zu  $\mathcal{B} = 965 \mu\text{T}$  bestimmt. Bei einer Beschleunigungsspannung von  $U = 210 \text{ V}$  wird im Fadenstrahlrohr der Durchmesser der Kreisbahn  $d = 10,2 \text{ cm}$  gemessen. Berechnen Sie die spezifische Ladung  $\frac{e}{m}$  der Elektronen.

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{\mathcal{B}^2 \left(\frac{d}{2}\right)^2} = 1,73 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}};$$

### 1.32.3 Buch Seite 232, Aufgabe 3

Wie kann sich ein geladener Körper durch ein Magnetfeld bewegen, ohne dass das Feld eine Kraft auf ihn ausübt?

Magnetfeld bewegt sich ebenfalls mit gleicher Geschwindigkeit wie der Körper, damit Relativgeschwindigkeit von Körper und Feld Null, damit keine Lorentzkraft.

### 1.32.4 Buch Seite 232, Aufgabe 4

In welcher Masse Wasserstoff ist 1 g Elektronen enthalten?

$$\frac{1 \text{ g}}{m_e} (m_e + m_p) = 2 \text{ kg};$$

### 1.32.5 Buch Seite 232, Aufgabe 5

In einem bestimmten Gebiet des interstellaren Raumes gibt es freie Elektronen mit der kinetischen Energie  $\Delta E = 1 \text{ meV}$ , die sich auf



Kreisbahnen vom Radius  $r = 25 \text{ km}$  bewegen. Wie groß ist die magnetische Feldstärke, die diese Bahn verursacht?

$$\left. \begin{array}{l} \Delta E = \frac{1}{2} m_e v^2; \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m_e}}; \\ \mathcal{B} e v = \frac{m_e v^2}{r}; \Rightarrow \mathcal{B} = \frac{m_e v}{e r}; \end{array} \right\} \Rightarrow \mathcal{B} = \frac{m_e \sqrt{\frac{2\Delta E}{m_e}}}{e r} = 4,27 \text{ pT};$$

09.12.2005

### 1.33 34. Hausaufgabe

#### 1.33.1 Buch Seite 231, Aufgabe 1

Diskutieren Sie die Polung der Hallspannung, wenn a) nur positive, b) positive und negative Ladungsträger gleichermaßen frei beweglich wären.

Sieht man von Randeffekten ab, könnte man bei b) keine Spannung feststellen, da positive und negative Ladungen gleichermaßen zu einer Seite der Folie wandern würden. Somit wäre auf der Seite mit erhöhter Ladungskonzentration die Gesamtladung Null (Ausgleich positiver und negativer Ladungen), und auch die Ladungen der andere Seite würden sich ausgleichen.

Zu a) kann keine absolute Aussage getroffen werden, da weder Magnetfeldrichtung noch Stromrichtung bekannt sind.

#### 1.33.2 Buch Seite 231, Aufgabe 2

Was können Sie über die Hallspannung aussagen, wenn in Abb. 230.1 die  $\mathcal{B}$ -Linien parallel zur Fläche der Folie verlaufen?

$U_H = 0 \text{ V}$ , da keine Lorentzkraft wirkt.

#### 1.33.3 Buch Seite 231, Aufgabe 3

Wie kann man mithilfe einer Hallsonde die Richtung der Feldlinien eines Magnetfeldes bestimmen?

Durch Drehung der Sonde muss die maximale Hallspannung erreicht werden; in diesem Zustand durchsetzt das Magnetfeld die Folie dann senkrecht.

Dies kann man aus der verallgemeinerten Gleichung für die Lorentzkraft herleiten, für die gilt:  $F_L \sim \sin \alpha$ . Der Graph der Sinusfunktion hat nun sein Maximum bei  $\frac{\pi}{2}$  ( $+k \cdot 2\pi$  mit  $k \in \mathbb{Z}$ ).

### 1.33.4 Buch Seite 231, Aufgabe 4

Zwischen den Rändern einer  $b = 2,5 \text{ cm}$  breiten Metallfolie misst man in einem Magnetfeld  $\mathcal{B} = 0,28 \text{ T}$  die Spannung  $U_H = 12 \mu\text{V}$ . Wie schnell sind die Elektronen?

$$U_H = \mathcal{B}bv; \Rightarrow v = \frac{U_H}{\mathcal{B}b} = 1,7 \frac{\text{mm}}{\text{s}};$$

(Benötigte Zeit: 17 min)

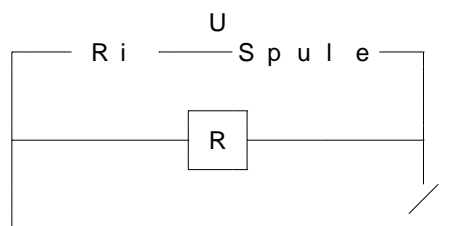
13.12.2005

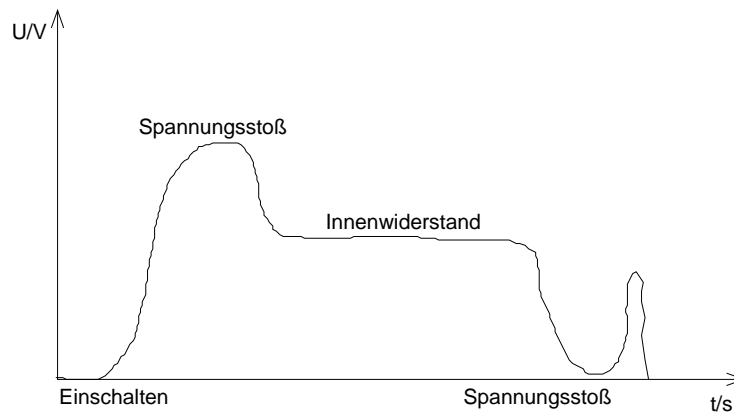
## 1.34 35. Hausaufgabe

### 1.34.1 Zusammenfassung des Referats von Johannes und Sinan

Spulen haben sowohl einen OHMschen Innenwiderstand als auch einen induktiven Widerstand. Der Innenwiderstand ist konstant und ergibt sich aus den nicht-supraleitenden Windungen.

Der induktive Widerstand wird durch induzierte Spannungstöße hervorgerufen und ist damit nicht konstant.





### 1.34.2 Zusammenfassung der Themen „Hallspannung“ und „Hallsonde“

Der Stromfluss durch eine Hallsonde wird durch die Lorentzkraft abgelenkt und somit eine Ladungstrennung (Spannung) hervorgerufen. Diese Spannung nennt man Hallspannung und kann beschrieben werden durch die Formel

$$U_H = \frac{1}{ne} \frac{I\mathcal{B}}{d};$$

Dabei ist  $n$  die Ladungsträgerdichte, also der Quotient „Ladungsträger pro Volumen“.

Eine Hallsonde ist nun ein Gerät, welches den Hall-Effekt ausnutzt um eine Hallspannung zu messen und diese entweder anzeigt oder gleich nach  $\mathcal{B}$  umrechnet. Oft werden Hallsonden so hergestellt, dass Hallsonden zwar die Hallspannung anzeigen, aber die zugehörige magnetische Flussdichte  $\mathcal{B}$  im Zahlenwert nur um Zehnerpotenzen von der Spannung abweicht, also durch Kommaverschiebung schnell gefunden werden kann.

Manuelles Umrechnen der von einer Hallsonde angezeigten Hallspannung kann mitunter schwierig sein, da die Ladungsträgerdichte und der Durchmesser der in der Sonde eingebauten Metallplatte nicht immer bekannt ist.

(Benötigte Zeit: 47 min)

14.12.2005

## 1.35 36. Hausaufgabe

### 1.35.1 Exzerpt von B. S. 234f.: Zyklotron

Ein Zyklotron ist ein Zirkularbeschleuniger, also ein Teilchenbeschleuniger, der geladene Teilchen von einem Mittelpunkt ausgehend kreisförmig (zirkulär) nach außen hin beschleunigt. Besonders interessant dabei ist die benötigte raum-zeitliche Beschaffenheit des elektrischen Felds.

Die  $\mathcal{E}$ -Feldrichtung muss dabei bei jeder halben Umdrehung der Teilchen umgekehrt werden, damit die Kreisbewegung erhalten bleibt; dies kennen wir bereits aus der 10. Klasse bei der Behandlung des Themenkomplexes „Generator“. Diese Umkehrung erreichen wir dadurch, indem wir einen Wechselstrom zur Magnetfelderzeugung nutzen. Die Bestimmung der nötigen Wechselstromfrequenz  $f$  sei also unser Ziel.

Damit Körper Kreisbahnen halten können, muss eine Zentripetalkraft  $F_R$  aufgebracht werden. Diese kann nur von der Lorentzkraft  $F_L$  geliefert werden:

$$F_R = F_L; \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = \mathcal{B}Qv;$$

Da wir nun weniger an  $v$ , sondern vielmehr an der Kreisfrequenz  $\omega$  bzw. an der Frequenz  $f = \frac{1}{T}$  interessiert sind, setzen wir  $v = \omega r$  in die Formel ein (Substitution eines  $v$ ):

$$m\omega v = \mathcal{B}Qv;$$

Ersetzen von  $\omega$  durch  $2\pi f$  bringt nun:

$$2\pi m f v = \mathcal{B}Qv;$$

Diese Gleichungen können wir nach der gesuchten Frequenz auflösen. Angenehmerweise kürzt sich zusätzlich die Geschwindigkeit  $v$ :

$$f = \frac{\mathcal{B}Q}{2\pi m};$$

Betrachten wir statt allgemeiner Körper der Ladung  $Q$  und der Masse  $m$  Elektronen – substituieren wir also  $Q$  mit  $e$  und  $m$  mit  $m_e$ , so erhalten wir:

$$f_e = \frac{\mathcal{B}e}{2\pi m_e};$$

Dies hat interessante Konsequenzen, die mitunter auch der Alltagserfahrung widersprechen kann (wenn man beim Umgang mit Elektronen von „Alltagserfahrung“ sprechen kann): Wirft man Elektronen, oder allgemein geladene Körper senkrecht in ein Magnetfeld (unter Vernachlässigung der Gravitation), so werden die Teilchen einen Halbkreis zurück beschreiben, entfernt vergleichbar mit einem Bumerang.

Die Zeit bis zum Wiederaustritt aus dem Magnetfeld ist dabei unabhängig von der Einwurfgeschwindigkeit! Dies ist aus der Formel für  $\omega$  auch unmittelbar ersichtlich:  $\omega$  hängt nur von  $B$ ,  $m$  und  $Q$  ab, nicht jedoch von einer Einwurfgeschwindigkeit  $v$ .

Es ist zulässig, von dieser Bewegung als einen elastischen Stoß zu sprechen. Dementsprechend findet auch ein Impulsübertrag statt (wobei der Partner des Übertrags z.B. die felderzeugende Spule ist – wie das genau passiert werden wir allerdings erst später erfahren).

(Benötigte Zeit: 63 min)

18.12.2005

## 1.36 37. Hausaufgabe

### 1.36.1 $I$ ohne $\Delta Q$ ! Elektrischer Strom ohne Ladungstransport!

**Wiederholung.** Wir wissen bereits, dass jeder Strom  $I$  durch einen langen, geraden Leiter mit kleinem Querschnitt ein Magnetfeld der Flussdichte

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

erzeugt, dessen Orientierung mit der Rechte-Hand-Regel festgestellt werden kann.

Wir wissen auch, dass die Stromstärke  $I$  als Grenzwert des Quotienten aus übertragender Ladung und dafür benötigter Zeit definiert ist, also

$$I := \lim_{\Delta t \rightarrow 0 \text{ s}} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \dot{Q};$$

**Versuch.** Eine Spannungsquelle wird mit einem Kondensator leitend verbunden, ein in den Stromkreis eingebauter Schalter ermöglicht das gezielte Schließen des Kreises. Ein in Reihe geschaltetes Strommessgerät registriert den beim Schließen des Schalters

zu erwartenden Aufladestrom, eine zwischen den Kondensatorplatten befindliche HALLsonde registriert eventuelle Magnetfelder.

**Beobachtung.** Schließt man nun den Schalter, wird das Strommessgerät wie erwartet den kurzzeitigen Aufladestrom anzeigen, welcher erst zunehmen, dann ein Maximum erreichen und schließlich wieder abnehmen wird.

Interessanter sind die Aufzeichnungen der HALLsonde – sie misst während des Aufladevorgangs, also während auch das Strommessgerät eine von Null verschiedene Stromstärke anzeigt, eine von Null verschiedene magnetische Feldstärke!

**Erklärung.** Zur Erklärung der Beobachtung kann man die Flächenladungsdichte bzw. die Flussdichte

$$D = \frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \mathcal{E}$$

nutzen. Formt man diese nach der nach dem Ladungsvorgang auf dem Kondensator befindliche Ladung  $Q$  um, so erhält man

$$Q = \varepsilon_0 A \mathcal{E};$$

Dabei bezeichnet  $\mathcal{E}$  die elektrische Feldstärke zwischen den Kondensatorplatten. Ableitung dieser Größe nach der Zeit ergibt

$$\dot{Q} = \frac{d}{dt} \varepsilon_0 A \mathcal{E};$$

Dieser Ausdruck lässt sich unter der Annahme konstanter Plattenflächen  $A$  weiter vereinfachen. Besonders interessant ist, dass die linke Seite der Gleichung –  $\dot{Q}$  – auch in der obigen Definition der Stromstärke  $I$  vorkommt; Identifikation von  $\dot{Q}$  mit  $I$  liegt also nahe:

$$\dot{Q} = \varepsilon_0 A \dot{\mathcal{E}} = A \dot{D} =: I_V!$$

Wir stellen uns vor, dass dieser Strom – Verschiebungsstrom genannt – zwischen den Platten fließt.

Über die physikalische Relevanz dieser Größe lässt sich erst einmal noch nichts sagen; die Mathematik hinter ihr ist aber sicherlich korrekt.

$I_V$  ist nicht konstant, da die Zahl der von der Spannungsquelle auf die Kondensatorplatten fließenden Ladungen sich zeitlich verändert. Wie beim Aufladestrom wird  $I_V$  erst zunehmen, dann ein Maximum erreichen und schließlich wieder abnehmen.

**Erklärung (zweiter Teil).** Wenn also „tatsächlich“ ein Strom  $I_V$  während des Aufladens zwischen den Platten fließt bzw. wir so denken können, als ob ein Strom fließe, so muss dieser Strom auch ein Magnetfeld erzeugen. Dessen Flussdichte  $\mathcal{B}_V$  lässt sich über die oben angegebene Formel bestimmen:

$$\mathcal{B}_V(r) = \frac{\mu_0 I_V}{2\pi r} = \frac{\mu_0}{2\pi} \varepsilon_0 A \dot{\mathcal{E}} \frac{1}{r};$$

Mit  $\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$  lässt sich diese Formel noch weiter vereinfachen:

$$\mathcal{B}_V(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \varepsilon_0 A \dot{\mathcal{E}} \frac{1}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1}{\mu_0 c^2} A \dot{\mathcal{E}} \frac{1}{r} = \frac{A}{2\pi c^2} \frac{1}{r} \dot{\mathcal{E}};$$

Dieses Ergebnis deckt sich mit dem Messergebnis der HALLsonde; also können wir nun eine Aussage über die physikalische Relevanz des Verschiebungsstroms  $I_V$  treffen: Obwohl keine Ladungen von einer Platte zur anderen transportiert werden, können wir uns vorstellen, dass ein Strom fließe, da beispielsweise das Magnetfeld dieses Stroms konkret messbar ist.

Es stellt sich die Frage, was wir unter einem Strom verstehen. Verstehen wir unter einem Stromfluss ausschließlich den Transport von Ladungen, so kann man nicht von einem Verschiebungsstrom  $I_V$  sprechen. Versteht man aber unter Strom die zeitliche Änderung von  $Q$ , also  $\dot{Q}$ , so ist der Ausdruck „Verschiebungsstrom“ durchaus gerechtfertigt.

Dieses Magnetfeld ist, genau wie Auflade- und Verschiebungsstrom, zeitlich veränderlich. Der Grund dafür ist unmittelbar aus der ersten, noch nicht umgeformten Gleichung für  $\mathcal{B}_V(r)$  einsehbar –  $\mathcal{B}_V(r) \sim I_V$ .

**Kondensator.** Einige weitere interessante Zusammenhänge erhalten wir, wenn wir versuchen, die Kondensatorkapazität  $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$  in die Formel für den Verschiebungsstrom  $I_V$  zu integrieren:

$$I_V = \varepsilon_0 A \dot{\mathcal{E}} = C d \dot{\mathcal{E}} = C d \left( \frac{d U}{dt d} \right) = C \dot{U};$$

Der Verschiebungsstrom  $I_V$  ist also zur Spannungsänderung  $\dot{U}$  direkt proportional; die Kapazität  $C$  ist der Proportionalitätsfaktor.

$$Q \sim U;$$

$$I_V = \dot{Q} \sim \dot{U};$$

**Bedeutung.** Wo immer ein elektrisches Feld auf- oder abgebaut wird, können wir uns einen Strom denken, der ein Magnetfeld erzeugt. Die zeitliche Änderung eines elektrischen Felds bewirkt also den Aufbau eines Magnetfelds, ohne dass Magneten im Spiel sind!

Zusammen mit der schon bekannten Erkenntnis, dass die zeitliche Änderung eines Magnetfelds zum Aufbau eines elektrischen Felds führt, bringt uns zu folgender Erkenntnis:

**Elektrische Felder sind stets mit magnetischen Feldern gekoppelt;**

zeitlich veränderliche  $\mathcal{E}$ - und  $\mathcal{B}$ -Felder treten stets zusammen auf.

**Fragen.** Wir hatten festgestellt, dass der zeitlich veränderliche Verschiebungsstrom ein zeitlich veränderliches Magnetfeld erzeugt. Zeitlich veränderliche Magnetfelder verursachen bekanntlich eine Induktionsspannung. Nach der LENZschen Regel muss diese Induktionsspannung ihrer Ursache entgegenwirken, also gegen die Spannung der Spannungsquelle gerichtet sein, sodass die effektiv anliegende Spannung  $U_0 - U_{\text{indv}}$  ist. Korrekt?

In welcher Größenordnung liegt diese Spannung in praktischen Versuchen?

Beim Entladen des Kondensators dreht sich der Verschiebungsstrom um. Damit dreht sich auch die Richtung der Induktionsspannung um. Damit erfordert auch das Ausschalten des Kondensators die Überwindung der Induktionsspannung. Korrekt?

(Dies zeigt auch interessante Parallelen zur Selbstinduktion bei Spulen!)

19.12.2005

## 1.37 38. Hausaufgabe

### 1.37.1 Zusammenfassung des Themas „Linienintegral“ (inkl. Definition des mathematischen Weges)

Das „normale“ Integral wie im Unterricht eingeführt operiert stets auf einer eindimensionalen Zahlengerade (meistens der  $x$ -Achse).



Der Begriff des Linienintegrals (auch Wegintegral oder Kurvenintegral, im Englischen path integral oder line integral) erweitert nun diesen Begriff.

Um seine Definition zu verstehen, muss man wissen, was im mathematischen Sinne ein Weg ist, denn beim Linienintegral integriert man entlang eines Weges.

Ein Weg ist eine stetige Funktion  $\gamma$  von einem Intervall  $[a, b]$  nach  $\mathbb{R}^n$ . Lässt man in  $\gamma(t)$  alle Werte für  $t$  aus  $[a, b]$  durchlaufen, betrachtet man also die Bild- bzw. Wertemenge von  $\gamma$ , so erhält man eine Kurve.

Ist beispielsweise  $\gamma(t) = 2t$ ,  $a = -1$  und  $b = 3$ , so beschreibt dieser Weg das Geradenstück von  $y = 2t$  zwischen  $-1$  und  $3$ , also die gerade Strecke von  $(-1, -2)$  bis  $(3, 6)$ .

Anderes Beispiel: Die Wege  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  mit  $\gamma_1(t) = |t|$  und  $\gamma_2(t) = t$  ( $a = 0$ ,  $b = 3$ ) beschreiben dieselbe Kurve.

Ein Weg  $\gamma$  ist geschlossen, wenn gilt:  $\gamma(a) = \gamma(b)$ . (Dies ist unmittelbar einsichtig.)

Die Definitionsmenge eines Weges muss eine Teilmenge der reellen Zahlen sein, beispielsweise ist eine stetige Funktion von  $\{1, 2, 3\}$  nach  $\mathbb{R}$  kein Weg. Man hat die Einschränkung auf die reellen Zahlen deswegen getroffen, damit man einfacher rechnen kann – in  $\mathbb{Q}$  sind nicht alle Grenzwerte enthalten.

Jetzt kann das Linienintegral definiert werden:

Integriert man eine Funktion  $f$  von  $\mathbb{R}^n$  nach  $\mathbb{R}$  (also beispielsweise könnte  $f(x, y, z) = \mathcal{B}(x, y, z)$  sein) entlang eines Weges  $\gamma$  (einer Funktion von  $[a, b]$  nach  $\mathbb{R}$ ), so schreibt man:

$$\int_{\gamma} f(z) dz := \int_a^b f(\gamma(t)) |\dot{\gamma}(t)| dt;$$

Ist der Weg  $\gamma$  geschlossen, gilt also  $\gamma(a) = \gamma(b)$ , kennzeichnet man das besonders:

$$\oint_{\gamma} f(z) dz := \int_a^b f(\gamma(t)) |\dot{\gamma}(t)| dt;$$

Es ist auch ersichtlich, dass, wenn wir die „normale“ Integration durch das Linienintegral ausdrücken wollen, wir als Weg also einen

Teil der  $x$ -Achse nehmen, wir  $\gamma$  so wählen müssen, dass  $\gamma$  eine Funktion von  $[a, b]$  nach  $\mathbb{R}$  mit  $\gamma(x) = x$  ist. Es ergibt sich dann:

$$\int_{\gamma} f(z) dz = \int_a^b f(\gamma(t)) |\dot{\gamma}(t)| dt = \int_a^b f(t) dt;$$

Damit ist gezeigt, dass unsere traditionelle Integration nur ein Spezialfall der Integration entlang eines Weges ist.

Bei  $\oint$ -Integralen vernachlässigt man oft die Angabe des Weges, entlang dessen man integriert. Dies hat den Grund, dass bei Feldintegrationen oftmals der Weg keine Rolle spielt, solange er nur geschlossen ist!

Hat man beispielsweise  $\oint \mathcal{B}(z) dz$  vorliegen, so ist es egal, welchen Weg man zur Berechnung heranzieht (man wird der Einfachheit halber meistens einen konzentrischen Kreis nehmen) –  $\mathcal{B}$  verhält sich so, dass sich die „zu viel“ bzw. „zu wenig“ genommenen „Flächenstücke“ (in Bildern der Streifenmethode gesprochen) sich gegenseitig herausrechnen.

### 1.37.2 $U_n(t)$ bei einem durch eine Spule fallenden Stabmagneten

Ein Stabmagnet der Polstärke  $\phi = 50 \mu\text{Vs}$  fällt durch eine Spule mit  $n$  Windungen. Mit einem Spannungsmessgerät wird die Induktionsspannung gemessen. Wie verhält sich  $U_n(t)$ ?

Wir wissen bereits, dass gilt:

$$U_n(t) = n\dot{\phi}(t);$$

Gesucht ist also  $\phi(t)$ . Zwar ist die Polstärke des Stabmagneten zu jedem Zeitpunkt konstant, jedoch ändert sich beim Hindurchfallen durch die Spule seine Entfernung zu den einzelnen Windungen.

Uns ist jedoch keine Formel für  $\phi(x, i)$  bekannt (wobei  $x$  die Entfernung zur  $i$ -ten Windung angäbe), weswegen die gestellte Aufgabe für uns unlösbar ist.

Ein weiteres Problem wäre außerdem noch, die einzelnen Induktionsspannungen an jeder Windung zu addieren. Da weder  $n$  noch der Abstand der einzelnen Windungen voneinander gegeben ist, müsste man mit Grenzwerten rechnen ( $\Delta x \rightarrow 0 \text{ cm}$ ).

(Benötigte Zeit: 63 min)

20.12.2005

## 1.38 39. Hausaufgabe

### 1.38.1 Zusammenfassung der Stunde über die MAXWELLSchen Gleichungen

In den MAXWELLSchen Gleichungen steckt unglaublich viel Information. Aus ihnen kann man die meisten anderen Gleichungen, die wir bisher über elektrische und magnetische Felder kennengelernt haben, herleiten.

Die genaue Ausrechnung der Integrale übersteigt jedoch die Mathematik der 12. und 13. Klasse.

$$1. \oint \varepsilon_0 \vec{\mathcal{E}} d\vec{A} = Q; [\text{As}] \quad (= \iiint \varrho(\vec{r}) dV)$$

Legt man eine Hüllkugel um gedachte Ladungen und summiert die einzelnen Flussdichten  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{\mathcal{E}}$  auf (wobei man die betrachteten Flächenstücke gegen  $0 \text{ m}^2$  gehen lässt), so erhält man die Größe der Ladung, die das Feld erzeugt. Dabei ist die genaue Position der Ladungsträger und die Verteilung der Ladung auf die Träger nicht relevant, wenn man nur die umhüllende Fläche geeignet wählt.

$$2. \oint \vec{\mathcal{B}} d\vec{A} = 0 \text{ Vs}; [\text{Vs}]$$

Führt man das gleiche bei magnetischen Feldern durch, erhält man immer  $0 \text{ Vs}$ , da es keine magnetischen Monopole gibt. Magnetische Felder sind quellenfrei.

$$3. \oint \vec{\mathcal{E}} d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \iint \vec{\mathcal{B}}(\vec{r}, t) d\vec{A}; [\text{V}]$$

Zeitlich veränderliche magnetische Felder sind mit zeitlich veränderlichen elektrischen Feldern gekoppelt; es gibt keine zeitlich veränderlichen  $\mathcal{B}$ -Felder ohne dazugehörige  $\mathcal{E}$ -Felder und umgekehrt.

$$4. \oint \frac{\vec{\mathcal{B}}}{\mu_0} d\vec{s} = I; [\text{A}]$$

Summiert man die einzelnen Feldstärken entlang eines Weges in einem Magnetfeld auf (wobei man wieder die einzelnen Wegstücke gegen  $0 \text{ m}$  gehen lässt), erhält man die Größe des Stroms, der das Magnetfeld verursacht.

(Benötigte Zeit: 23 min)

09.01.2006

**1.39 40. Hausaufgabe****1.39.1 Zusammenfassung des Hall-Effekts unter den Gesichtspunkten der Stunde**

Die Herleitung für die Formel für die Hallspannung  $U_H$  ist sehr einfach.

Zum Einen wissen wir, dass die Lorentzkraft  $F_L$  wegen des Magnetfelds wirkt:

$$F_L = \mathcal{B}ev;$$

Dadurch werden die Ladungsträger in eine bestimmte Richtung abgelenkt. Die Konzentration der vielen Elektronen erzeugt nun ein elektrisches Feld:

$$\mathcal{E} = \frac{F_{el}}{e} = \frac{U}{d}; \Rightarrow F_{el} = \frac{U}{d}e;$$

Im Gleichgewichtszustand sind die Lorentzkraft  $F_L$  und die elektrische Kraft  $F_{el}$  gleich groß, also können wir  $F_L$  mit  $F_{el}$  gleich setzen:

$$F_L = F_{el}; \Rightarrow \mathcal{B}ev = \frac{U}{d}e;$$

Durch Auflösen erhalten wir für die Hallspannung  $U_H = U$

$$U_H = \mathcal{B}vd;$$

Die Geschwindigkeit der Elektronen errechnet sich durch

$$v = \frac{I}{d^2ne},$$

wobei  $n$  die Ladungsträgerdichte, also  $\frac{N}{V}$ , bezeichnet. Einsetzen liefert dann die bekannte Gleichung

$$U_H = \frac{1}{ne} \frac{IB}{d};$$

**1.39.2 Erneute kurze Zusammenfassung des Sachverhalts beim Zyklotron**

Beim Zyklotron wird die Zentripetalkraft von der Lorentzkraft aufgebracht,  $F_r$  und  $F_L$  sind also gleich groß:

$$F_r = F_L; \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = \mathcal{B}Qv;$$

Substitution eines  $v$  mit  $\omega r$  liefert dann die Kreisfrequenz  $\omega$ , die der Wechselstrom, der die Elektronen von der einen Seite zur anderen beschleunigt, aufweisen muss:

$$\omega = \frac{BQ}{m};$$

Bemerkenswert ist, dass  $\omega$  nicht von der Geschwindigkeit  $v$  der Ladungsträger abhängt (siehe 36. Hausaufgabe)!

(Benötigte Zeit: 53 min)

10.01.2006

## 1.40 41. Hausaufgabe

### 1.40.1 Buch Seite 231, Aufgabe 4

Zwischen den Rändern einer  $d = 2,5 \text{ cm}$  breiten Metallfolie misst man in einem Magnetfeld  $B = 0,28 \text{ T}$  die Spannung  $U_H = 12 \mu\text{V}$ . Wie schnell sind die Elektronen?

$$U_H = Bvd; \Rightarrow v = \frac{U_H}{Bd} \approx 1,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

### 1.40.2 Buch Seite 231, Aufgabe 5

Eine Kupferfolie ( $d = 10 \mu\text{m}$ ) wird von einem Strom der Stärke  $I = 10 \text{ A}$  durchflossen. Im Magnetfeld  $B = 0,43 \text{ T}$  wird die Hallspannung  $U_H = 22 \mu\text{V}$  gemessen. Berechnen Sie die Hallkonstante von Kupfer und die Dichte  $n$  der Elektronen. Berechnen Sie daraus die Anzahl der freien Elektronen in  $n_{\text{Kupfer}} = 1 \text{ mol}$  Kupfer und vergleichen Sie sie mit der Avogadro-Konstante.

$$U_H = R_H \frac{BI}{d}; \Rightarrow R_H = \frac{1}{en} = \frac{U_H d}{BI} \approx 5,1 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{C}};$$

$$R_H = \frac{1}{ne}; \Rightarrow n = \frac{1}{eR_H} \approx 1,2 \cdot 10^{29} \frac{1}{\text{m}^3};$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_{\text{Kupfer}} V = m = n_{\text{Kupfer}} M_{\text{Kupfer}}; \\ nV = N; \end{array} \right\} \Rightarrow N = n_{\text{Kupfer}} n M_{\text{Kupfer}} \frac{1}{\rho_{\text{Kupfer}}} \approx 8,5 \cdot 10^{23};$$

(Benötigte Zeit: 26 min)

11.01.2006

## 1.41 42. Hausaufgabe

### 1.41.1 Zusammenfassung der Seiten 240f.

Das Gravitationsgesetz beschreibt die Größe der Kraft, mit der sich zwei beliebige Massen  $m_1$  und  $m_2$  im Abstand  $r$  anziehen:

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2};$$

Ein ähnliches Gesetz gibt es für die Anziehungskraft (bzw. Abstoßungskraft) zwischen zwei Punktladungen:

$$F_{\text{el}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2};$$

Nun ziehen sich auch Ströme an, bedingt durch die durch die Ströme erzeugten Magnetfelder. Zwei parallel gerichtete Ströme ziehen sich gegenseitig an, zwei entgegengesetzte Ströme stoßen sich ab; dies kann durch Betrachtung der Lorentzkraft (Drei-Finger-Regel) der Magnetfelder der beiden Ströme (Rechte-Hand-Regel) nachvollzogen werden.

Die anziehende Kraft errechnet sich direkt aus der Definition der magnetischen Flussdichte  $\mathcal{B}$ :

$$\mathcal{B} = \frac{F}{Il}; \Rightarrow F = \mathcal{B}Il;$$

Die letzte verbleibende Unbekannte,  $\mathcal{B}$ , errechnet sich wiederum durch Addition der einzelnen Flussdichten der Ströme; dabei muss man besonders auf die Vorzeichen aufpassen, da allgemein nur  $\mathcal{B}$  in Abhängigkeit von  $r$ , der Entfernung, bekannt ist. Entfernungen sind nun leider immer positiv, was das Ansetzen von Gleichungen enorm erschwert.

Also:

$$F_{1 \rightarrow 2} = \mathcal{B}_1 I_2 l_2 = I_2 l_2 \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l_2;$$

$$F_{2 \rightarrow 1} = \mathcal{B}_2 I_1 l_1 = I_1 l_1 \cdot \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l_1;$$

(Analogie zu  $\mathcal{E}$ -Feldern:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = Q_1 \mathcal{E}_2(r) = Q_1 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r^2};)$$

Frage: Wäre es nicht besser, kartesische Koordinaten oder Polarkoordinaten anstatt immer positiver Radien zu verwenden?

### 1.41.2 Buch Seite 241, Aufgabe 1

Zwei geradlinige lange Leiter verlaufen in einem Abstand von  $d = 10 \text{ cm}$  parallel zueinander. Sie werden in entgegengesetzter Richtung von den Strömen  $I_1 = 15 \text{ A}$  und  $I_2 = 25 \text{ A}$  durchflossen. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke in einem Punkt in der von den Leitern aufgespannten Ebene, der

**a)** von beiden Leitern gleich weit entfernt ist.

$$\mathcal{B} = \mathcal{B}_1(5 \text{ cm}) + \mathcal{B}_2(5 \text{ cm}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_1}{5 \text{ cm}} + \frac{I_2}{5 \text{ cm}} \right) \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ T};$$

**b)** 2 cm von Leiter 1 und 8 cm von Leiter 2 entfernt ist.

$$\mathcal{B} = \mathcal{B}_1(2 \text{ cm}) + \mathcal{B}_2(8 \text{ cm}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_1}{2 \text{ cm}} + \frac{I_2}{8 \text{ cm}} \right) \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ T};$$

**c)** 2 cm von Leiter 1 und 12 cm von Leiter 2 entfernt ist.

$$\mathcal{B} = \mathcal{B}_1(2 \text{ cm}) - \mathcal{B}_2(12 \text{ cm}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_1}{2 \text{ cm}} - \frac{I_2}{12 \text{ cm}} \right) \approx 1 \cdot 10^{-4} \text{ T};$$

**d)** In welchen Punkten ist die magnetische Feldstärke null?

12.01.2006

Problem: Rechnen mit (immer positiven) Radien „riskant“, daher ist eine Fallunterscheidung notwendig.

- Fall: Punkt liegt links vor Leiter 1, Magnetfelder zeigen in entgegengesetzte Richtungen

$$r_1(r) = r; \text{ (Sicht von Leiter 1)}$$

$$r_2(r) = d + r; \text{ (Sicht von Leiter 2)}$$

$$\mathcal{B}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_2}{d+r} - \frac{I_1}{r} \right) = 0 \text{ T};$$

$$\Rightarrow I_2 r = I_1 d + I_1 r; \Rightarrow r = \frac{I_1 d}{I_2 - I_1} \approx 15 \text{ cm};$$

- Fall: Punkt liegt zwischen den beiden Leitern, Magnetfelder zeigen in gleiche Richtung (damit kann  $\mathcal{B}$  sowieso nicht 0 T sein)

$$r_1(r) = r; \text{ (Sicht von Leiter 1)}$$

$$r_2(r) = d - r; \text{ (Sicht von Leiter 2)}$$

$r$  darf nicht größer als  $d$  werden (sonst „Hineinfallen“ in dritten Fall).

$$\mathcal{B}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_2}{d-r} + \frac{I_1}{r} \right) = 0 \text{ T};$$

$$\Rightarrow I_2 r = -I_1 d + I_1 r; \Rightarrow r = \frac{-I_1 d}{I_2 - I_1} \approx -15 \text{ cm} < 0 \text{ cm}; \text{ (Widerspruch, wie erwartet)}$$

- Fall: Punkt liegt rechts nach Leiter 2, Magnetfelder zeigen in entgegengesetzte Richtungen

$$r_1(r) = r; \text{ (Sicht von Leiter 1)}$$

$$r_2(r) = r - d; \text{ (Sicht von Leiter 2)}$$

$$\mathcal{B}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_2}{r-d} - \frac{I_1}{r} \right) = 0 \text{ T};$$

$$\Rightarrow I_2 r = I_1 r - I_1 d; \Rightarrow r = \frac{-I_1 d}{I_2 - I_1} \approx -15 \text{ cm} < 0 \text{ cm}; \text{ (Widerspruch)}$$

Damit einzige Lösung:  $r \approx 15 \text{ cm} \Rightarrow r_1 \approx 15 \text{ cm}; \quad r_2 \approx 25 \text{ cm};$

(Benötigte Zeit: 127 min)

14.01.2006

## 1.42 43. Hausaufgabe

### 1.42.1 Feldlinien, $\mathcal{B}$ und Energiedichten eines von zwei Strömen erzeugten Magnetfelds

Szenario:

- Leiter 1 an Position  $-10$  cm mit  $10$  A, Richtung nach vorne
- Leiter 2 an Position  $10$  cm mit  $10$  A, Richtung nach hinten
- Abstand  $d$  zwischen den Leitern  $20$  cm
- Gesucht:  $\mathcal{B}$  und Energiedichten an den Positionen  $-15$  cm,  $-5$  cm,  $0$  cm,  $5$  cm und  $15$  cm

**Position**  $-15$  cm

$$r_1 = 5 \text{ cm}; \quad r_2 = d + 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm};$$

$$\Rightarrow |\mathcal{B}| = \left| \frac{\mu_0}{2\pi} \left( -\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} \right) \right| \approx 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ T; (nach unten)}$$

$$\Rightarrow \varrho_E = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{B}^2}{\mu_0} \approx 4,1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{m}^3};$$

**Position**  $-5$  cm

$$r_1 = 5 \text{ cm}; \quad r_2 = d - 5 \text{ cm} = 15 \text{ cm};$$

$$\Rightarrow |\mathcal{B}| = \left| \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} \right) \right| \approx 5,3 \cdot 10^{-5} \text{ T; (nach oben)}$$

$$\Rightarrow \varrho_E = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{B}^2}{\mu_0} \approx 1,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{J}}{\text{m}^3};$$

**Position**  $0$  cm

$$r_1 = 10 \text{ cm}; \quad r_2 = d - 10 \text{ cm} = 10 \text{ cm};$$

$$\Rightarrow |\mathcal{B}| = \left| \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} \right) \right| \approx 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ T; (nach oben)}$$

$$\Rightarrow \varrho_E = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{B}^2}{\mu_0} \approx 6,4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{m}^3};$$

**Position**  $5$  cm

$$r_1 = 15 \text{ cm}; \quad r_2 = d - 15 \text{ cm} = 5 \text{ cm};$$

$$\Rightarrow |\mathcal{B}| = \left| \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} \right) \right| \approx 5,3 \cdot 10^{-5} \text{ T; (nach oben)}$$

$$\Rightarrow \varrho_E = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{B}^2}{\mu_0} \approx 1,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{J}}{\text{m}^3};$$



**Position** 15 cm

$$r_1 = 25 \text{ cm}; \quad r_2 = 25 \text{ cm} - d = 5 \text{ cm};$$

$$\Rightarrow |\mathcal{B}| = \left| \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_1}{r_1} - \frac{I_2}{r_2} \right) \right| \approx 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ T}; \text{ (nach unten)}$$

$$\Rightarrow \varrho_E = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{B}^2}{\mu_0} \approx 4,1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{m}^3};$$

(Benötigte Zeit: 89 min)

18.01.2006

## 1.43 44. Hausaufgabe

### 1.43.1 Zusammenfassung der Stunde: Massenspektroskop

Bei einem Massenspektroskop werden geladene Teilchen, unter denen sich Teilchen eines bestimmten Typs befinden, deren Massen bestimmt werden sollen, zuerst über ein elektrisches Feld beschleunigt.

Dann treffen die Teilchen auf ein elektromagnetisches Feld. Dabei justiert man die Stärke des elektrischen Felds  $\mathcal{E}$  so, dass nur die Teilchen des interessanten Typs den nach dem elektromagnetischen Feld befindlichen Spalt treffen; die uninteressanten Teilchen treffen damit den Spalt nicht und können so nicht in das entscheidende Magnetfeld eintreten.

Die Teilchen, die nicht ausgefiltert wurden, treten nun mit bekannter Geschwindigkeit in das Magnetfeld ein. Die Geschwindigkeit ist deswegen bekannt, weil ja erst durch geeignete Wahl von  $\mathcal{E}$  die Teilchen den Spalt treffen konnten. Kennt man  $\mathcal{E}$  kennt man damit auch die Teilchengeschwindigkeit:  $F_{\text{el}} = F_{\text{L}}; \Rightarrow \mathcal{E}q = \mathcal{B}qv; \Rightarrow v = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{B}} \frac{1}{q}$ ;

Da das Magnetfeld homogen ist, werden die Teilchen – wie vom Zyklotron her bekannt – einen Halbkreis beschreiben, dessen Radius direkt proportional zur Teilchenmasse ist.

Damit werden die Teilchen je nach Masse an unterschiedlichen Orten auf der Fotoplatte auftreffen; durch Gleichsetzen von  $F_{\text{L}}$  mit  $F_{\text{r}}$  und Auflösen nach  $m$  erhält man mit der Information über  $r$  die gesuchte Teilchenmasse.

Je nach Versuch kann man sich den vorgeschalteten Geschwindigkeitsfilter auch sparen. Wenn man z.B. die Teilchengeschwindigkeit schon kennt und weiß, dass der Teilchenstrom „rein“ ist, also

nur die Teilchen des interessanten Typs fließen, ist das erneute Bestimmen der Geschwindigkeit unnötig.

(Benötigte Zeit: 46 min)

22.01.2006

## 1.44 45. Hausaufgabe

### 1.44.1 Exzerpt von B. S. 260f.: sich drehende Leiterschleife

Wird eine drehbar gelagerte Leiterschleife in einem homogenen Magnetfeld mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  gedreht, so ist die induzierte Spannung  $u_{\text{ind}}$  nicht konstant, sondern zeitlich veränderlich. Dies wird einsichtig, wenn man die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses  $\phi$  betrachtet.

$u_{\text{ind}}$  ist genau dann maximal, wenn die vom Magnetfeld senkrecht durchsetzte Leiterfläche maximal ist.

$u_{\text{ind}}$  beträgt genau dann 0 V, wenn die Leiterfläche parallel (oder antiparallel) zum Magnetfeld steht.

Die Induktionsspannung  $u_{\text{ind}}$  errechnet sich durch

$$\begin{aligned} u_{\text{ind}} &= -\dot{\phi} = -\mathcal{B}\dot{A} = -\mathcal{B} \cdot a\dot{b} = \\ &= -\mathcal{B} \cdot a \cdot \frac{d}{dt} b_0 \cos \alpha = -\mathcal{B} \cdot a \cdot \frac{d}{dt} b_0 \cos \omega t = \mathcal{B} \cdot a \cdot b_0 \sin \omega t = \\ &= \mathcal{B}A_0 \cdot \sin \omega t \equiv \hat{u} \cdot \sin \omega t; \end{aligned}$$

Damit ist klar, dass  $u_{\text{ind}}$  proportional zur Zeit ist; es handelt sich also nicht um Gleichspannung (wo gelten würde:  $\forall t_1, t_2: U(t_1) = U(t_2)$ ), sondern um sinusförmige Wechselspannung. Wechselspannungen sollen mit kleinen Buchstaben geschrieben werden.

(Benötigte Zeit: 24 min)

23.01.2006

## 1.45 46. Hausaufgabe

### 1.45.1 Zusammenfassung der Stunde

Betrachtet wurde ein erstaunliches Versuchsergebnis: durch ein Kupferrohr lässt man einen starken Magneten fallen. Dabei wird der Magnet abgebremst, **ohne**, dass er das Rohr berührt! Seine

Fallzeit ist also, verglichen mit dem Fall ohne umgebenes Kupferrohr, erheblich größer. Diesen Effekt kann man als „magnetische Reibung“ bezeichnen. (Nur leider ist der Ausdruck „Reibung“ mit dem Effekt mechanischer Reibung überladen, weswegen die Verwendung des Ausdrucks „magnetische Reibung“ zu Verwirrung führen könnte.)

Dies kann unter anderem durch induzierte Wirbelströme erklärt werden, welche geeignete Magnetfelder aufbauen; die Sachlage ist aber noch wesentlich komplizierter.

Äußerst interessant wäre es, wenn man die Wirbelströme sichtbar machen könnte, man also ein Ströme bildgebendes Verfahren zur Verfügung hätte. In der unmittelbaren Nähe wird die Stärke der Wirbelströme am größten sein und mit wachsender Entfernung vom Magneten immer weiter abnehmen.

Ist es mit der Versuchsanordnung möglich, den Magneten dauerhaft vollständig zum Halten zu bringen, einen genügend starken Magneten vorausgesetzt? Ich denke nein, da die Stärke der Wirbelströme und damit die Größe der nach oben gerichteten Kraft von  $\dot{\phi}$  abhängt. Bewegt sich nun der Magnet nur sehr langsam oder schwebt er sogar, ist  $\dot{\phi}$  Null; also wirkt keine nach oben gerichtete Kraft mehr, weshalb der Magnet wieder zu fallen beginnt.

Dieses Spielchen kann sich zwar lange fortsetzen, wird aber nie zu einem vollständigen, permanenten Schweben des Magneten führen. Richtig?

(Benötigte Zeit: 37 min)

24.01.2006

## 1.46 47. Hausaufgabe

### 1.46.1 Zusammenfassung der Stunde: Schnurmodell zum elektromagnetischen Schwingkreis

Das Konzept des Schnurmodells hatten wir uns ja bereits als Analogon zu elektrischen Stromkreisen behandelt. Nun wollen wir auf die Unterscheidung zwischen elastischen und trägen Elementen eingehen.

Elastische Elemente können Energie speichern, sie sind Energiespeicher. Im Elektrischen ist ein Kondensator solch ein elastisches Element; seine Energie errechnet sich zu  $E = \frac{1}{2} \frac{1}{C} Q^2$  [ $1 \cdot \frac{V}{C} C^2 = 1 \text{ J}$ ].

Im Mechanischen ist eine an die Schnur geheftete Gummimembran (oder auch eine Feder), versteckt in einer Blackbox, ein elastisches Element. Dort errechnet sich die Energie zu  $E = \frac{1}{2}Dx^2$  [ $1 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}\text{m}^2 = 1 \text{ J}$ ].

Verbindet man im Elektrischen einen Kondensator leitend mit einer Spannungsquelle, fließt kurzzeitig ein Strom – so lange, bis – im Mechanischen – die Maximalauslenkung der Gummimembran erreicht ist. Auf der einen Seite fließen (z.B.) negative Ladungen in den Kondensator hinein, auf der anderen fließen sie wieder heraus (obwohl keine Ladungsträger zwischen den Kondensatorplatten selbst fließen; vgl. Verschiebungsstrom): die Zahl der positiven Ladungen auf der rechten Seite hat sich verringert.

Auch im Mechanischen „verschwindet“ Schnur auf der einen Seite und „taucht“ auf der anderen Seite wieder auf – die Analogie trägt.

Träge Elemente sind ebenfalls Energiespeicher. Im Mechanischen ist ein Schwungrad solch ein Element; seine Energie errechnet sich zu  $E = \frac{1}{2}m_{\text{eff}}v^2$  [ $1 \cdot \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 1 \text{ J}$ ]. Ein Schwungrad gilt deswegen als träges Element, weil es träge ist – man benötigt Energie, um ein stillstehendes Schwungrad in Bewegung zu versetzen, und man benötigt ebenfalls Energie, um ein sich drehendes Schwungrad wieder abzubremesen; allgemein: man benötigt Energie, um den Bewegungszustand zu ändern.

Die Kraft, die man aufbringen muss, um das Rad zu beschleunigen oder abzubremesen, berechnet sich nach der bekannten Formel  $F = m_{\text{eff}}\dot{v} = m_{\text{eff}}a$  [ $1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N}$ ]. Dabei beschreibt  $\dot{v}$  gerade die Änderung des Bewegungszustands.

Im Elektrischen entspricht dem Schwungrad eine Spule der Induktivität  $L$ . Die Spulenenergie errechnet sich zu  $E = \frac{1}{2}LI^2$  [ $1 \cdot \frac{\text{V}\cdot\text{s}^2}{\text{C}} \frac{\text{C}^2}{\text{s}^2} = 1 \text{ J}$ ]. Eine Spule gilt deswegen als träges Element, weil sie träge ist – man benötigt Energie, um die Stärke des durch sie hindurchfließenden Stroms  $I$  zu ändern.

Die Spannung, die überwunden werden muss, um  $I$  zu ändern, errechnet sich zu  $U = L\dot{I}$  [ $1 \frac{\text{V}\cdot\text{s}^2}{\text{C}} \frac{\text{C}}{\text{s}^2} = 1 \text{ V}$ ]. Dabei beschreibt  $\dot{I}$  gerade die Änderung der Stromstärke.

Kombiniert man ein träges Element mit einem elastischen, so erhält man einen Schwingkreis. Einmal angestoßen, erhält man (unter Vernachlässigung der Reibung) eine andauernde Schwingung: im

Mechanischen fließt die Schnur (z.B.) zuerst nach rechts, bewegt sich dann gar nicht, fließt nach links, bewegt sich wieder nicht, usw.

Diese Schwingung erfolgt mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Bei der Aufstellung der den Schwingkreis beschreibenden Gleichungen muss der Energieerhaltungssatz bzw. die Gegengleichheit von Kraft und Gegenkraft beachtet werden:

$$Dx + m_{\text{eff}}a = 0$$

$$Dx + m_{\text{eff}}\ddot{x} = 0$$

$D$  und  $m_{\text{eff}}$  sind positiv; also muss entweder  $x$  oder  $\ddot{x} = \dot{v} = a$  negativ sein, um die Gleichung zu erfüllen.

Stellt man die Gleichung fürs Elektrische auf, so muss man wieder die Gegengleichheit beachten. Allerdings fällt dies im Elektrischen wesentlich mehr auf, als im Mechanischen: im Mechanischen ist man der Gegengleichheit von Kraft und Gegenkraft bewusst, und die unterschiedlichen Vorzeichen verstehen sich von selbst.

Im Elektrischen dagegen ist man diesen – eigentlich grundlegenden – Sachverhalt nicht gewohnt. Die zugrunde liegenden mathematischen Zusammenhänge sind aber dieselben.

Das Pendant zur Kraft im Mechanischen ist im Elektrischen die Spannung, also lautet die Gleichung:

$$\frac{1}{C}Q + L\dot{I} = 0$$

$$\frac{1}{C}Q + L\ddot{Q} = 0$$

Auch hier muss entweder  $Q$  oder  $\ddot{Q} = \dot{I}$  negativ sein. Auffallend ist die große Symmetrie in der Differentialgleichung:

$$k_1x + k_2\ddot{x} = 0,$$

wobei  $k_1$  und  $k_2$  Konstanten sind und  $x$  das jeweilige Pendant zur Ladung beschreibt.

Löst man diese Gleichung auf (mit  $\dot{x} = \hat{x} \sin \omega t$ ), erhält man die Winkelgeschwindigkeit der Schwingung:

$$k_1 - k_2\omega^2 = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}$$

Setzt man wieder die ursprünglichen Bezeichner für  $k_1$  und  $k_2$  ein, erhält man:

$\omega = \frac{1}{\sqrt{CL}}$  beim elektromagnetischen Schwingkreis und

$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$  im Mechanischen

### 1.46.2 Übertragung von B. S. 275 aufs mechanische Modell

Die Schwingungen in einem elektrischen Schwingkreis lassen sich mit den Schwingungen im Schnurmodell vergleichen. Dargestellt sind die Verhältnisse für die ungedämpfte Schwingung:

- a)** Die Gummimembran ist maximal ausgelenkt, die Zugkraft ist  $\hat{F}$ . Die Schnur bewegt sich nicht. In der Blackbox ist die Federenergie  $E_{\text{Feder}} = \frac{1}{2} \frac{1}{D} \hat{F}^2$  gespeichert.  
(Die Größe  $\frac{1}{D}$  ist ein Maß für die Weichheit/Nachgiebigkeit der Feder. Sie entspricht der Kapazität im Elektrischen. (vgl. auch  $\frac{1}{v} \left[ \frac{\text{s}}{\text{m}} \right]$  („Langsamkeit“))
- b)** Die Gummimembran entspannt sich mit zunehmender Schnurgeschwindigkeit [in die andere Richtung]. Die Bewegungsenergie des Rads wächst in gleichem Maße, wie die Federenergie der Gummimembran abnimmt:  $E_{\text{Feder}} + E_{\text{Rad}}$  ist konstant.
- c)** Die Gummimembran ist vollständig entspannt und besitzt keine Federenergie mehr. Die Schnurgeschwindigkeit hat ihren größten Wert  $\hat{v}$  erreicht. Die Energie des Rads beträgt nun  $E_{\text{Rad}} = \frac{1}{2} m_{\text{eff}} v^2$ .
- d)** Die Trägheit des Schwungrads bewirkt das Weiterfließen der Schnur über den entspannten Zustand hinaus. Die Schnurgeschwindigkeit und die Radenergie nehmen ab. Die Gummimembran spannt sich in entgegengesetzter Richtung und gewinnt wieder Federenergie.
- e)** Die Gummimembran ist vollständig entgegengesetzt ausgelenkt. Die Schnur bewegt sich nicht.

Die Vorgänge wiederholen sich nun in umgekehrter Richtung.

(Benötigte Zeit: 119 min)

## 1.47 48. Hausaufgabe

### 1.47.1 Auflösung der Differentialgleichung fürs Mechanische

$$Dx + m_{\text{eff}}\ddot{x} = 0;$$

Ableiten nach der Zeit bringt:

$$D\dot{x} + m_{\text{eff}}\dot{\ddot{x}} = 0;$$

Da die Sinus-Funktion nach zweimaligem Ableiten wieder zum Sinus führt (nur mit umgekehrten Vorzeichen), vermuten wir:

$$\dot{x} = \hat{x} \cdot \sin \omega t;$$

Ableiten bestätigt unsere Vermutung:

$$\ddot{x} = \hat{x}\omega \cdot \cos \omega t;$$

$$\dot{\ddot{x}} = -\hat{x}\omega^2 \cdot \sin \omega t;$$

Einsetzen bringt dann:

$$D\hat{x} \cdot \sin \omega t - m_{\text{eff}}\hat{x}\omega^2 \cdot \sin \omega t = 0;$$

Kürzen von  $\hat{x}$  und  $\sin \omega t$  führt zu:

$$D - m_{\text{eff}}\omega^2 = 0;$$

Das Kürzen ist deswegen zulässig, weil keine Lösungen verloren gehen, wenn  $\hat{x}$  oder  $\sin \omega t$  0 sind: in diesen Fällen ist die Gleichung immer erfüllt.

$\omega$  errechnet sich damit zu

$$|\omega| = \sqrt{\frac{D}{m_{\text{eff}}}};$$

Nimmt man für  $m_{\text{eff}}$  die Spuleninduktivität  $L$  und statt  $D$   $\frac{1}{C}$  erhält man die bekannte Gleichung für den elektromagnetischen Schwingkreis; unsere Herleitung ist also korrekt.

(Benötigte Zeit: 17 min)

29.01.2006

## 1.48 49. Hausaufgabe

### 1.48.1 Zusammenfassung der Stunde: Differentialgleichungen

Differentialgleichungen unterscheiden sich von „normalen“ Gleichungen darin, dass man nicht nach bestimmten Zahlen, sondern nach bestimmten Funktionen sucht, welche eine Gleichung erfüllen. Beispiel:

$$f'(x) + f''(x) = 0;$$

Eine Funktion, die diese Gleichung erfüllt, ist  $f$  mit  $f(x) = 0$ . Oftmals spart man sich das Ausschreiben des Parameters:

$$f' + f'' = 0;$$

$$\dot{f} + \ddot{f} = 0;$$

Differentialgleichung sind im Allgemeinen nur sehr schwer analytisch lösbar; oft kann man auch nur Näherungslösungen angeben. Dabei ist es sehr leicht, schwer zu lösende Differentialgleichungen zu konstruieren:

$$f^{(n)}(x) + \ln_{f'(f''(x)+1)} f(x) + \int_{f''(42)}^{f'(23)} f(x)f'(x) dx + 1 = 0 \text{ mit } n = \int_0^1 f(f'(f''(\dots(x)\dots))) dx;$$

Nicht analytisch lösbare Gleichungen bezeichnet man als „nicht integrierbar“.

	Bekannte Gleichungen	Differentialgleichungen
<b>Definitionsmenge</b>	Menge von Zahlen, z.B. $\mathbb{R}_0^+$	Menge von Funktionen von einer Menge von Zahlen nach einer Menge von Zahlen, z.B. $\{f \mid D_f = \mathbb{R} \wedge W_f = \mathbb{R}_0^+\}$
<b>Lösungsmenge</b>	Irgendeine Teilmenge der Definitionsmenge	Irgendeine Teilmenge der Definitionsmenge
<b>Oft genutzte Operationen</b>	$+, \cdot, \dots$	Differenzieren, Integrieren, ...

Differentialgleichungen spielen in der Physik eine wichtige Rolle, da man mit ihnen viele dynamischen Vorgänge beschreiben kann. Beispielsweise ist das Induktionsgesetz,

$$|U_{\text{ind}}| = n \left| \dot{\phi} \right|,$$

auch eine Differentialgleichung:

$$|U_{\text{ind}}| = n |\phi'(t)|;$$

Fragen:

- Differentialgleichungen handeln zwar von Funktionen, aber immer noch von Funktionen von Zahlen zu Zahlen. Hat man



den Begriff „Differentialgleichung“ auf allgemeine Funktionen von einer Menge  $A$  nach einer Menge  $B$  erweitert?

- Kann man überhaupt auch auf anderen Mengen als den reellen Zahlen differenzieren?

(Auf den natürlichen Zahlen zu differenzieren ist möglich (!), allerdings konnte ich das nicht nachvollziehen.)

- Kann man auf Mengen, die nicht aus Zahlen bestehen, differenzieren?
- Man kann Funktionen ja einmal, zweimal, dreimal etc. differenzieren. Dies scheint mir eine Beschränkung zu sein – kann man also evtl. Funktionen auch „eineinhalb“ Mal differenzieren?

(Wenn überhaupt wird dann vermutlich der Begriff der „eineinhalb Mal differenzierten Funktion“ nicht mehr viel mit der ursprünglichen Definition der Differenzierung zu tun haben – aber die Fakultätsfunktionen (z.B.) hat man auch sinnvoll erweitern können, auch, wenn dann die ursprüngliche Definition ( $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n$ ) nicht mehr in der erweiterten Definition erkennbar ist. (Und die Potenzierung hat man auch von einer simplen Kurzschreibweise der Multiplikation ( $a^b = \underbrace{a \cdot a \cdots a \cdot a}_{n \text{ Mal}}$ ) erweitern können ( $a^b$  mit  $b \in \mathbb{R}$  oder sogar  $b \in \mathbb{C}$ .) Eine Erweiterung der Differenzierung scheint mir daher sinnvoll.)

(Benötigte Zeit: 67 min)

31.01.2006

## 1.49 51. Hausaufgabe

### 1.49.1 Buch Seite 277, Aufgabe 1

Ein Kondensator mit  $C = 0,1 \mu\text{F}$  und eine Spule mit  $L = 44 \text{ mH}$  bilden einen Schwingkreis. Berechnen Sie die Eigenfrequenz. Durch Einschieben eines Eisenkerns in die Spule vergrößert sich deren Induktivität um den Faktor 23. Wie verändert sich dadurch die Eigenfrequenz?

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 2,4 \text{ kHz};$$

$$f' = \frac{1}{\sqrt{23}} f \approx 0,5 \text{ kHz};$$

**1.49.2 Buch Seite 277, Aufgabe 2**

Eine lange Spule ( $n = 340$ ,  $l = 60$  cm,  $d = 8$  cm) wird mit einem Kondensator der Kapazität  $C = 0,1 \mu\text{F}$  und einem Widerstand  $R = 200 \Omega$  in Serie geschaltet. Berechnen Sie die Resonanzfrequenz.

$$U_C + U_R + U_L = 0;$$

$$\frac{1}{C}Q + R\dot{Q} + L\ddot{Q} = 0;$$

$$Q = Q_0 \sin \omega t;$$

$$\frac{1}{2}Q_0 \sin \omega t + RQ_0 \cos \omega t - LQ_0\omega^2 \sin \omega t = 0;$$

$$\sin \omega t \cdot \left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right) + \cos \omega t \cdot R\omega = 0;$$

$$\tan \omega t \cdot \left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right) = -R\omega;$$

$$\tan \omega t = -\frac{R\omega}{\frac{1}{C} - L\omega^2};$$

Frage: Wie weiter?

**1.49.3 Buch Seite 277, Aufgabe 3**

Ein Schwingkreis mit einer Kapazität von  $C = 47$  nF schwingt bei einer Frequenz von  $f = 3,7$  kHz. Wie groß ist die Induktivität?

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}; \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C} \approx 0,039 \text{ H};$$

(Benötigte Zeit: 67 min)

01.02.2006

**1.50 52. Hausaufgabe****1.50.1 Zusammenfassung der Stunde: Gleichstrom als Spezialfall des Wechselstroms, Wechselstromwiderstand von Spule und Kondensator**

Gleichstrom kann als Spezialfall des Wechselstroms angesehen werden, nämlich als ein Wechselstrom mit der Winkelgeschwindigkeit und Frequenz Null. Die jeweiligen Formeln für Wechselstrom ergeben dann die schon bekannten Formeln für Gleichstrom.

Dass Gleichstrom ein Spezialfall sein muss ist auf den ersten Blick vielleicht nicht klar erkennbar, leuchtet jedoch nach genauerer Betrachtung ein: Ein Wechselstrom sehr niedriger Frequenz – sagen

wir 0,01 Hz – ändert seine Stromstärke nur äußerst langsam; plottet man  $I(t)$ , so erhält man eine „fast waagrechte“ Kurve.

Regelt man die Frequenz noch weiter herunter, wird die Kurve immer flacher. Nimmt man schließlich Gleich- statt Wechselstrom, so ist die Kurve waagrecht. Der Unterschied der Kurve mit der Steigung Null (Gleichstrom) und der mit einer sehr geringen Steigung (Wechselstrom sehr niedriger Frequenz) ist jedoch sehr gering.

Damit liegt der Schluss nahe, dass auch die physikalischen Auswirkungen von Gleichstrom und Wechselstrom sehr niedriger Frequenz fast identisch sind. Er wäre nun wünschenswert, dies auch in Formeln auszudrücken.

Als Beispiel dient die ideale Spule, also eine Spule ohne OHMschen Widerstand. Offensichtlich ist ihr Widerstand bei Gleichstrom –  $\omega = 0 \frac{1}{s}$  – gleich  $0 \Omega$ . Da aber jede Stromstärkeänderung  $\dot{I}$  – also Wechselstrom – eine Gegenspannung induziert (Stichwort Selbstinduktion), nimmt der Widerstand mit steigender Wechselstromfrequenz zu; sein Wert errechnet sich mit  $R_L(\omega) = \omega L$ .

Setzt man nun für  $\omega 0 \frac{1}{s}$  ein – wendet man also die Formel auf Gleichstrom an – so erhält man – wie auch erwünscht –  $R_L(0 \frac{1}{s}) = 0 \Omega$ .

Fürs bessere Verständnis ist es hilfreich, sich das mechanische Analogon der Spule vorzustellen: Ein Schwungrad ist bei Gleichstrom offensichtlich ein idealer Leiter. Wechselt hingegen die Bewegungsrichtung der Schnur, so wirkt das Rad wegen seiner Trägheit der Bewegung entgegen: Das Rad wechselt seine Drehrichtung nicht sprunghaft, sondern es wird erst abgebremst und beschleunigt dann in die andere Richtung.

Es ist auch möglich, für den Widerstand eines Kondensators solch eine Formel aufzustellen. Bei Gleichstrom ist ein Kondensator offensichtlich ein Nichtleiter, der Widerstand geht also gegen  $\infty \Omega$ . Bei Wechselstrom jedoch fließt durchaus Strom; im entarteten Fall spricht man vom Auflade- bzw. Entladestrom. Mit steigender Wechselstromfrequenz nimmt der Widerstand ab.

Die Höhe des Widerstands errechnet sich zu  $R_C(\omega) = \frac{1}{\omega C}$ . Lässt man  $\omega$  gegen  $0 \frac{1}{s}$  gehen, so strebt  $R_C(\omega)$  – wie erwünscht – gegen  $\infty \Omega$ .

Auch hier hilft wieder das Modell des Schnurstroms: Eine Gummimembran ist bei Gleichstrom offensichtlich ein Nichtleiter. Wech-

selt aber die Schnurrichtung, so nimmt die Leitfähigkeit mit steigender Frequenz zu.

(Die Gummimembran kann bis zu einem festen Maximalwert ausgelenkt werden. Bis dieser erreicht ist, leitet die Membran. Würde sich die Stromrichtung im voll ausgelenkten Fall nicht umkehren, so wäre kein weiterer Schnurtransport möglich. Kehrt sich jedoch die Richtung um, so lässt die Membran wieder Schnur hindurch: Die Membran entspannt sich, bis sie ihre Ruheposition eingenommen hat, und spannt sich dann erneut, jedoch in die andere Richtung. Während dieses Vorgangs wird offensichtlich Schnur transportiert.)

Mit  $R_L(\omega)$  und  $R_C(\omega)$  konnten wir also den Gleichstrom als Spezialfall des Wechselstroms ausdrücken. Was noch fehlt ist eine allgemeine Formel für die Spannung  $U_\omega(t)$  und  $I_\omega(t)$ .

Für sinusförmigen Wechselstrom der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  gilt:

$$U_\omega(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$I_\omega(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$U_0$  bzw.  $I_0$  ist dabei der Maximalwert von  $U$  bzw.  $I$ .  $\varphi$  kann verwendet werden, um phasenverschobene Wechselströme auszudrücken.

Möchte man diese beiden Formeln nun auf den Gleichstrom übertragen, so muss man – wie oben bereits festgestellt – als Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 0 \frac{1}{s}$  nehmen. Dann muss  $\varphi$  noch so gewählt werden, dass für alle Zeitpunkte  $t$  gilt:

$$U_{0 \frac{1}{s}}(t) = U_0$$

$$I_{0 \frac{1}{s}}(t) = I_0$$

Der Sinus wird bei  $\frac{\pi}{2}$  ( $+2k\pi$  mit  $k \in \mathbb{Z}$ ) 1; also wird man als  $\varphi \frac{\pi}{2}$  ( $+2k\pi$ ) nehmen. Damit kann man den Gleichstrom als Spezialfall des Wechselstroms betrachten; unser Ziel ist erreicht.

(Benötigte Zeit: 81 min)

05.02.2006

## 1.51 53. Hausaufgabe

### 1.51.1 Exzerpt von B. S. 266: Energieübertragung im Wechselstromkreis und Vergleich mit unserer Herleitung

Der grundlegende Unterschied zwischen unserer Herleitung und der im Metzler ist der, dass wir keine Angst vorm Integral haben

und einen Ansatz über die Energie wählten, während man im Metzler den Bereich der Leistung nicht verlässt:

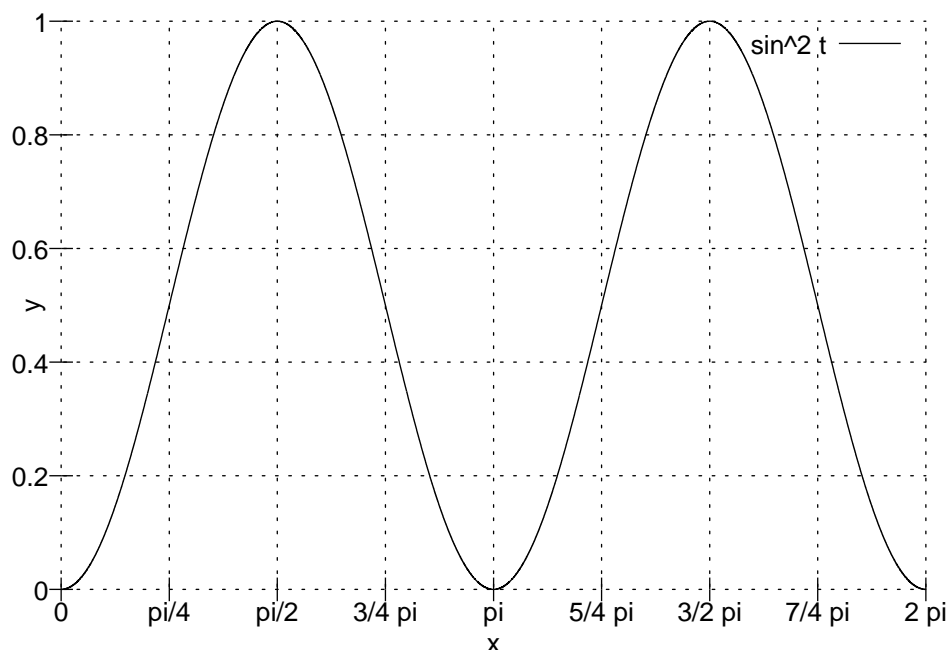
$$E = \int_{t_1}^{t_2} U(t) I(t) dt;$$

Im Metzler dagegen finden wir

$$p = u i;$$

Dies liegt vermutlich darin begründet, dass man die Leistung (wie z.B. auch die Stromstärke) leichter messen kann als die Energie (bzw. die Ladung). Wir nahmen also einen theoretischeren Ansatz, während im Metzler eine praxisorientierterer Ansatz zu finden ist.

Dementsprechend unterscheidet sich auch das weitere Vorgehen in der Herleitung: Sowohl unsere Herleitung als auch die im Metzler nutzt die Beziehungen  $U(t) = U_0 \sin \omega t$  und  $I(t) = I_0 \sin \omega t$  aus. Jedoch konnten wir, weil wir den Weg übers Integral gewählt haben, sehr anschaulich fortfahren:



Dies ist – abzüglich der Konstanten  $U_0$  und  $I_0$  – der Graph der Funktion, die wir integrieren. „Klappt“ man jeweils einen Teil des Graphen „um“, so erkennt man, dass der Flächeninhalt der Fläche,

die von der  $x$ -Achse und dem Funktionsgraphen begrenzt wird,  $\frac{T}{2}$  beträgt:

$$\int_{0\text{s}}^T U(t)I(t) dt \stackrel{\text{z.B.}}{=} U_{\max}I_{\max} \underbrace{\int_{0\text{s}}^T \sin^2 \omega t dt}_{\frac{T}{2}} = \underbrace{U_{\max}I_{\max}T}_{\text{bekannt als „UIT“}} \cdot \frac{1}{2};$$

In der Herleitung im Metzlers dagegen wird mit der undurchsichtigeren Beziehung  $2 \sin^2 \omega t = 1 + \cos 2\omega t$  argumentiert.

Der letzte Teil der Herleitung – das Definieren von  $U_{\text{eff}}$  und  $I_{\text{eff}}$  ist den beiden Herleitungen gemeinsam; die beiden neuen Variablen werden mittels Substitution eingeführt:

$$\Delta E_T = \underbrace{U_{\max}I_{\max}T}_{\text{bekannt als „UIT“}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} T \stackrel{!}{=} U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} T;$$

Persönlich bevorzuge ich unsere Herleitung, da die Zusammenhänge zwischen Energie, Spannung und Stromstärke durchs Integral sehr deutlich werden und da man unsere Herleitung auch auf andere Wechselstromarten als den sinusförmigen Wechselstrom übertragen kann – es muss lediglich das Integral anders aufgelöst werden. Außerdem empfand ich unsere Auflösung des Integrals viel anschaulicher als das Ausnutzen der trigonometrischen Beziehung  $2 \sin^2 \omega t = 1 + \cos 2\omega t$  im Metzler.

(Benötigte Zeit: 43 min + 4 min)

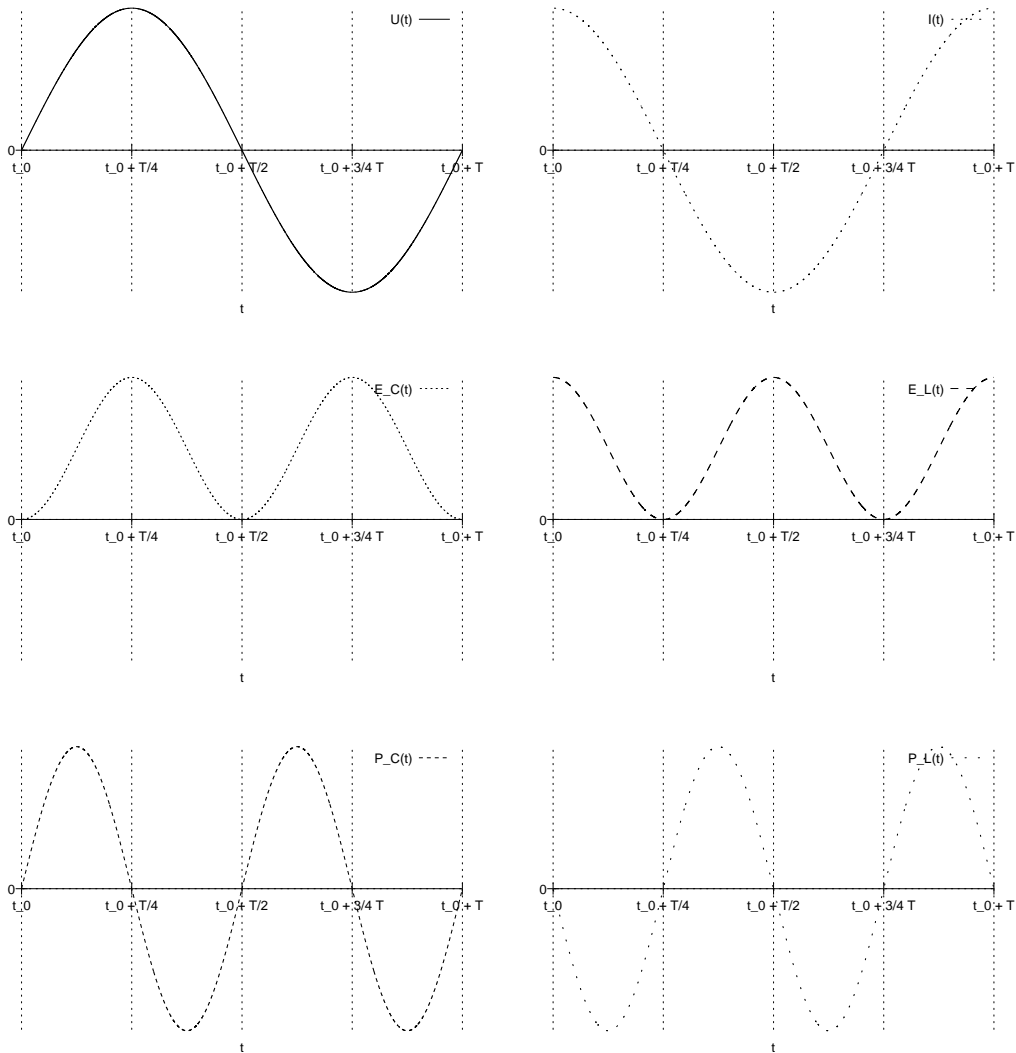
06.02.2006

## 1.52 54. und 55. Hausaufgabe

### 1.52.1 Graphen von $U(t)$ , $I(t)$ , $E_L(t)$ und $E_C(t)$ des ungedämpften Schwingkreises

- $U_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{Q_0}{C} \sin \omega t;$   
 $E_C(t) = \frac{1}{2} C U^2(t) = \frac{1}{2} C \frac{Q_0^2}{C^2} \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \sin^2 \omega t;$   
 $P_C(t) = \dot{E}_C(t) = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \cdot 2 \sin \omega t \cos \omega t \cdot \omega = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \omega \cdot \sin 2\omega t;$
- $I_C(t) = I_L(t) = I(t) = Q_0 \omega \cos \omega t;$   
 $E_L(t) = \frac{1}{2} L I^2(t) = \frac{1}{2} L Q_0^2 \omega^2 \cos^2 \omega t;$   
 $P_L(t) = \dot{E}_L(t) = -\frac{1}{2} L Q_0^2 \omega^2 \cdot 2 \cos \omega t \sin \omega t \cdot \omega = -\frac{1}{2} L Q_0^2 \omega^3 \sin 2\omega t;$

mit  $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ ;



### 1.52.2 Quantitative Graphen von $P_C(t)$ und $P_L(t)$

Aufgabestellung: Zeichnung der quantitativen Graphen von  $P_C(t)$  und  $P_L(t)$  mit  $L = 600 \text{ H}$  und  $C = 40 \mu\text{F}$ .

Dies ist nicht möglich, da  $Q_0$ , die initiale Ladung, die auf dem Kondensator gespeichert ist, nicht gegeben ist.

### 1.52.3 Kurzer Text zum Versuchsergebnis

Der Graph zeigte eine gedämpfte Schwingung. Die „tatsächliche“ Periodendauer  $T'$  stimmte mit der theoretisch berechneten Periodendauer  $T = 2\pi\sqrt{LC}$  erstaunlich gut überein; die Abweichung betrug nur 0,04 s!

Die Amplitude der Schwingung nimmt mit fortschreitender Zeit streng monoton ab; dieses Abnehmen kann – wie bei Relaxationsprozessen üblich – durch die  $e$ -Funktion beschrieben werden:

$$U(t_0) = U_0 e^{-\frac{t_0}{\tau}};$$

Auflösen nach  $\tau$  und Einsetzen eines beliebigen Werts für  $t_0$  ergibt:

$$U(t_0) = U_0 e^{-\frac{t_0}{\tau}}; \Rightarrow \ln \frac{U(t_0)}{U_0} = -\frac{t_0}{\tau}; \Rightarrow \tau = -\frac{t_0}{\ln \frac{U(t_0)}{U_0}} \approx 0,94 \text{ s};$$

Dieses Ergebnis deckt sich mit dem Versuchsergebnis. (Selbstverständlich tut es das – wir haben ja Werte des Versuchsergebnisses eingesetzt, um  $\tau$  zu erhalten.)

Interessant ist auch, dass der Graph auch schon vor dem Öffnen des Schalters  $S$  (siehe Blatt) – also zu Zeitpunkten, an denen noch keine Schwingung stattfindet – eine ungedämpfte Schwingung kleiner Amplitude zeigt. Die Skalierung des Graphen lässt leider keine all zu genaue Bestimmung der Periodendauer und damit der Frequenz dieser Grundschwingung zu, aber näherungsweise ergibt sich 0,14 s als Periodendauer und 7,2 Hz als Frequenz. . .

(Benötigte Zeit: 26 min + 40 min)

08.02.2006

## 1.53 56. Hausaufgabe

### 1.53.1 Exzerpt von B. S. 119f.: Resonanz

In der „Realität“ klingen „eigentlich“ ungedämpfte Schwingungen mit der Zeit immer ab, da immer Wärmeverluste entstehen; die Energie  $E_{\text{ges}}$  ist also nicht konstant, sondern nimmt mit der Zeit ab.

Möchte man nun trotz der Verluste eine ungedämpfte Schwingung erzeugen, so muss man dem System die durch die Verluste verlorene Energie zufügen:  $E_{\text{System}} + E_{\text{Ersatz}}$  ist dann konstant.



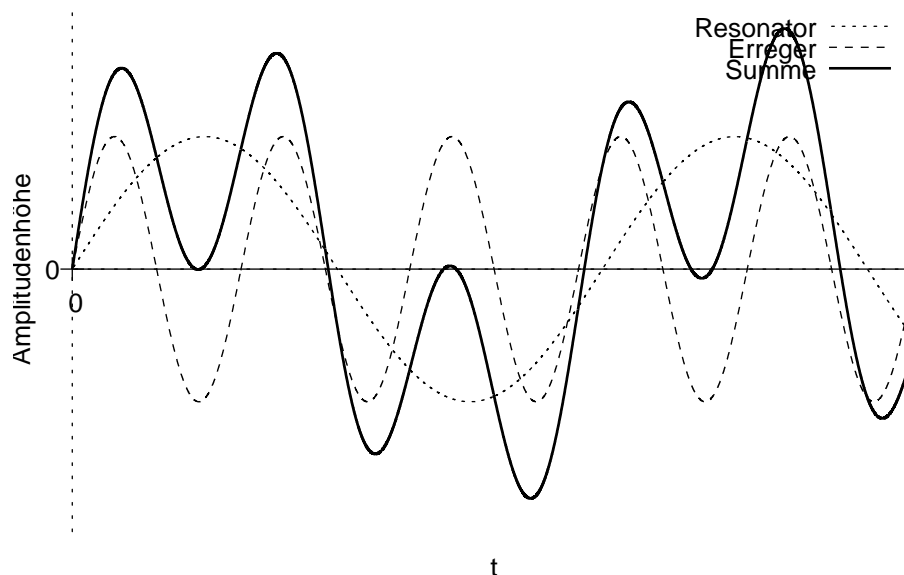
Je nach System muss diese Energiezufuhr anders erfolgen: Beim elektromagnetischen Schwingkreis kann eine Wechselstromquelle in den Schwingkreis integriert werden, beim Schnurstrom lässt man die Schnurpumpe zeitabhängig die Pumprichtung wechseln und bei einem Feder-Resonator-System erregt man die Feder durch einen entsprechenden Motor.

Die Frequenz der Generatorspannung (bzw. des entsprechenden Analogons) ist dabei keineswegs irrelevant: entspricht die Erregerfrequenz  $\omega$  der Eigenfrequenz  $\omega_0$  des Resonators, so wird man eine Maximierung der Amplitude erreichen, da sich die beteiligten Spannungen gegenseitig verstärken.

Weicht aber  $\omega$  von  $\omega_0$  ab, so stellt man eine geringere Amplitude fest, da sich die jeweiligen Spannungen gegenseitig abschwächen –

$$U_{\text{ges}} = U_0 + U_{\text{Generator}}:$$

Beispiel: Nicht maximale Summenamplitude

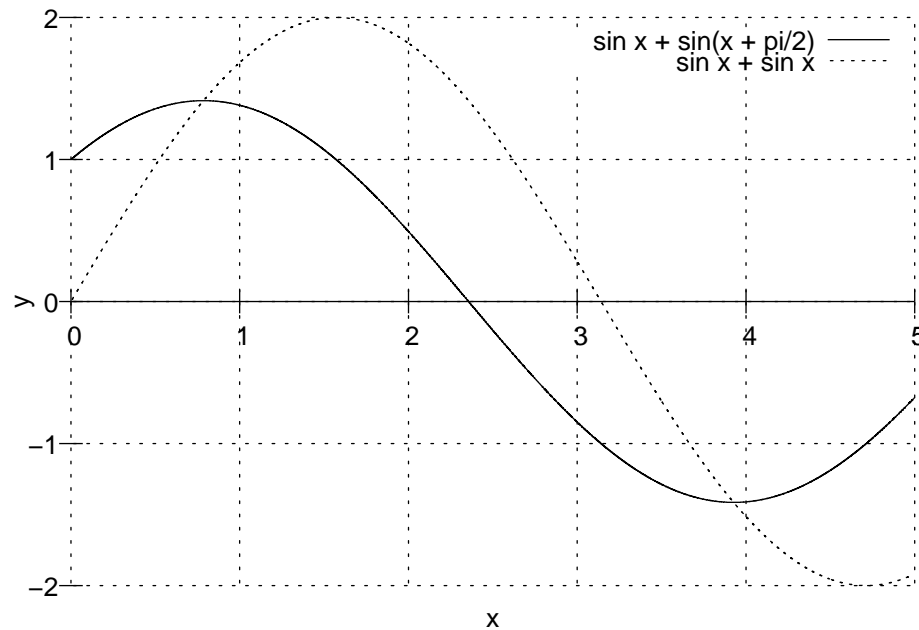


Trägt man Erregerwinkelgeschwindigkeiten  $\omega$  und die resultierenden Maximalamplituden in einem Koordinatensystem auf, so erhält man eine Resonanzkurve; die Abhängigkeit der Scheitelamplitude von  $\omega$  wird visualisiert.

Fragen:

- Laut Metzler stimmt die Resonanzfrequenz „in etwa“ mit der Eigenfrequenz des Resonators überein. Wieso „in etwa“ und nicht exakt?

- Wieso stellt sich eine Phasenverschiebung von  $\frac{\pi}{2}$  ein? Man erreicht die Maximalamplitude doch sicherlich bei einer Phasenverschiebung von 0, oder?



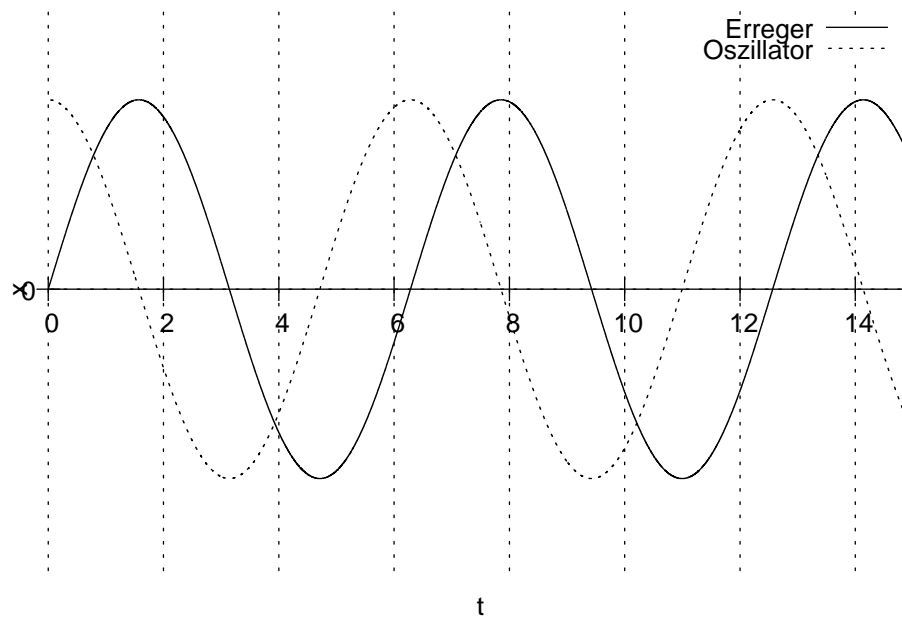
(Benötigte Zeit: 84 min)

13.02.2006

## 1.54 58. Hausaufgabe

### 1.54.1 Fünf Fragen und Antworten zur Resonanz

1. Die  $\hat{x}(\omega)$ - bzw.  $\hat{Q}(\omega)$ - oder  $\hat{I}(\omega)$ -Graphen unterscheiden sich qualitativ: In der Mechanik nähert sich der Graph für  $\omega \rightarrow \infty$  Null asymptotisch an, der Graph zum elektromagnetischen Schwingkreis jedoch zielt auf einen bestimmten Wert (größer Null) ab. Wieso?
2. Ist bei einer stark gedämpften Schwingung eine eher kleinere Amplitude oder eine eher größere Amplitude festzustellen?
3. Welche bedeutsame Phasenverschiebung hat sich im folgenden Szenario etwa eingestellt?



4. Ist bei  $x(\omega)$ - bzw.  $Q(\omega)$ - oder  $I(\omega)$ -Graphen der Umschwung im Bereich der Eigenfrequenz  $\omega_0$  bei einer schwachen Dämpfung eher „hart“ oder eher „weich“?
5. Bei einer Schwingung mit äußerer Erregung wird nur sehr wenig Energie absorbiert. In welchem Bereich befindet sich dann die Phasenverschiebung zwischen Erreger- und Oszillatoramplitude?

**Antworten:**

1. ...
2. Bei einer stark gedämpften Schwingung ist eine eher kleinere Amplitude festzustellen.
3.  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ ;
4. Bei schwachen Dämpfung verläuft der Umschwung eher hart.
5. Bei einer Phasenverschiebung von  $\frac{\pi}{2}$  ist die Energieübertragung maximal; also ist hier die Phasenverschiebung kleiner bzw. größer als  $\frac{\pi}{2}$ . Es kann keine Aussage darüber getroffen werden, ob die Phasenverschiebung nun größer oder kleiner als  $\frac{\pi}{2}$  ist, da bei beiden Situationen die Energieübertragung gering ist.

(Benötigte Zeit: 29 min)

14.02.2006

**1.55 59. Hausaufgabe****1.55.1 Gesammelte Fragen und Antworten zum Themenkreis Schwingkreis**

1. **Frage:** Wie verschiebt sich beim elektromagnetischen Schwingkreis die Resonanzfrequenz  $f_0$ , wenn sich die Induktivität  $L$  oder die Kapazität  $C$  ändern? (**Johannes Dosch**)

**Antwort:** Die Originalfrequenz ist

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Ändert man nun die Induktivität  $L$  oder die Kapazität  $C$  durch Ver- $k$ -fachung, so erhält man die neue Resonanzfrequenz  $f'_0$ :

$$f'_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{(kL)C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(kC)}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{kLC}} = \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot f_0;$$

$f'_0$  ist also indirekt proportional zu  $\sqrt{k}$ .

Verdoppelt man beispielsweise sowohl die Induktivität als auch die Kapazität, so wird die veränderte Resonanzfrequenz  $f'_0 \sqrt{2} \cdot 2 = 2$  Mal so groß sein wie die ursprüngliche Frequenz.

2. **Frage:** Wenn man bei einem Federpendel die Masse des Gewichtsstücks um 25 % erhöhen will und dennoch die ursprüngliche Resonanzfrequenz erhalten möchte, wie muss man dann die Federhärte verändern? (**Sinan Özer**)

**Antwort:**  $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$ .  $\omega$  soll gleich bleiben, also muss der Quotient  $\frac{D}{m}$  gleich bleiben.

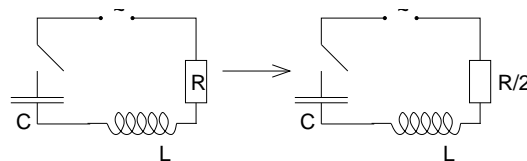
Da man die Masse auf 125 % erhöht hat – das  $\omega$  unserer Überlegungen ist also

$$\omega' = \sqrt{\frac{D}{125\% \cdot m}}$$

muss man die Federhärte ebenfalls um 25 % erhöhen. In diesem Fall kürzen sich dann die Faktoren auf beiden Seiten des Bruches:

$$\omega'' = \sqrt{\frac{125\% \cdot D}{125\% \cdot m}} = \sqrt{\frac{D}{m}} = \omega;$$

3. **Frage:** Die Resonanzfrequenz eines gedämpften elektromagnetischen Schwingkreises sei  $f_0$ . Nun wird der Widerstand  $R$  halbiert. Muss die Induktivität der Spule verändert werden, um die ursprüngliche Resonanzfrequenz  $f_0$  zu erhalten? Wenn ja, wie? (**Vladimir Golkov**)



**Antwort:** Nein, der Widerstand hat mit der Resonanzfrequenz nichts zu tun.

In der Formel für die Resonanzfrequenz  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  – kommt der Widerstand  $R$  nicht vor. Also bleibt die Resonanzfrequenz auch ohne Eingreifen unverändert und die Induktivität muss nicht geändert werden.

4. **Frage:** Was kann man bei sehr niedrigen Frequenzen über die Phasenverschiebung aussagen? (**Florian Mühlberger**)

**Antwort:** In diesem Fall ist die Phasenverschiebung sehr gering.

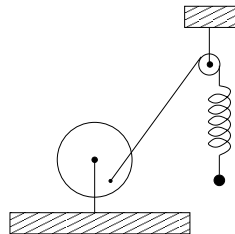
5. **Frage:** In welchen Punkten unterscheiden sich das schwingungsfähige System und der Erreger im Mechanischen und Elektrischen? (**Julian Berlow, Fernando Pérez-Duran**)

**Antwort:** Beim Federpendel lässt sich als Erreger der bewegungsgebende Teil nennen (z.B. die Hand, die die Feder hält). Das schwingungsfähige System ist dann der Komplex aus Feder (elastischem Element) und Gewichtsstück (trägem Element).

Beim elektromagnetischen Schwingkreis ist der Erreger das schwingungsgebende Element, also den Generator zur Erzeugung der Wechselspannung. Das schwingungsfähige System ist in diesem Fall der Komplex aus Spule und Kondensator.

6. **Frage:** Was sind die Bauteile des elektromagnetischen Schwingkreises und die Analogons beim Federpendel? Gib auch die

Terme für die Energien der jeweiligen Komponenten an. (**Patrick Hermann**)



**Antwort:**

- Beim elektromagnetischen Schwingkreis ist die Spule das träge Element und der Kondensator das elastische.

Die Energieinhalte lassen sich über die Zusammenhänge  $I(t) = \dot{Q}(t)$  und  $U(t) = \frac{Q(t)}{C}$  herleiten:

$$E_L = \frac{1}{2}LI^2(t) = \frac{1}{2}L\dot{Q}^2(t) = \frac{1}{2}L(Q_0 \cos \omega t \cdot \omega)^2 = \frac{1}{2}L\omega^2 \cdot Q_0^2 \cos^2 \omega t;$$

$$E_C = \frac{1}{2}CU^2(t) = \frac{1}{2}C \left( \frac{Q(t)}{C} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{C} Q^2(t) = \frac{1}{2} \frac{1}{C} \cdot Q_0^2 \sin^2 \omega t;$$

- Beim Federpendel ist das Gewichtsstück das träge Element und die Feder das elastische.

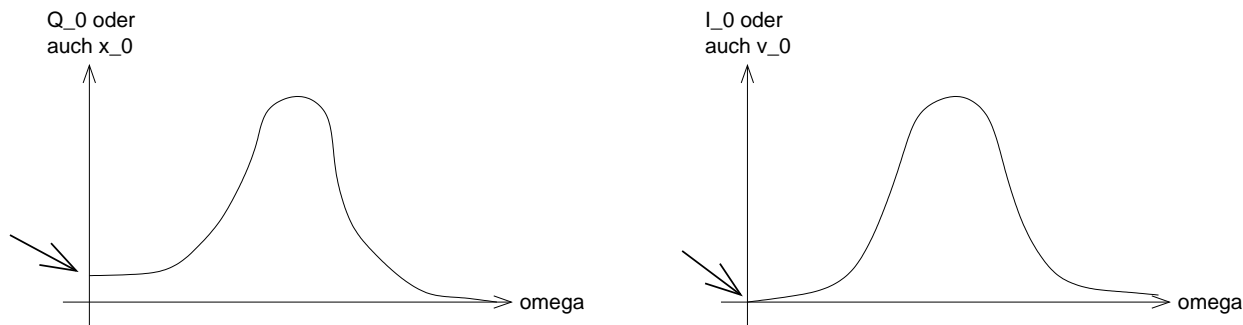
Die Energieinhalte lassen sich über die Beziehung  $v(t) = \dot{x}(t)$  herleiten:

$$E_{\text{Masse}} = \frac{1}{2}mv^2(t) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) = \frac{1}{2}m(x_0 \cos \omega t \cdot \omega)^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 \cdot x_0^2 \cos^2 \omega t;$$

$$E_{\text{Feder}} = \frac{1}{2}Dx^2(t) = \frac{1}{2}D \cdot x_0^2 \sin^2 \omega t;$$

7. **Frage:** Die  $\hat{x}_\omega$ - bzw.  $\hat{Q}_\omega$ - oder  $\hat{I}_\omega$ -Graphen unterscheiden sich qualitativ: Beim elektromagnetischen Schwingkreis (Graph  $\hat{I}_\omega$ ) ist  $\hat{I}_\omega$  für sehr kleine  $\omega$  sehr nahe an Null.

Im Mechanischen dagegen beginnt der Graph bei einem festen Wert größer als Null. Wieso? (**Ingo Blechschmidt**)



**Antwort:** Dieses Phänomen hat nichts mit dem Elektromagnetismus oder der Mechanik an sich zu tun, sondern mit der Wahl der Größe, welche man im Diagramm nach oben aufträgt.

Im Mechanischen – genauer gesagt beim Federpendel – lässt sich die Auslenkung des Gewichts, also  $x(t)$ , einfacher messen als die Geschwindigkeit  $v(t)$ . Daher trägt man nach oben auch  $\hat{x}_\omega$  auf und nicht  $\hat{v}_\omega$ .

$$x(t) = \hat{x}_\omega \cdot \sin \omega t;$$

Beim elektromagnetischen Schwingkreis dagegen ist das Messen der Stromstärke  $I(t)$  sehr viel einfacher als das Messen der Kondensatorladung  $Q(t)$ . Demzufolge trägt man im Diagramm auch  $I(t)$  statt  $Q(t)$  auf.

$$Q(t) = \hat{Q}_\omega \sin \omega t;$$

$$I(t) = \dot{Q}(t) = \hat{Q}_\omega \cdot \cos \omega t \cdot \omega = \underbrace{\hat{Q}_\omega \omega}_{\hat{I}_\omega} \cdot \cos \omega t;$$

$\hat{I}_\omega$  ist also  $\hat{Q}_\omega \cdot \omega$ . Und damit ist die Frage auf der formalen Ebene geklärt:  $\omega$  ist für sehr kleine  $\omega$  (um die Formulierung der Frage aufzugreifen) klarerweise sehr klein. Damit ist das Produkt aus  $\hat{Q}_\omega$  und  $\omega$  ebenfalls klein und damit beginnt der  $I_\omega$ -Graph bei Null.

Im Mechanischen dagegen wird  $\hat{x}_\omega$  – das Äquivalent von  $\hat{Q}_\omega$  – aufgetragen. Dieses wird nicht mit  $\omega$  multipliziert und ist daher auch nicht Null. Trägt man im Mechanischen statt  $\hat{x}_\omega$   $\hat{v}_\omega$  auf, so wird man auch die selben Resultate wie beim besprochenen  $\hat{I}_\omega$ -Diagramm erhalten. Das „Phänomen“ liegt also nur in der Wahl der Größe begründet, welche man im Diagramm nach oben aufträgt.

Die Frage lässt sich auch noch anschaulich beantworten: Regen wir im Mechanischen die Feder mit einem sehr kleinem  $\omega$  an – sagen wir  $\omega = \frac{2\pi}{100\text{d}}$  –, so wird die Maximalgeschwindigkeit  $\hat{v}_\omega$  natürlich sehr klein sein – eine Periode dauert schließlich hundert Tage.

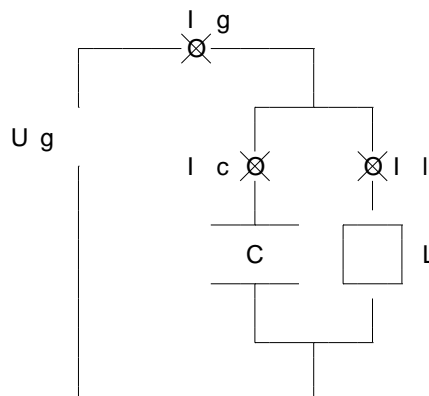
$\hat{x}_\omega$  wird dagegen von dieser großen Periodendauer nicht beeinflusst – es dauert zwar 25 Tage bis zum Erreichen dieser maximalen Auslenkung; dies ist aber dem Graphen nicht zu entnehmen: Der  $\hat{x}_\omega$ -Graph gibt lediglich die maximale Auslenkung an, nicht aber die Zeit, die benötigt wird, um diese maximale Auslenkung zu erzielen.

(Benötigte Zeit: 196 min)

15.02.2006

## 1.56 60. Hausaufgabe

### 1.56.1 Wechselstromkreisanalyse



#### Wechselstromwiderstände von Kondensator und Spule

$$R_{C\omega} = \frac{1}{\omega C};$$

$$R_{L\omega} = \omega L;$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}};$$

$$\hat{U}_G = \sqrt{2} U_{G\text{eff}};$$

#### Terme für den Gesamtwiderstand und die Ströme $I_{G\omega}(t)$ , $I_{C\omega}(t)$ , $I_{L\omega}(t)$

$$\Rightarrow R_\omega = \frac{1}{\frac{1}{R_{C\omega}} + \frac{1}{R_{L\omega}}} = \frac{\omega L}{\omega^2 LC + 1};$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow I_{G\omega}(t) &= \frac{U_{G\omega}(t)}{R_\omega} = \hat{U}_G \sin \omega t \cdot \frac{\omega^2 LC + 1}{\omega L}; \\ \Rightarrow I_{C\omega}(t) &= \frac{U_{G\omega}(t)}{R_{C\omega}} = \hat{U}_G \sin \omega t \cdot \omega C = \underbrace{\hat{U}_G \cdot \omega C}_{\hat{I}_{C\omega}} \cdot \sin \omega t; \\ \Rightarrow I_{L\omega}(t) &= \frac{U_{G\omega}(t)}{R_{L\omega}} = \hat{U}_G \sin \omega t \cdot \frac{1}{\omega L}; \end{aligned}$$

### Grenzwertbetrachtungen

- Betrachtung des Gesamtwiderstandes  $R_\omega$ :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0 \frac{1}{s}} R_\omega = 0 \Omega; \text{ (Einsetzen)}$$

$\lim_{\omega \rightarrow \infty \frac{1}{s}} R_\omega = 0 \Omega$ ; (Grad des Polynoms des Zählers kleiner als der des Nenners)

$$R_{\omega_0} = \frac{L}{\sqrt{LC} \left( \frac{1}{LC} LC + 1 \right)} = \sqrt{\frac{L}{2C}};$$

Anschaulich: Bei  $\omega \rightarrow 0 \frac{1}{s}$  liegt Gleichstrom vor; der Kondensator leitet also gar nicht und die Spule ideal. Bei  $\omega \rightarrow \infty \frac{1}{s}$  leitet die Spule gar nicht und der Kondensator ideal.

- Betrachtung des Stroms durch den Kondensator  $I_{C\omega}(t)$ :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0 \frac{1}{s}} I_{C\omega}(t) = 0 \text{ A}; \text{ (Einsetzen)}$$

Bei Gleichstrom ist der Kondensator ein Nichtleiter,  $I_{C\omega}(t)$  ist Null.

$\lim_{\omega \rightarrow \infty \frac{1}{s}} I_{C\omega}(t)$  ist nicht definiert (Sinus konvergiert nicht).

Stattdessen Betrachtung von  $\hat{I}_{C\omega}$ :

$$\hat{I}_{C\omega} = \hat{U}_G \cdot \omega C \rightarrow \infty \text{ A für } \omega \rightarrow \infty \frac{1}{s};$$

$$I_{C\omega_0}(t) = \hat{U}_G \sin \sqrt{\frac{t^2}{LC}} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}};$$

- Betrachtung des Stroms durch die Spule  $I_{L\omega}(t)$ :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0 \frac{1}{s}} I_{L\omega}(t) = \lim_{\omega \rightarrow 0 \frac{1}{s}} \frac{\hat{U}_G \sin \omega t}{L \omega} = \lim_{\omega \rightarrow 0 \frac{1}{s}} \frac{\hat{U}_G \sin \omega t}{L \omega t} \cdot t = \frac{\hat{U}_G}{L} \cdot t; \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \right)$$

Damit nimmt der Strom proportional mit der Zeit zu. Dies entspricht unseren Erwartungen: Da die Spule bei Gleichstrom ( $\omega \rightarrow 0 \frac{1}{s}$ ) ein idealer Leiter ist, ist ihr Widerstand Null und damit geht der Strom für  $t \rightarrow \infty$  s gegen Unendlich.

$\lim_{\omega \rightarrow \infty} I_{L\omega}(t) = 0 \text{ A}$ ; (Zähler „schwankt“ zwischen  $-\hat{U}_G$  und  $\hat{U}_G$ , Nenner geht gegen Unendlich)

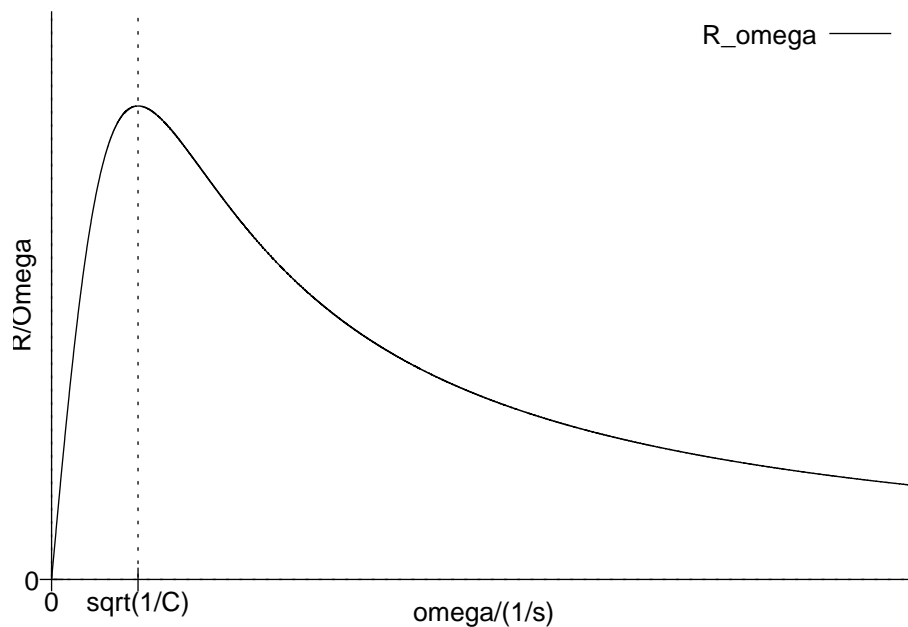
Die Spule ist bei „unendlich frequenten“ Wechselstrom ein Nichtleiter.

$$I_{L\omega_0}(t) = \hat{U}_G \sin \sqrt{\frac{t^2}{LC}} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}};$$

### Abschließende Bemerkungen

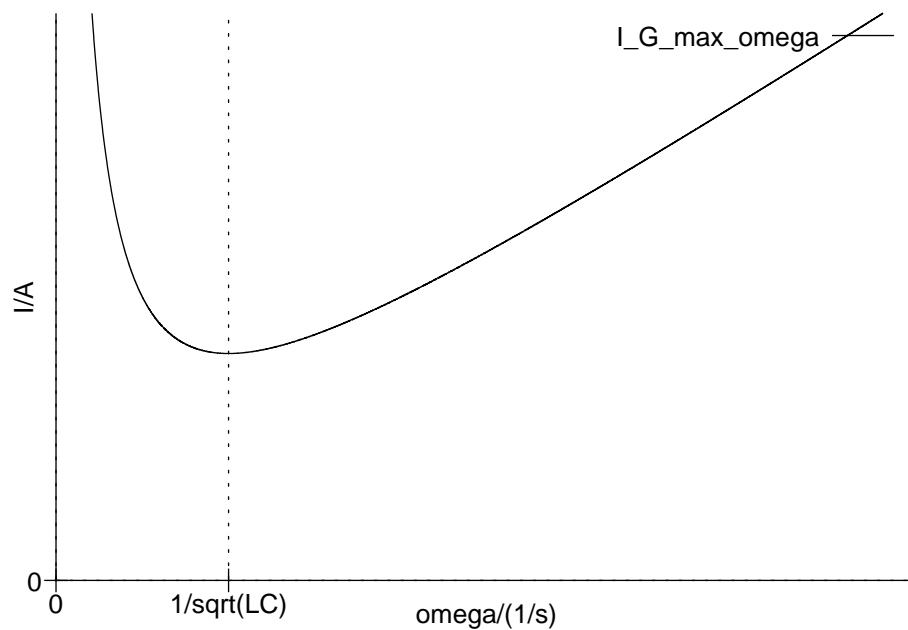
Im Resonanzfall ist  $I_{C\omega_0}(t)$  für alle Zeitpunkte  $t$  gleich  $I_{L\omega_0}(t)$ !

### Graph des Gesamtwiderstandes in Abhängigkeit von $\omega$



Interessant ist, dass der Gesamtwiderstand bei  $\omega = \sqrt{\frac{1}{C}}$  ist (ermittelbar durch den Ansatz  $R'_\omega = 0 \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$ ). Dieses  $\omega$  ist nicht von  $L$  abhängig!

### Graph der maximalen Generatorstromstärke in Abhängigkeit von $\omega$

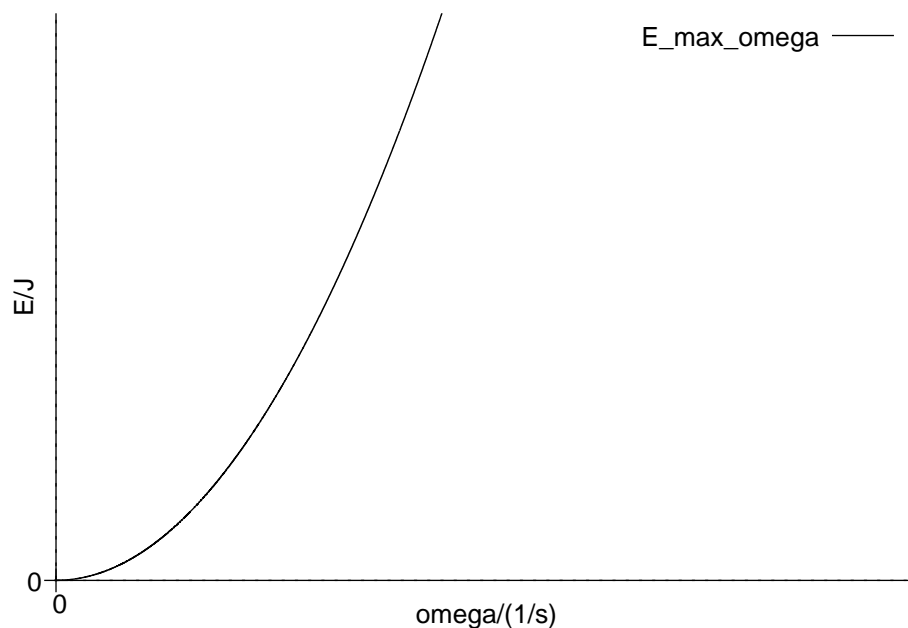


Interessant ist, dass die Scheitelstromstärke des Generators bei  $\omega_0$  minimal ist (ermittelbar durch den Ansatz  $\hat{I}'_{G\omega} = 0$  C).

**Graph der maximalen Energie in Abhängigkeit von  $\omega$**

$$E_{\max_\omega} = E_{L_{\max_\omega}} + E_{C_{\max_\omega}} = \frac{1}{2}L\omega^2 \cdot \hat{Q}^2 \cos^2 \omega t + \frac{1}{2}\frac{1}{C} \cdot \hat{Q}^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2}\hat{Q}^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) \left(L\omega^2 + \frac{1}{C}\right) = \frac{1}{2}\hat{Q}^2 \left(L\omega^2 + \frac{1}{C}\right);$$

Also nimmt der maximale Energieinhalt mit größer werdendem  $\omega$  zu; es ergibt sich kein Umkehrpunkt.



(Benötigte Zeit: 140 min)

20.02.2006

## 1.57 63. Hausaufgabe

### 1.57.1 Fragen zu den Abituraufgaben

- Gilt im Resonanzfall nur  $\hat{I}_{L\omega_0} = \hat{I}_{C\omega_0}$  oder auch  $I_{L\omega_0}(t) = I_{C\omega_0}(t)$ ?  
(Meine Rechnung scheint letzteres zu bestätigen.)
- Können all unsere bekannten Gesetze für den Gleichstromkreislauf – z.B.  $I = \frac{U}{R}$ ,  $R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$ ,  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$  etc. – auch für den Wechselstromkreislauf, sofern man alle von der Zeit abhängigen Größen ( $I$ ,  $U$ ) durch die jeweiligen Scheitelgrößen ersetzt ( $\hat{I}$ ,  $\hat{U}$ )?

### 1.57.2 Eindruck des wissenschaftlichen Texts der Stunde

Das Lesen des „echten“, nicht an die Lehre in Schulen angepassten, Textes war sehr aufschlussreich. Interessant dabei war, dass – obwohl wir lange nicht alle Fachbegriffe kannten – wir uns dennoch ein Bild der angesprochenen Problematik machen konnten.

Auch interessant war, dass wir die abgedruckten Graphen über ihre reine Syntax hinaus deuten konnten und dass es uns möglich war, sie auch mit unseren bisherigen Erfahrungen zu vergleichen und somit auch wieder Rückschlüsse über den Inhalt des Texts ziehen zu können.

Dies soll allerdings natürlich nicht heißen, dass nicht „Augenwischerei“ auch im Spiel war: Beispielsweise wurde die „Drehung eines Felds“ angesprochen. Oberflächlich betrachtet scheint dieser Begriff einleuchtend zu sein und keine Schwierigkeiten zu bereiten. Entschließt man sich jedoch, sich näher mit dem Begriff zu beschäftigen, wird klar, dass die Problematik ganz und gar nicht trivial ist:

Was versteht man unter einer „Drehung eines Felds“? Wie dreht man sich um ein Feld? Gibt es qualitative Unterschiede zwischen einer Verschiebung (Translation) und einer Drehung? Wie hält man überhaupt die relative Position gegenüber einem Feld fest? Und wie macht man die Positionsveränderung eines Feldes aus?

Während dies bei einem Körper für uns trivial ist – beispielsweise weist ein Stift eine Richtung auf, anhand derer wir mögliche Translations- oder Drehbewegungen festmachen können. Bei einem Feld – was wir üblicherweise durch (unendlich viele) Feldlinien visualisieren – ist eine derart einfache Feststellung der Ausrichtung eines Felds allerdings nicht möglich.

Ebenfalls theoretisch sehr interessant sind wohl die Effekte, die beim sehr schnellen Drehen eines Felds auftreten: Wie schon mal notiert sind auch Felder träge, innere Bereiche des Felds werden also schneller einer aufgezwungenen Drehung nachkommen als äußere, vom Drehmittelpunkt weit entfernte Bereiche.

(Benötigte Zeit: 48 min)

21.02.2006

## **1.58 64. Hausaufgabe**

### **1.58.1 Abituraufgabe 2001-6/1**

Im idealen elektromagnetischen Schwingkreis haben die Spule und alle leitenden Verbindungen keinen OHMschen Widerstand.

- a)** Leiten Sie für die Ladung  $Q(t)$  auf dem Kondensator die Differentialgleichung

$$L\ddot{Q}(t) + \frac{1}{C}Q(t) = 0 \text{ V}$$

der ungedämpften Schwingung her.

$$U_{\text{ges}} = 0 \text{ V}; \Leftrightarrow U_L + U_C = 0 \text{ V}; \Leftrightarrow LI\dot{(t)} + \frac{Q(t)}{C} = 0 \text{ V}; \Leftrightarrow$$

$$L\ddot{Q}(t) + \frac{1}{C}Q(t) = 0 \text{ V};$$

- b)** Leiten Sie her, welcher Zusammenhang zwischen den Größen  $L$ ,  $C$  und  $\omega$  bestehen muss, damit  $Q(t) = Q_0 \cdot \cos \omega t$  eine Lösung der Differentialgleichung ist.

$$Q(t) = Q_0 \cdot \cos \omega t;$$

$$\Rightarrow -L\omega^2 \cdot Q_0 \cdot \cos \omega t + \frac{1}{C} \cdot Q_0 \cdot \cos \omega t = 0 \text{ V}; \Rightarrow -L\omega^2 + \frac{1}{C} = 0 \frac{\text{V}}{\text{C}}; \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC};$$

Stellen Sie mit dieser Lösung die elektrische und magnetische Energie jeweils als Funktion der Zeit dar und überprüfen Sie die Gültigkeit des Energieerhaltungssatzes.

$$E_L(t) = \frac{1}{2}LI^2(t) = \frac{1}{2}L\dot{Q}^2(t) = \frac{1}{2}LQ_0^2\omega^2 \cdot \sin^2 \omega t;$$

$$E_C(t) = \frac{1}{2}CU^2(t) = \frac{1}{2}\frac{1}{C}Q^2(t) = \frac{1}{2}\frac{1}{C}Q_0^2 \cdot \cos^2 \omega t;$$

$$\Rightarrow E_{\text{ges}}(t) = E_L(t) + E_C(t) = \frac{1}{2}Q_0^2 \left( L\omega^2 \cdot \sin^2 \omega t + \frac{1}{C} \cdot \cos^2 \omega t \right) = \frac{1}{2}Q_0^2 \left( L\frac{1}{LC} \cdot \sin^2 \omega t + \frac{1}{C} \cdot \cos^2 \omega t \right) = \frac{1}{2}\frac{1}{C}Q_0^2 \text{ ist konstant.}$$

- c)** Aus einem Kondensator der Kapazität  $60 \mu\text{F}$  und einer Spule der Induktivität  $250 \text{ mH}$  wird ein Schwingkreis gebaut, dessen Schwingungen als ungedämpft betrachtet werden sollen. Am Anfang liegt die maximale Spannung  $90 \text{ V}$  am Kondensator.

Nach welcher Zeit ist die Kondensatorspannung zum ersten Mal auf  $30 \text{ V}$  gesunken? Wie groß ist dann die Stromstärke im Schwingkreis?

$$U_C(t_1) = \frac{Q(t_1)}{C} = U_0 \cdot \cos \omega t_1 = 30 \text{ V};$$

$$\Leftrightarrow \cos \omega t_1 = \frac{1}{3};$$

$$\Rightarrow \omega t_1 \approx 1,23;$$

$$\Rightarrow t_1 \approx \frac{1,23}{\omega} \approx 4,77 \cdot 10^{-3} \text{ s};$$

$$I(t_1) = \dot{Q}(t_1) = -\omega Q_0 \cdot \sin \omega t_1 = -CU_0 \cdot \omega \cdot \sin \omega t_1 \approx -1,3 \text{ A};$$

### 1.58.2 Zusammenfassung der Stunde: Leistung als Energiestromstärke

Ein Spannungsmessgerät benötigt zwei Anschlüsse, da der Ausdruck „Spannung“ nur dann sinnig ist, wenn man als Spannung die Potenzialdifferenz zwischen zwei Punkten misst. „Spannung an einem Punkt“ ist nicht sinnig.

(Natürlich ist es in der Umgangssprache zulässig, von der „Spannung am Kondensator“ zu reden – in diesem Fall meint man aber eigentlich die Spannung zwischen den beiden Polen des Kondensators)

Die Stromstärke dagegen misst man an einem Punkt, genauer: an einer bestimmten Fläche, nämlich der Querschnittsfläche durch einen Leiter.

Genau so ist es auch mit der Leistung: Die Leistung – als die Stromstärke der Energie – misst man ebenfalls mit Hilfe einer bestimmten Fläche. Möchte man die Leistung an einer bestimmten Stelle eines Kabels messen, so betrachtet man die Energie, die durch eine Querschnittsfläche des Leiters fließt.

Möchte man jedoch die Leistung eines größeren Objekts betrachten – z.B. eines Kondensators oder eine Spule – ist nicht klar, was (z.B.) die „Querschnittsfläche“ einer Spule ist. Daher ist diese Vereinfachung nicht zulässig und man muss stattdessen den Energiefluss durch eine Hüllfläche betrachten.

Integriert man nun über die Hüllfläche die Energiestromstärkedichten ( $[1 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}]$ ) auf, so erhält man die Leistung des sich im Inneren des durch die Hüllfläche aufgespannten Raums befindlichen Objekts bzw. der Objekte.

Der Begriff „Leistung“ ist veraltet. „Energiestromstärke“ tritt die Bedeutung besser und verschleiert nicht die Zusammenhänge. Die ursprüngliche Wahl des Begriffs „Leistung“ kommt wohl daher, dass zu dem Zeitpunkt, als der Leistungsbegriff eingeführt wurde, das Wissen über Energie noch sehr begrenzt war.

Außerdem kann man im Allgemeinen Leistung (wie auch Stromstärke) einfacher messen als Energie (bzw. Ladung). Mit dieser Einstellung im Hinterkopf liegt es natürlich nicht nahe, den viel abstrakteren Begriff „Energie“ in die Namensgebung miteinzubeziehen.

Kommt man jedoch von einem theoretischen Standpunkt, liegt es sehr nahe, die „Grundbegriffe“ (Energie, Ladung) statt der abgeleiteten Begriffe (Leistung, Stromstärke) zu verwenden.

### 1.58.3 Zusammenfassung der Stunde: Durchschnittswerte

Interessant ist die Frage, was beim elektromagnetischen Schwingkreis die Durchschnittswerte der Ladung, der Stromstärke, der Spannung, der Leistung und der Energie sind.

Dabei ist die so gestellte Frage unscharf formuliert: Die Angabe eines Intervalls, über das der Durchschnittswert berechnet werden soll, ist unverzichtbar. Dabei hat man sich auf eine Periode als Standard geeinigt.

Beim elektromagnetischen Schwingkreis ist die durchschnittliche Stromstärke, wie auch die Ladung und die Spannung, Null: Positive Werte wechseln sich mit negativen gleichmäßig ab.

Auch ist die durchschnittliche Leistung Null; es wechseln sich ebenfalls positive und negative Werte ab. Die durchschnittliche Energie dagegen ist nicht Null: Die Energie – proportional zu  $I^2(t)$  bzw.  $U^2(t)$  – ist immer größergleich Null. Somit kann die Durchschnittsenergie nicht Null sein.

### 1.58.4 Zusammenfassung der Stunde: Umgehen mit „zusammengesetzten“ Integralen

Da die Rechenregel  $\int_a^b f(x) + g(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$  gilt, liegt es nahe, auch die Gültigkeit der von  $+$  auf  $\cdot$  übertragenen Regel zu vermuten, also  $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$ .

Diese Gleichung gilt allerdings nur in Sonderfällen; sie ist allgemein nicht gültig. Beispiel:

$$\int_0^{2\pi} \sin x dx = 0;$$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx = \int_0^{2\pi} \sin x \cdot \sin x dx = \pi \neq \int_0^{2\pi} \sin x dx \cdot \int_0^{2\pi} \sin x dx = 0;$$

Ähnliches gilt für den Term für den Energieinhalt mit  $U$  und  $I$ :

$$\int_{t_0}^{t_0+T} U(t) I(t) dt \neq 0 \text{ J,}$$

obwohl das Integral von sowohl  $U(t)$  als auch  $I(t)$  nach einer vollständigen Periode Null ist.



(Benötigte Zeit: 83 min)

28.02.2006

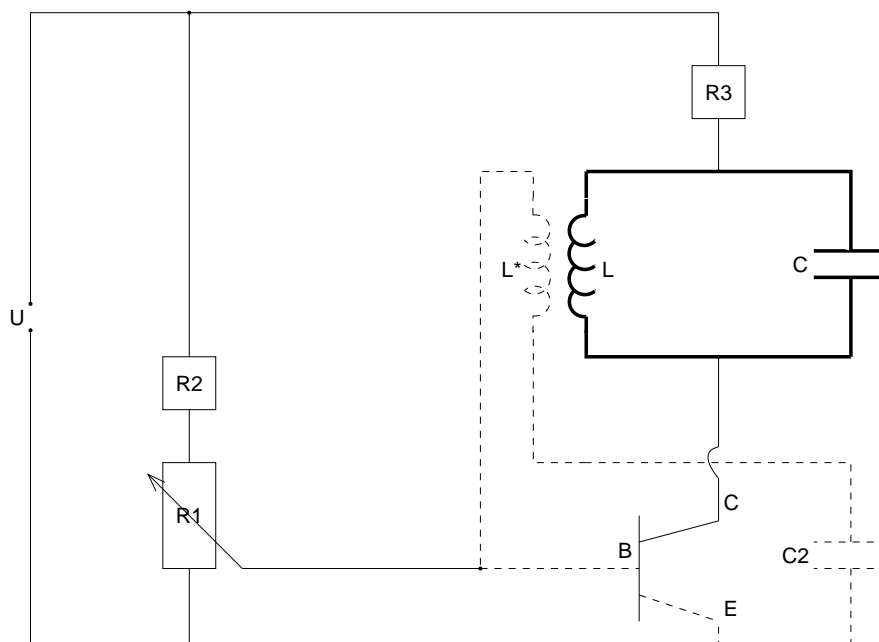
## 1.59 66. Hausaufgabe

### 1.59.1 Gesamtgemäldeteil: Rückkopplungsschaltung nach Meißner

In der Realität sind elektromagnetische Schwingungen, wie sie durch Schwingkreise erzeugt werden können, immer gedämpft: Alle Kabel weisen einen kleinen, aber von Null verschiedenen OHMschen Widerstand auf, und auch Kondensator und Spule sind nicht frei von Randeffekten.

Möchte man trotzdem ungedämpfte elektromagnetische Schwingungen erzeugen, so kann man sich einer Rückkopplungsschaltung bedienen. Um die Dämpfung auszugleichen fügt eine Rückkopplungsschaltung dem schwingenden System Energie zu.

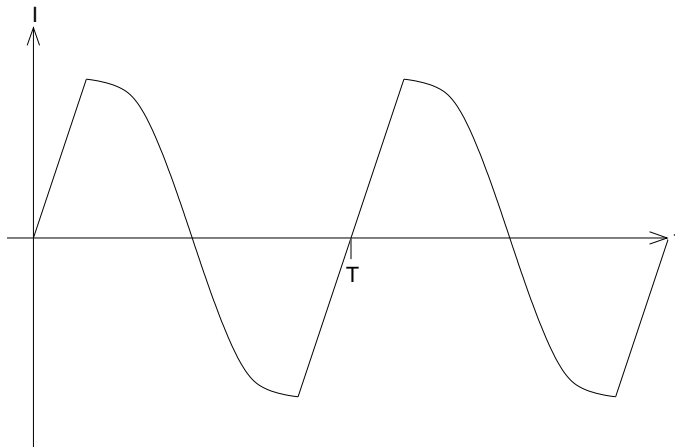
Bei der praktischen Umsetzung der Idee der Rückkopplungsschaltung sind jedoch einige Probleme zu beachten, welche anhand der Rückkopplungsschaltung nach Meißner erläutert werden sollen.



Diese Schaltung sieht auf den ersten Blick ziemlich unübersichtlich aus. Erst nach näherer Betrachtung wird die Bedeutung der einzelnen Teilelemente der Schaltung klar:

- Das zugrundeliegende Prinzip ist, in den richtigen Momenten dem Schwingkreis (fett) Energie zuzuführen. Die Energie wird mittels Gleichstrom der Gleichspannungsquelle (mitte links) übertragen.

Betrachtet man ein  $Q(t)$ - oder  $I(t)$ -Diagramm des Schwingkreises, so wird man eine Deformierung gegenüber dem Sinus feststellen: In den Momenten der Energiezufuhr steigt der Graph wesentlich steiler an.



- Aus Bequemlichkeitsgründen möchte man eine Gleichspannungsquelle anstatt einer Wechselspannungsquelle zur Energiezufuhr verwenden.

Würde man eine Wechselspannungsquelle verwenden, könnte man die Schaltung vereinfachen: Man würde einfach als Wechselspannungsfrequenz  $f$  die Eigenfrequenz des Schwingkreises  $f_0$  hernehmen und Spannungsquelle und Schwingkreis permanent miteinander verbinden.

Schnell würde sich die für die Energieübertragung optimale Phasenverschiebung von  $\frac{\pi}{2}$  einstellen; somit könnte also permanent Energie zugeführt werden.

In der Praxis treten allerdings mehrere Probleme mit diesem Vorgehen auf, weswegen man eine Gleichspannungsquelle als Energielieferant bevorzugt:

- Zum einen möchte man gerne Schwingungen unterschiedlicher Frequenz erzeugen. Damit die Energieübertragung von Spannungsquelle zu Schwingkreis maximal bliebe, müsste man bei Änderung der Eigenfrequenz des Schwingkreises auch die Wechselspannungsfrequenz der Spannungsquelle ändern.
- Zum anderen ist es technisch sehr schwierig, Spannungsquellen sehr hoher Wechselspannungsfrequenzen herzustellen – während z.B. ein Schwingkreis der Eigenfrequenz 120 MHz einfach zu realisieren ist (passende Kondensatoren und Spulen vorausgesetzt), ist es sehr schwierig, eine passende Spannungsquelle zu finden.  
Bei heutigen Hochfrequenzwechselspannungsquellen gibt es außerdem das Problem, dass die Frequenz nicht so exakt einstellbar ist, wie man es gerne hätte; folglich könnte man die Energieübertragung nicht maximieren, da man die Frequenz der Spannungsquelle  $f$  nicht exakt an die Eigenfrequenz des Schwingkreises  $f_0$  angleichen könnte.
- Schließlich sind Gleichspannungsquellen sehr viel billiger als Wechselspannungsquellen.

- Nutzt man also eine Gleichspannungsquelle als Energielieferant, so kann man nicht naiv vorgehen und einfach die Spannungsquelle mit dem Schwingkreis leitend verbinden:

Da die Spannung der Gleichspannungsquelle die Hälfte der Zeit lang immer entgegengesetzt zur Schwingkreisspannung gepolt ist, würde eine leitende Verbindung die Schwingung die Hälfte der Zeit lang abschwächen, anstatt sie zu verstärken.

Stattdessen nutzt man eine zweite Spule (gestrichelt), um das Problem der zeitlichen Koordinierung in den Griff zu bekommen.

Der Strom durch die Spule des Schwingkreises erzeugt ein Magnetfeld. Mit der Änderung der Stromstärke geht nun eine Änderung des Magnetfelds – ein  $\phi$  – einher.

Adjazent zur Spule des Schwingkreises befindet sich die zweite Spule  $L^*$ , in der durch die Änderung des magnetischen Flusses –  $\phi$  – eine Spannung induziert wird.

Also wird das Signal „jetzt bitte Energie schicken, danke“ übers Magnetfeld an die zweite Spule übermittelt. Natürlich kostet diese

Singalübermittlung Energie – aber das bisschen Energie, welches durch die Übermittlung verloren geht, steht in keinem Verhältnis zur Energie, die dem Schwingkreis daraufhin durch die Gleichspannungsquelle zugeführt wird.

Die Kombination aus Spulenpaar und Transistor zur Verstärkung löst zum einen das schon angesprochene Problem, dass man die Wechselspannungsfrequenz  $f$  der Spannungsquelle an die Eigenfrequenz des Schwingkreises  $f_0$  anpassen müsste.

Außerdem ist die Phasenverschiebung von vornherein optimiert, das System muss sich nicht erst einschwingen. Dies hat den Grund, dass die Spule nicht proportional zum magnetischen Fluss  $\phi$ , sondern zur Änderung des magnetischen Flusses  $\dot{\phi}$  reagiert:

Ist  $\phi$  beispielsweise proportional zu  $\sin \omega t$ , so ist  $\dot{\phi}$  proportional zu  $\cos \omega t$ . Die Phasenverschiebung zwischen Sinus und Kosinus beträgt nun gerade – wie gewünscht –  $\frac{\pi}{2}$ .

Bei entsprechender Eingangsspannung (Kennlinie!) verstärkt der Transistor den Strom (Kollektor–Emitter-Kreis); somit wird dem Schwingkreis Energie zugeführt, das Grundprinzip ist erklärt. Es bleiben aber noch einige weitere Fragen:

- „Wozu benötigt man den Kondensator  $C_2$  im Basis–Emitter-Stromkreis (gestrichelt)?“

Der Kondensator als ein elastisches Element lässt bekanntlich nur Wechselstrom durch; für Gleichstrom ist der Kondensator ein Nichtleiter. Formal kann dies mittels der Formel für den Kondensatorwiderstand gezeigt werden:

$$R_C = \frac{1}{\omega C};$$

Demzufolge ist der Widerstand für hochfrequenten Wechselstrom (großes  $\omega$ ) gering und für Gleichstrom ( $\omega \rightarrow 0 \frac{1}{s}$ ) sehr hoch.

Durch diese Blockierung von Gleichstrom wird ein sonst auftretender Kurzschluss verhindert: Der Strom würde (größtenteils) von der Spannungsquelle in den Basis–Emitter-Stromkreis und wieder zurück fließen. Durch den Kondensator, der bei Gleichstrom als ein sehr großer Widerstand wirkt, wird dieses Problem sehr elegant gelöst.

- „Welchen Zweck haben die beiden OHMschen Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ ?“

$R_1$  und  $R_2$  vermindern die am Transistor anliegende Spannung. Damit wird versucht, den Arbeitspunkt des Transistors zu erreichen – den Punkt, an dem die Transistorreaktion am größten ausfällt.

- „Wozu benötigt man den Widerstand  $R_3$ ?“

$R_3$  benötigt man nur aus praktischen Überlegungen: Die am Schwingkreis anliegende Spannung wird mittels  $R_3$  reduziert – möglicherweise sind 12 V-Batterien billiger als 11 V-Batterien, der Schwingkreis soll aber gerade mit 11 V betrieben werden.

Außerdem ist noch ungeklärt, welche Polung die verschiedenen Bestandteile der Schaltung aufweisen müssen. Diese Frage ist aber – trotz ihrer offensichtlichen Praxisrelevanz – für uns nicht weiter wichtig. Das zugrundeliegende Prinzip, um dessen Verstehen wir uns bemühen, ist nicht von einer bestimmten Polung abhängig.

Siehe auch:

- Metzler, S. 278
- »<http://de.wikipedia.org/wiki/R%C3%BCckkopplung>«
- »<http://de.wikipedia.org/wiki/Meissner-Schaltung>«

### 1.59.2 Gesamtgemäldeteil: Kennlinien, speziell: Transistorkennlinien

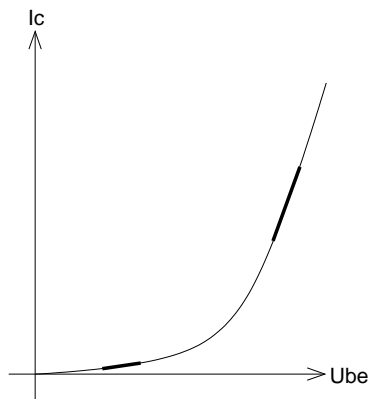
Allgemein beschreibt eine Kennlinie eine Eigenschaft eines Objekts in Abhängigkeit von genau einem Parameter. Trägt man beispielsweise in ein Koordinatensystem nach rechts den Stückpreis und nach oben den Gewinn auf, so kann man die resultierende Kurve als Kennlinie bezeichnen.

Dabei zu beachten ist, dass man üblicherweise weder die Zeit noch von der Zeit abhängige Größen aufträgt, sondern ausschließlich von der Zeit unabhängige Parameter. Dies kann, wenn man die zeitliche Dynamik eines Systems im Blick hat, anfangs verwirrend sein.

Je nach untersuchtem Objekt kann man auch von der nach rechts aufgetragenen Größe als Input und von der nach oben aufgetragenen Größe als Output oder Reaktion sprechen.

Für uns im Kontext der Rückkopplungsschaltung nach Meißner sind Transistorkennlinien besonders wichtig. Üblicherweise geben Transistorkennlinien die Kollektorstromstärke in Abhängigkeit der Basisstromstärke an; oft wird aber auch die Basis-Emitter-Spannung als Parameter hergenommen.

An einer Kennlinie kann man den Arbeitspunkt eines Transistors, den Punkt, an dem die Transistorreaktion maximal ist, ablesen:



Ändert man die Basis-Emitter-Spannung im unteren Bereich (links), so fällt die Änderung der Kollektorstromstärke gering aus. Die gleiche Spannungsänderung in der Nähe des Arbeitspunkts (rechts) bewirkt eine wesentlich größere Transistorreaktion.

In der Praxis versucht man daher mittels geeigneter Widerstände den Arbeitspunkt zu treffen, also die Basis-Emitter-Spannung in den Bereich des Arbeitspunkts zu bringen.

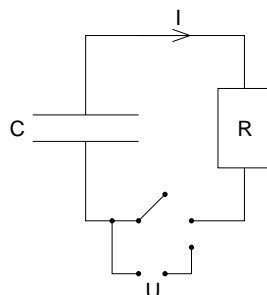
Siehe auch:

- Metzler, S. 444
- »<http://de.wikipedia.org/wiki/Kennlinie>«

02.03.2006

### 1.59.3 Gesamtgemäldeteil: Kondensatorentladung

Zur Einführung ins Thema „Schwingkreis“ betrachteten wir die Entladung eines Kondensators über einen OHMschen Widerstand. Ein aufgeladener Kondensator wird mit einem Widerstand leitend verbunden, ein in Reihe geschaltetes AMPÈREmeter misst den Entladestrom.



Der Entladestrom  $I(t)$  nimmt mit der Zeit exponentiall ab; zur theoretischen Erklärung setzt man eine Differentialgleichung an, welche aus der KIRCHHOFFSchen Maschenregel folgt:

$$\begin{aligned} U_C + U_R &= 0 \text{ V}; \\ \frac{Q(t)}{C} + RI(t) &= 0 \text{ V}; \\ \frac{Q(t)}{C} + R\dot{Q}(t) &= 0 \text{ V}; \end{aligned}$$

$$\Rightarrow Q(t) = \hat{Q}e^{-\frac{t}{\tau}};$$

$$\Rightarrow I(t) = \dot{Q}(t) = -\frac{\hat{Q}}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}};$$

Was passiert nun aber, wenn man in den Stromkreis seriell noch einen zweiten Kondensator der gleichen Kapazität einfügt? Aus der Maschenregel folgt:

$$\begin{aligned} U_{C_1} + U_{C_2} + U_R &= 0 \text{ V}; \\ \frac{Q_1(t)}{C} + \frac{Q_2(t)}{C} + RI(t) &= 0 \text{ V}; \end{aligned}$$

Die Gesamtladung ist konstant; es gilt also zusätzlich:  $Q_1(t) + Q_2(t) = Q_0$ ; (Zu Beginn sei nur einer der Kondensatoren geladen, der andere leer.)

Diese Beziehung vereinfacht die Gleichung:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C}Q_1(t) + \frac{1}{C}(Q_0 - Q_1(t)) + RI(t) &= 0 \text{ V}; \\ \frac{Q_0}{C} + RI(t) &= 0 \text{ V}; \\ I(t) &= -\frac{Q_0}{RC}; \end{aligned}$$

Hier liegt nun anscheinend ein Fehler vor: Der hergeleiteten Gleichung zufolge ist der Strom in Richtung und Stärke konstant; einer der Kondensatoren würde sich also unbegrenzt entladen und der andere würde sich unbegrenzt aufladen.

Wo liegt der Denkfehler?

[Antwort: Das Problem liegt im Ansatz über die Ladungserhaltung – die Gesamtladung ist immer 0 As. Man müsste übers Dipolmoment gehen (was keine Erhaltungsgröße ist), aber das liegt jenseits

der Schulmathematik; enthält das elastische Element im Mechanischen Schnur?]

Siehe auch:

- »<http://www.hcrs.at/KOND.HTM>«
- »<http://www.hcrs.at/SCHWING2.HTM>«

(Benötigte Zeit: 319 min)

08.03.2006

## 1.60 67. Hausaufgabe

### 1.60.1 Zusammenfassung der Stunde unter beliebiger Schwerpunktsetzung: Wirkungen gleichzeitiger $\mathcal{E}$ - und $\mathcal{B}$ -Felder

Analysieren wir folgendes Gedankenexperiment: Zwei Ladungen  $q_1$  und  $q_2$  bewegen sich beide mit der selben Geschwindigkeit  $v$  in die selbe Richtung, ihre Bewegungsbahnen sind also parallel zueinander. Es wirkt keine äußere beschleunigende Kraft.

Die beiden Ladungen sind selbstverständlich von einem elektrischen Feld umgeben. Zusätzlich existiert ein magnetisches Feld, da sich beide Ladungen bewegen, also ein Strom vorhanden ist.

Dementsprechend wirken sowohl elektrische als auch magnetische Kraft; die Kraft auf  $q_1$  errechnet sich zu:

$$F_1 = F_{1\mathcal{E}_2} + F_{1\mathcal{B}_2} = \mathcal{E}_2 q_1 + \mathcal{B}_2 q_1 v_1;$$

Die magnetische Kraft ist dabei entgegen der elektrischen gerichtet (sowohl für positive als auch negative Ladungen), wie die Anwendung der Drei-Finger-Regel zeigt:

Bei positiven Ladungen entspricht die Bewegungsrichtung der technischen Stromrichtung. Das Magnetfeld von  $q_2$  zeigt nach oben (Rechte-Hand-Regel), also ist die Lorentzkraft zu  $q_2$  hin gerichtet.

Bei negativen Ladungen dreht sich die Stromrichtung und die Magnetfeldrichtung um – die Lorentzkraft ist wieder zu  $q_2$  hin gerichtet.

Wechselt man jetzt jedoch das Bezugssystem, betrachtet man die Situation beispielsweise von  $q_1$  aus, so stellt man ein anderes Ergebnis fest: Da sich aus der Sicht von  $q_1$  keine der beiden Ladungen bewegt, existiert kein magnetisches Feld; die Kraft auf  $q_1$  ist also:



$$F'_1 = F_{1\varepsilon_2} = \mathcal{E}_2 q_1;$$

Also wirken auf die Ladungen – je nach Wahl des Bezugssystem – unterschiedlich große Kräfte! Ist dies nicht ein Widerspruch?

Lässt man beispielsweise in einem fahrenden Auto einen Ball fallen, so wirkt auf ihn die Gewichtskraft, unabhängig der Wahl des Bezugssystems – unabhängig, ob man als Bezugssystem das Auto (senkrechter Fall nach unten), oder ob man als Bezugssystem die Straße wählt (schräger Fall nach unten).

Die Bewegung ist zwar unterschiedlich, die Beschleunigung (bzw. die Kraft), jedoch nicht. Im obigen Beispiel im Elektromagnetismus hängt aber auch die Beschleunigung von der Bezugssystemwahl ab.

(Benötigte Zeit: 51 min)

12.03.2006

## 1.61 68. Hausaufgabe

### 1.61.1 Zusammenfassung der Stunde: HERTZscher Dipol

Zum Verständnis des HERTZschen Dipols gehen wir zunächst von einem einfachen elektromagnetischen Schwingkreis mit Spule und Kondensator aus.

[Grafik: Normaler elektromagnetischer Schwingkreis]

Die sich nach einer Kondensatoraufladung abspielenden Phänomene sind uns bekannt – die Kondensatorladung, die Stromstärke und die Spannung schwingen sinusförmig; die Winkelgeschwindigkeit errechnet sich über die KIRCHHOFFsche Maschenregel zu  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

Verkleinert man die Kondensatorkapazität und die Spuleninduktivität – beispielsweise durch Vergrößerung des Plattenabstands bzw. Verringerung der Windungszahl –, so nimmt die Frequenz zu  $f \sim \omega \sim \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

[Grafik: Elektromagnetischer Schwingkreis mit weniger Spulenwindungen und größerem Plattenabstand]

Vergrößert man den Plattenabstand weiter – sagen wir auf 5 m –, ähnelt das Ergebnis immer weniger dem gewohnten Bild des Kondensators.

[Grafik: Elektromagnetischer Schwingkreis mit weniger Spulenwindungen und sehr großem Plattenabstand]

Zur weiteren Kapazitätsreduzierung kann man die Kondensatorplatten entfernen; übrig bleiben dann die Kabelenden. Um die Induktivität zu reduzieren, kann man statt einer Spule einfach das gebogene Kabel hernehmen („Windungszahl  $\frac{1}{2}$ “).

[Grafik: Gebogener elektromagnetischer Schwingkreis ohne Kondensatorplatten]

Eine weitere Reduzierung der Induktivität erreicht man durch Aufheben der Biegung – kurz: Man verwendet einen einfachen Draht, ohne Kondensator und ohne Spule.

Hierbei sind Kapazität und Induktivität delokalisiert, ähnlich wie in der Chemie die Doppelbindungen von Aromaten delokalisiert sind.

Wird ein solcher Draht – ein HERTZscher Dipol – angeregt, so strahlt er eine elektromagnetische Welle ab.

Der Name geht auf Heinrich Rudolf Hertz zurück, der als erster elektromagnetische Wellen experimentell nachweisen konnte. Zuvor wurden sie schon von Maxwell in Form der MAXWELLSchen Gleichungen, insbesondere der dritten, postuliert: Elektrische und magnetische Felder sind gekoppelt; die zeitliche Änderung des einen bewirkt die Entstehung des anderen.

Fragen:

- Bekanntlich sind physikalische Vorgänge immer im mathematischen Sinne stetig, es gibt keine sprunghaften Änderungen. Demzufolge gibt es wohl auch keine Sprungfrequenz, ab der ein Schwingkreis elektromagnetische Wellen abstrahlt – richtig?
- Die bisher betrachteten Schwingkreise (elektromagnetischer und verschiedene mechanische) zeigten große Übereinstimmungen und Symmetrien; es konnten immer Analogien zwischen den Modellen hergestellt werden.

Bei hochfrequenten elektromagnetischen Schwingkreisen scheint diese Symmetrie aber gebrochen: Hochfrequente mechanische Schwingkreise strahlen keine Wellen ab.

Gibt es eine Möglichkeit, die Symmetrie zu „retten“?

- Wie kommt es zur Abschnürung des elektromagnetischen Felds?
- Wäre die Größe des Universums nicht vernachlässigbar groß, würde dann die durch elektromagnetische Wellen abgestrahlte Energie wieder zum Dipol zurückfließen, ähnlich dem besprochenen mechanischen Modell mit einer endlichen Gummimembran? (Ist die Frage überhaupt sinnvoll?)

(Benötigte Zeit: 77 min)

13.03.2006

## 1.62 69. Hausaufgabe

### 1.62.1 Zusammenfassung der Stunde: Lecher-Leitung als entarteter Schwingkreis?

Es sprechen einige Argumente dafür, dass die Lecher-Leitung als ein entarteter Schwingkreis angesehen werden kann.

Zum einen existiert ein träges Element, eine Induktivität: Der Leiter selbst weist in der Realität eine von Null verschiedene Induktivität auf. Außerdem kann die gebogene Form des Leiters als eine Spulenwindung betrachtet werden.

Außerdem existiert ein elastisches Element, eine Kapazität: Offensichtlich ist das elektrische Feld zwischen den Leiterenden. Weniger offensichtlich sind die elektrischen Felder zwischen den Leiterteilen:

Aus der Grafik kann man die Existenz dreier Kondensatoren entnehmen: ganz links, in der Mitte, ganz rechts.

Damit eine Anordnung als Schwingkreis bezeichnet werden kann, muss ein elastisches und ein träges Element existieren; beides ist hier der Fall. Also ist es zulässig, von der Lecher-Leitung als einen entarteten Schwingkreis zu sprechen.

Es ist wichtig, das konkret fassbare – beispielsweise die Platten des Plattenkondensators oder die Windungen der Spule – zu abstrahieren – also zur Kapazität (elastisches Element) bzw. zur Induktivität (träges Element) zu gelangen.

Erst dann ist es beispielsweise möglich, die Lecher-Leitung sofort als Schwingkreis zu sehen. Außerdem sind die abstrakten Elemente tragfähiger: Während sich die Form des Kondensators mit der

Zeit immer weiter verändern wird, oder auch ganz neue Wege entdeckt werden, wird das dahinterstehende abstrakte Konzept dasselbe bleiben.

Dies hilft der mentalen Verknüpfung: Das konkret Fassbare (Plattenkondensator) abstrahiert man (Kapazität, elastisches Element), um später vom Abstrakten wieder zurück gelangen zu können.

(Benötigte Zeit: 24 min)

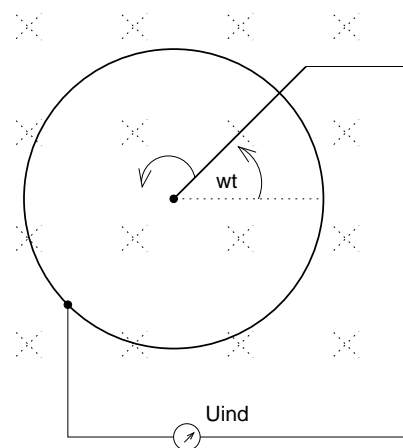
14.03.2006

## 1.63 70. und 71. Hausaufgabe

### 1.63.1 Zusammenfassung der Stunde: Gleichspannungsgenerator

Ein kreisförmiger Leiter befindet sich in einem Magnetfeld. Aufgesetzt ist ein zweiter, geradliniger Leiter, dessen Anfangspunkt der Kreismittelpunkt ist.

Greift man nun die Spannung zwischen einem Punkt des kreisförmigen Leiters und dem Mittelpunkt ab, so wird man – dreht man den aufsitzenden Leiter mit konstanter Winkelgeschwindigkeit – eine konstante Gleichspannung messen können.

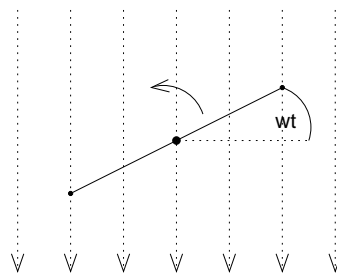


Dies kann mittels des bekannten Induktionsgesetzes gezeigt werden – der Zeiger überstreicht eine Fläche, genauer ein Kreissegment. Diese Fläche kann problemlos berechnet werden, und damit kann man auch den fürs Induktionsgesetz benötigte magnetischen Fluss berechnen:

$$U_{\text{ind}}(t) = \dot{\phi}(t) = \mathcal{B} \dot{A}(t) = \mathcal{B} \left( \frac{\dot{\varphi}(t)}{2} r^2 \right) = \mathcal{B} \left( \frac{1}{2} \omega t r^2 \right) = \frac{1}{2} \mathcal{B} \omega r^2;$$

### 1.63.2 Zusammenfassung der Stunde: Wechselspannungsgenerator

Ein rechteckiger Leiter befindet sich in einem Magnetfeld. Die magnetische Flussdichte und die Leiterausmaße sind bekannt; mit den Leiterenden wird ein Verbraucher verbunden. Kann man durch Drehung des Leiters um seine Mittelachse einen Energiefluss gegebener Energiestromstärke erreichen?



Zur Beantwortung dieser Frage ist es zuerst zweckmäßig, die Unterschiede zur vorherigen Aufgabe herauszuarbeiten. Bei beiden Fällen wird ein Leiter gedreht – beim Gleichspannungsgenerator überstreicht der Leiter eine Fläche, beim hier vorliegenden Fall dagegen dreht sich eine orientierte Fläche – die Leiterfläche.

Bekannt ist bereits das Ergebnis dieser Drehung: Es wird Wechselspannung induziert. Kann man aber eine angestrebte Leistung  $P_{\text{eff}}$  erreichen?

Zur Beantwortung ist es hilfreich, vom einfachen Ansatz  $P_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}$  auszugehen und dann schrittweise unbekannte Größen durch andere auszudrücken.

$$P_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}; \Leftrightarrow R = \frac{U_{\text{eff}}^2}{P_{\text{eff}}} = \left( \frac{\widehat{U_{\text{ind}}(t)}}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{P_{\text{eff}}} = \left( \frac{-\widehat{n\dot{\phi}(t)}}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{P_{\text{eff}}} = \left( \frac{n\widehat{BA_0\omega \sin \omega t}}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{P_{\text{eff}}} = \left( \frac{nBA_0\omega}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{P_{\text{eff}}} = \frac{1}{2} \frac{1}{P_{\text{eff}}} n^2 B^2 A_0^2 \omega^2; \Leftrightarrow f = \frac{\sqrt{2RP_{\text{eff}}}}{nBA_0 2\pi}; \rightarrow \text{realistisch nur bei hoher Windungszahl.}$$

Eine gegebene Leistung zu erzielen ist also genau dann möglich, wenn der Verbraucherwiderstand der obigen Gleichung genügt.

Ich möchte besonders hervorheben, dass der Knackpunkt dieser Hausaufgabe nicht im Auflösen der Gleichungen besteht, sondern in den Unterschieden der beiden Szenarien: Beides mal wird ein

Leiter mit konstanter Winkelgeschwindigkeit gedreht, jedoch wird einmal Gleichspannung und einmal Wechselspannung induziert.

(Benötigte Zeit: 74 min)

19.03.2006

## 1.64 72. Hausaufgabe

### 1.64.1 Formelsammlung über B. S. 262–287

- Drehung einer Spule (Leiterschleife) der Fläche  $A$  mit  $n$  Windungen in einem homogenen Magnetfeld der magnetischen Flussdichte  $B$  mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  (**S. 261f.**)  
 Induktionswechselspannung:  $U = nBA\omega \cdot \sin \omega t$ ;
- Phasendifferenzen zwischen Strom und Spannung. . . (**S. 262f.**)
  - . . .bei Fluss durch einen OHMschen Widerstand:  $\Delta\varphi = 0$ ;
  - . . .bei Fluss durch eine Spule:  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ ; (Strom eilt der Spannung voraus)
  - . . .bei Fluss durch einen Kondensator:  $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$ ; (Strom eilt der Spannung hinterher)
- Effektivwerte von. . . (**S. 264, S. 266**)
  - . . .Strom und Spannung:  $I_{\text{eff}} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$  bzw.  $U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$ ;
  - . . .Leistung:  $P_{\text{eff}} = I_{\text{eff}}U_{\text{eff}} = \frac{1}{2}\hat{I}\hat{U} = \frac{1}{2}\hat{P}$ ;
- Wechselstromwiderstand. . . (**S. 264f.**)
  - . . .eines OHMschen Widerstands  $R$ :  $R$
  - . . .einer Spule der Induktivität  $L$ :  $\omega L$
  - . . .einem Kondensator der Kapazität  $C$ :  $\frac{1}{\omega C}$
- Eigenfrequenz eines elektromagnetischen Schwingkreises der Induktivität  $L$  und der Kapazität  $C$  (**S. 274**):  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ;
- Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  von Wellen der Frequenz  $f$  und der Wellenlänge  $\lambda$  (**S. 282**):  $c = f\lambda$ ;

**1.64.2 Fragen**

- Die bisher betrachteten Schwingkreise (elektromagnetischer und verschiedene mechanische) zeigten große Übereinstimmungen und Symmetrien; es konnten immer Analogien zwischen den Modellen hergestellt werden.

Bei hochfrequenten elektromagnetischen Schwingkreisen scheint diese Symmetrie aber gebrochen: Hochfrequente mechanische Schwingkreise strahlen keine Wellen ab.

Gibt es eine Möglichkeit, die Symmetrie zu „retten“?

- Wie kommt es zur Abschnürung des elektromagnetischen Felds beim HERZschen Dipol?
- Wieso breiten sich elektromagnetische Wellen immer mit Lichtgeschwindigkeit aus?
- Breiten sich elektromagnetische Wellen auch dann mit Vakuumlichtgeschwindigkeit aus, wenn sie in einem Medium (z.B. die Lichtgeschwindigkeit in Wasser, mit nur  $\frac{3}{4}$  der Vakuumgeschwindigkeit)?
- Was passiert an den „Grenzen des Universums“ mit elektromagnetischen Wellen? (Ist diese Frage sinnvoll?)
- Wäre die Größe des Universums nicht vernachlässigbar groß, würde dann die durch elektromagnetische Wellen abgestrahlte Energie wieder zum HERZschen Dipol zurückfließen, ähnlich dem besprochenen mechanischen Modell mit einer endlich großen Gummimembran? (Ist diese Frage sinnvoll?)
- Kann man elektromagnetische Wellen abschirmen? (Elektrische Felder sind ja bekanntlich abschirmbar (FARADAYscher Käfig), magnetische jedoch nicht, oder?)
- Wie kann ein Spiegel, der ja keine speziellen elektrischen oder magnetischen Felder aufweist, elektromagnetische Wellen (Licht) reflektieren?

(Benötigte Zeit: 49 min)

21.03.2006

## 1.65 73. Hausaufgabe

### 1.65.1 Zusammenfassung eines bestimmten Aspekts: Masse ohne Materie!

Während der Diskussion über stehende Wellen beim HERZschen Dipol kam das Thema der Äquivalenz von Masse und Energie –  $E = mc^2$  – auf.

Demzufolge besitzen Felder, die je bekanntermaßen über Energie verfügen, auch eine Masse. Den Energieinhalt eines  $\mathcal{E}$ - oder  $\mathcal{B}$ -Felds zu bestimmen ist kein Problem für uns, die Formeln kennen wir.

Auch ist es uns über die einfache Gleichung  $E = mc^2$  möglich, die Masse von Feldern zu berechnen –  $m = \frac{E}{c^2}$ .

Wie passt aber die Erkenntnis, dass auch Felder über Masse verfügen, mit unseren bisherigen Überlegungen – z.B. das Felder nicht von Materie getragen werden müssen oder dass sich Licht auch im materiefreien Raum ausbreitet – zusammen?

Die Antwort liegt, wie so oft, in Sprachunsauberkeiten. Redet man beispielsweise vom „Beschleunigen von  $m = 5 \text{ kg}$ “, so meint man eigentlich die Beschleunigung eines Körpers mit dem Attribut „ $m = 5 \text{ kg}$ “. Masse ist also nicht Materie, sondern nur ein Körperattribut, genau wie Dichte und Volumen.

In der Tat ist Masse nur ein Maß für die Trägheit im Mechanischen, genauso wie Induktivität ein Maß für die elektromagnetische Trägheit ist. Dass man „Induktivität“ aber nicht mit „Spule“ verwechselt, liegt daran, dass der Induktivitätsbegriff von vornherein abstrakt eingeführt wird, ja sogar überhaupt eingeführt wird!

Da weder „Spule“ noch „Induktivität“ Begriffe des Alltags sind, sondern beide erst im Rahmen eines physikalischen Unterrichts erklärt werden, ist ganz klar: Eine Spule hat verschiedene Eigenschaften, beispielsweise die Zahl ihrer Windungen oder ihre Induktivität. Genauso ist es bei Körpern!

Mit der Auflösung der Sprachunsauberkeit löst sich auch das eingangs gestellte Paradox auf: Felder verfügen zwar über eine Masse, jedoch nicht über Materie. Die Existenz von Masse – einem Trägheitsmaß – impliziert nicht die Existenz von Materie.

Interessant ist auch, dass die körperlose Masse sehr wohl eine gravitative Anziehungskraft ausübt – nur ist die Auswirkung dieser



Kraft wegen der Größe der Lichtgeschwindigkeit, welche als Faktor in die Formel der Gravitationskraft eingeht, vernachlässigbar.

Kurz: Masse ist nicht Materie, Materie ist nicht Masse. Masse ist ein Maß für die Trägheit. Massen sind für die Gravitation verantwortlich, nicht Materie.

(Benötigte Zeit: 63 min)

22.03.2006

## 1.66 74. Hausaufgabe

### 1.66.1 Formeln der Formelsammlung, S. 49–53

- Drehung einer Leiterschleife der Fläche  $A_0$  in einem Magnetfeld der magnetischen Flussdichte  $\mathcal{B}$  mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  (**S. 49**):

$$\phi(t) = \phi_0 \cos \omega t = \mathcal{B}A_0 \cdot \cos \omega t;$$

$$U(t) = U_0 \sin \omega t = \mathcal{B}A_0\omega \cdot \sin \omega t;$$

- Effektivwerte von... (**S. 49f.**)

- ...Strom und Spannung:  $I_{\text{eff}} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$  bzw.  $U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$ ;

- ...Leistung:  $P_{\text{eff}} = U_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \cos \varphi$ , wobei  $\varphi$  die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom angibt.

- Wechselstromwiderstand... (**S. 49f.**)

- ...allgemein:  $R = \frac{\hat{U}}{\hat{I}}$ ;

Bei sinusförmiger Wechselspannung  $U(t) = \hat{U} \sin \omega t$ :  $I(t) = \hat{I} \sin \omega t$ ;

- ...einer Spule der Induktivität  $L$ :  $R = \omega L$ ;

Bei sinusförmiger Wechselspannung  $U(t) = \hat{U} \sin \omega t$ :  $I(t) = \hat{I} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ ;

- ...eines Kondensators der Kapazität  $C$ :  $R = \frac{1}{\omega C}$ ;

Bei sinusförmiger Wechselspannung  $U(t) = \hat{U} \sin \omega t$ :  $I(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ ;

- Differentialgleichung der ungedämpften elektromagnetischen Schwingung in einem Schwingkreis der Induktivität  $L$  und der Kapazität  $C$  (**S. 51**):

$$\frac{1}{C}Q(t) + L\ddot{Q}(t) = 0 \text{ V};$$

$$\text{Lösung: } Q(t) = \hat{Q} \sin \omega t;$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}};$$

- Differentialgleichung der gedämpften elektromagnetischen Schwingung in einem Schwingkreis der Induktivität  $L$  und der Kapazität  $C$  (**S. 52**):

$$\frac{1}{C}Q(t) + R\dot{Q}(t) + L\ddot{Q}(t) = 0 \text{ V};$$

$$\text{Lösung: } Q(t) = \hat{Q} e^{-\frac{R}{2L}t} \cos \omega t;$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{4} \frac{R^2}{L^2}};$$

- Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle im Vakuum (**S. 52**):

$$\mathcal{E}(x, t) = \hat{\mathcal{E}} \sin \omega \left( t - \frac{x}{c} \right);$$

$$\mathcal{B}(x, t) = \hat{\mathcal{B}} \sin \omega \left( t - \frac{x}{c} \right);$$

- Abstand zwischen zwei Knoten oder Bäuchen von elektromagnetischen Wellen der Wellenlänge  $\lambda$  (**S. 53**):

$$d = \frac{\lambda}{2};$$

(Benötigte Zeit: 29 min)

31.03.2006

## 1.67 75. Hausaufgabe

### 1.67.1 Exzerpt von B. S. 280f.: Mikrowellen; Reflektion elektromagnetischer Wellen

Elektromagnetische Hochfrequenzschwingkreise strahlen elektromagnetische Wellen ab. Diese Wellen können mathematisch über den elektrischen Feldstärkevektor  $\vec{\mathcal{E}}$  und über den magnetischen Flussdichtevektor  $\vec{\mathcal{B}}$  beschrieben werden.

Genau wie bei mechanischen Wellen sind  $\vec{\mathcal{E}}$  und  $\vec{\mathcal{B}}$  sowohl von der Zeit als auch von der Position abhängig:

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \dots;$$

$$\vec{\mathcal{B}}(\vec{r}, t) = \dots;$$

Allein durch eine akkurate mathematische Beschreibung und Vergleichen mit mechanischen Wellen können einige Phänomene der elektromagnetischen Wellen erklärt werden.

### Bildung von stehenden Wellen

Stehende Wellen bilden sich aus, wenn sich Wellen gleicher Frequenz, aber entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung, überlagern. Trifft beispielsweise eine Mikrowelle auf Metallstäbe, die parallel zu der Signalrichtung der Welle stehen, wird die Welle reflektiert und es kommt zur Ausbildung einer stehenden Welle.

Mathematisch lässt sich die einfallende Welle durch eine einfache sinusförmige Schwingung beschreiben:

$$\mathcal{E}_{\text{ein}}(x, t) = \hat{\mathcal{E}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{2\pi}{T}t\right);$$

Dabei ist  $\lambda$  die Wellenlänge,  $T$  die Schwingungsdauer.

Die reflektierte Welle läuft entgegengesetzt zur einfallenden Welle; mathematisch drückt man das aus, indem man das Vorzeichen des Zeiteinflusses umkehrt:

$$\mathcal{E}_{\text{aus}}(x, t) = \hat{\mathcal{E}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right);$$

Die Überlagerung der beiden Wellen ergibt die stehende Welle. Überlagerung drückt man mathematisch durch Addition aus; dass das Ergebnis eine stehende Welle ist, erkennt man daran, dass der Ort  $x$  im resultierenden Term nur noch für eine Amplitudenänderung, nicht aber für eine Ortsänderung verantwortlich ist:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(x, t) &= \mathcal{E}_{\text{ein}}(x, t) + \mathcal{E}_{\text{aus}}(x, t) = \hat{\mathcal{E}} \left[ \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{2\pi}{T}t\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right) \right] = \hat{\mathcal{E}} \cdot \\ & 2 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = \underbrace{2\hat{\mathcal{E}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)}_{\text{Amplitude der stehenden Welle}} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right); \end{aligned}$$

### Änderung von Amplitude und Signalrichtung

Stehen die Metallstäbe parallel zur Signalrichtung der Welle, so wird die Welle vollständig reflektiert und es kommt zur Ausbildung einer stehenden Welle.

Sind die Metallstäbe allerdings nicht parallel zur Signalrichtung, so wird nur ein Teil reflektiert; ein „Teil der Welle“ passiert die Stäbe.

Mathematisch kann dies durch eine Komponentenzerlegung des Schwingungsvektors  $\vec{\mathcal{E}}$  beschrieben werden: Man analysiert die Komponente parallel zu den Stäben (Teilergebnis: Vollständige Reflexion) und die senkrecht zu den Stäben (Teilergebnis: Vollständiges Passieren).

$$\vec{\mathcal{E}}(x, t) = \vec{\mathcal{E}}_{\parallel}(x, t) + \vec{\mathcal{E}}_{\perp}(x, t);$$

Durch ein Diagramm des Einheitskreises und den Vektoren findet man folgende Beziehungen (mit  $\alpha$  als die Differenz zwischen Signalwinkel und Stabwinkel):

$$\mathcal{E}_{\parallel}(x, t) = \mathcal{E}(x, t) \cos \alpha;$$

$$\mathcal{E}_{\perp}(x, t) = \mathcal{E}(x, t) \sin \alpha;$$

### 1.67.2 Exzerpt von B. S. 312: Licht als Transversalwelle; Polarisation

- Polarisation ist eine Eigenschaft von Transversalwellen. Bekanntlich muss man bei Wellen zwischen der Ausbreitungsrichtung und der Signalrichtung unterscheiden; Polarisation bezieht sich auf die Signalrichtung.
  - Ändert sich die Signalrichtung nicht, spricht man von einer linear polarisierten Welle. Ist die Signalrichtung senkrecht zu einer Referenzebene, so spricht man von einer senkrecht polarisierten Welle.
  - Ändert sich die Signalrichtung dagegen ohne erkennbares Muster, so spricht man von einer unpolarisierten Welle.
  - (Dreht sich das Signal mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit, so spricht man von zirkularer Polarisation.)

Durch einen Polarisationsfilter kann eine unpolarisierte Welle polarisiert werden. Passiert eine polarisierte Welle einen Polarisationsfilter, so ändert sich ihre Amplitude und Signalrichtung, wie oben beschrieben.

Licht ist üblicherweise eine unpolarisierte elektromagnetische Transversalwelle.

### 1.67.3 Exzerpt von B. S. 313f.: Polarisaton bei Reflexion; BREWSTERwinkel

Trifft Licht auf Glas im BREWSTERwinkel  $\alpha_B$  mit  $\tan \alpha_B = n$ , wobei  $n$  der relative Brechungsindex bezüglich Luft und Glas ist, so ist das reflektierte Licht vollständig und die gebrochene Welle nahezu vollständig linear polarisiert.

Der reflektierte und der gebrochene Strahl stehen, wenn der Einfallswinkel der BREWSTERwinkel ist, senkrecht zueinander. Über diese Beziehung kann man die Formel für den BREWSTERwinkel herleiten.

- Liegt der Signalvektor der einfallenden Lichtwelle in der Reflexionsebene, so wird das Licht nicht reflektiert, sondern nur gebrochen.

Die einfallende Welle regt Oszillatoren im Glas an. Die Oszillatoren verhalten sich wie HERTZsche Dipole, strahlen also Wellen ab.

Würden die Oszillatoren die Welle nun reflektieren, so entstünde – da sich der Signalvektor der hypothetischen Reflexionswelle wie auch der der einfallenden Welle in der Reflexionsebene befindet – statt einer Transversalwelle eine Longitudinalwelle! Da dies nicht möglich ist, kann keine Reflexion stattfinden.

- Steht der Signalvektor der einfallenden Lichtwelle dagegen senkrecht auf der Reflexionsebene, so kann Reflexion stattfinden, da von den Oszillatoren im Glas nicht das unmögliche Unterfangen des Bildens einer elektromagnetischen Longitudinalwelle in Angriff genommen werden muss.

Durch diese Filterung ist der reflektierte Strahl vollständig linear polarisiert. Nutzt man mehrere Gläser hintereinander, so wird das Licht mehrmals gefiltert, sodass auch der gebrochene Strahl nahezu vollständig polarisiert ist.

### 1.67.4 Fragen

- Bildet sich eine stehende Welle auch dann aus, wenn die Metallstäbe nicht parallel zur Signalrichtung stehen? (Die paral-

lele Komponente wird ja reflektiert, allerdings ist die Signalrichtung der reflektierten Welle nicht mit der der einfallenden Welle identisch. . . )

- Wieso können wir nicht durch Wände sehen? (Elektrische Felder können ja nur mittels eines FARADAYschen Käfigs abgeschirmt werden; Wände sind aber nicht FARADAYschen Käfige.)
- Wie berechnet man, bzw. in welcher Einheit gibt man den Polarisationsgrad einer Welle an?
- Wieso kann es keine elektromagnetischen Longitudinalwellen geben? ( $\vec{c}$  und  $\vec{E}$  müssten doch lediglich in die gleiche Richtung zeigen, oder?)
- Was passiert mit Lichtwellen, deren Signalrichtung weder genau senkrecht, noch genau parallel zur Reflexionsebene steht, wenn sie in ein Medium anderer optischer Dichte eintreten? Muss man in diesem Fall die Wellen in eine parallele und eine senkrechte Komponente zerlegen?

(Benötigte Zeit: 161 min)

05.04.2006

## 1.68 76. Hausaufgabe

### 1.68.1 Exzerpt von B. S. 134: HUYGENSsches Prinzip

Trifft eine Welle auf Barriere, die – idealisiert – nur in einem einzigen Punkt durchlässig ist, bildet sich im Öffnungspunkt eine Kreiswelle – bzw, im Dreidimensionalen – eine Kugelwelle aus. Dabei spielt es keine Rolle, ob die eingehende Welle eine Kreiswelle oder eine gerade Welle ist. Auch ist die Phase der eingehenden Welle nicht relevant.

Öffnet man die Barriere in weiteren Punkten, bilden sich bei jeder Öffnung Kreiswellen aus, wenn eine gerade Welle die Barriere trifft. Diese Kreiswellen überlagern sich zu einer geraden Welle gleicher Ausbreitungsrichtung und Frequenz wie die ursprüngliche Welle.

Lässt man die Zahl der punktförmigen Öffnungen gegen unendlich gehen, kommt man zum HUYGENSschen Prinzip: Man kann

sich denken, dass jeder Punkt einer Wellenfront Ausgangspunkt für neue Kreis- bzw. Kugelwellen – Elementarwellen – ist. Diese bewegen sich mit gleicher Ausbreitungsgeschwindigkeit und Frequenz wie die ursprüngliche Welle.

Die unendlich vielen Elementarwellen überlagern sich; es entsteht der Eindruck einer durchgehenden Welle.

Mit dem HUYGENSschen Prinzip kann man einige Wellenphänomene anschaulich deuten. Es ist mathematisch kein Problem, die Überlagerung unendlich vieler Kreiswellen zu modellieren.

Das Prinzip geht auf den niederländischen Astronom, Mathematiker und Physiker Christiaan Huygens (1629–1695) zurück und wird auch als HUYGENS–FRESNELSches Prinzip bezeichnet.

### **1.68.2 Exzerpt von B. S. 135: Reflexion und Brechung ebener Wellen**

Mit dem HUYGENSschen Prinzip kann man Reflexion und Brechung erklären.

Die Trennfläche zwischen zwei Medien kann man sich als Barriere vorstellen, welche unendlich viele unendlich kleine punktförmige Öffnungen aufweist. Trifft eine Welle auf diese „Barriere“, entstehen nach dem HUYGENSschen Prinzip bei jeder Öffnung Elementarwellen.

Diese Kreiswellen breiten sich in beiden Medien aus. Der Teil der Elementarwellen, welcher sich im ursprünglichen Medium ausbreitet, überlagert sich zur reflektierten Welle.

Der Teil, der sich im anderen Medium ausbreitet, überlagert sich zur gebrochenen Welle.

Trifft eine gerade Welle auf eine Trennfläche zwischen zwei Medien, sind reflektierte und gebrochene Welle ebenfalls gerade Wellen; die unendlich vielen Kreiswellen überlagern sich zu einer geraden Welle.

(Die ursprüngliche Welle „verschwindet“ – nach der „Geburt“ der Elementarwellen „stirbt“ die Elternwelle. Dies ist kein physikalischer Widerspruch, wenn man sich vorstellt, dass eine Welle ständig Samen neuer Elementarwellen ist.)

### 1.68.3 Exzerpt von B. S. 136: Brechungsgesetz

Es ist nicht die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  oder die Wellenlänge  $\lambda$ , die eine Welle ausmacht, sondern die Wellenfrequenz  $f$ .

Wechselt eine Welle das Medium, ändern sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit und die Wellenlänge, nicht jedoch die Frequenz. Dies gilt auch für Reflexion und Brechung.

Geometrische Überlegungen führen zum Brechungsgesetz:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$ ,

Der Einfallswinkel  $\alpha$  und Austrittswinkel  $\beta$  von Wellenfronten gegenüber der Trennfläche zwischen den Medien sind identisch.  $\beta$  ist der Winkel, den die Wellenfronten der gebrochenen Welle mit der Trennfläche bildet.

Walter Fendt hat ein anschauliches Java-Applet zum Thema geschrieben.<sup>1</sup>

### 1.68.4 Exzerpt von B. S. 137: Beugung, Streuung

Treffen gerade Wellen auf ein nicht durchdringbares Hindernis auf, vereinen sich die „zerteilten“ Wellen nach dem Hindernis wieder. Treffen gerade Wellen auf eine unendlich große Barriere, die an einer Stelle geöffnet ist, verbreitern sich die Wellen über die Breiten der Öffnung hinaus.

Die Stellen, von denen man vermuten würde, dass die Wellen sie eigentlich nicht erreichen, nennt man Schattenraum. Den Effekt, dass Wellen in den Schattenraum eindringen, nennt man Beugung.

Wellen mit kleiner Wellenlänge werden schwächer, Wellen mit großer Wellenlänge stärker gebeugt.

Beugung kann man mittels des HUYGENSschen Prinzips erklären – die an den Rändern des Hindernisses bzw. der Öffnung entstehenden Elementarwellen breiten sich kreisförmig aus und dringen so in den Schattenraum ein.

Sind die Hindernisse bzw. Öffnungen im Vergleich zur Wellenlänge sehr klein, spricht man von Streuung. Idealisiert kann man in diesem Fall die Öffnung als punktförmig annehmen.

---

<sup>1</sup><http://www.walter-fendt.de/ph11d/huygens.htm>



Beugung gibt es nur bei Wellen, nicht aber bei sich bewegenden Teilchen, also Teilchenstrahlen.

### 1.68.5 Exzerpt von B. S. 138ff.: Ausbildung stehender Wellen

Stehende Wellen bilden sich aus, wenn sich Wellen gleicher Frequenz, aber entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung, überlagern. Trifft beispielsweise eine Mikrowelle auf Metallstäbe, die parallel zu der Signalrichtung der Welle stehen, wird die Welle reflektiert und es kommt zur Ausbildung einer stehenden Welle.

Mathematisch lässt sich die einfallende Welle durch eine einfache sinusförmige Schwingung beschreiben:

$$\mathcal{E}_{\text{ein}}(x, t) = \hat{\mathcal{E}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{2\pi}{T}t\right);$$

Dabei ist  $\lambda$  die Wellenlänge,  $T$  die Schwingungsdauer.

Die reflektierte Welle läuft entgegengesetzt zur einfallenden Welle; mathematisch drückt man das aus, indem man das Vorzeichen des Zeiteinflusses umkehrt – während die einfallende Welle die Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  aufweist, beträgt die Winkelgeschwindigkeit der reflektierten Welle  $-\omega = -\frac{2\pi}{T}$ :

$$\mathcal{E}_{\text{aus}}(x, t) = \hat{\mathcal{E}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right);$$

Die Überlagerung der beiden Wellen ergibt die stehende Welle. Überlagerung drückt man mathematisch durch Addition aus; dass das Ergebnis eine stehende Welle ist, erkennt man daran, dass der Ort  $x$  im resultierenden Term nur noch für eine Amplitudenänderung, nicht aber für eine Ortsänderung verantwortlich ist:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(x, t) &= \mathcal{E}_{\text{ein}}(x, t) + \mathcal{E}_{\text{aus}}(x, t) = \hat{\mathcal{E}} \left[ \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{2\pi}{T}t\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right) \right] = \hat{\mathcal{E}} \cdot \\ & 2 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = \underbrace{2\hat{\mathcal{E}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)}_{\text{Amplitude der stehenden Welle}} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right); \end{aligned}$$

### 1.68.6 Buch Seite 136, Aufgabe 1

In einer Wellenwanne läuft eine Welle von einem seichten Bereich in ein Gebiet mit tieferem Wasser unter dem Einfallswinkel von  $45^\circ$  und dem Brechungswinkel von  $60^\circ$ .

- a) Bestimmen Sie das Verhältnis der Geschwindigkeiten in beiden Teilen der Wellenwanne.

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} \approx 82\%;$$

- b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit im flachen Teil, wenn sie im tiefen  $25 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  ist.

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} \cdot 25 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \approx 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}};$$

### 1.68.7 Buch Seite 136, Aufgabe 2

Wasserwellen bewegen sich in tiefem Wasser mit der Geschwindigkeit  $v_1 = 34 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ . Sie treffen unter dem Winkel  $\alpha = 60^\circ$  auf die Grenzlinie zu einem flacheren Teil, wo sie sich mit  $v_2 = 24 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  bewegen. Erhöht man die Frequenz ein wenig, so sinkt die Geschwindigkeit im tieferen Teil auf  $v'_1 = 32 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ .

- a) Berechnen Sie in beiden Fällen den Brechungswinkel.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}; \Leftrightarrow \sin \beta = \frac{v_2}{v_1} \sin \alpha;$$

$$\beta \approx 38^\circ; \quad \beta' \approx 41^\circ;$$

- b) Die Wellenlänge im tieferen Teil beträgt im ersten Versuch  $\lambda = 1,7 \text{ cm}$ . Wie groß ist die Wellenlänge im flacheren Teil und welche Frequenz hatte die Welle?

$$v_1 = \lambda f; \Leftrightarrow f = \frac{v_1}{\lambda} = \frac{34 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{1,7 \text{ cm}} \approx 20 \frac{1}{\text{s}};$$

$$v'_1 = \lambda' f;$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v'_1}{v_2} = \frac{\lambda' f}{v_2} = \frac{\lambda' v_1}{v_2 \lambda} = \frac{\lambda' v_1}{\lambda v_2} = \frac{\lambda' v_1}{\lambda \lambda_2 f} = \frac{\lambda'}{\lambda_2};$$

$$\Leftrightarrow \lambda'_2 = \lambda' \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \approx 1,3\%;$$

### 1.68.8 Fragen

- Ist es richtig, dass man die Energie von Lichtwellen über  $E = m_{\text{Photon}} c^2 = m_{\text{Photon}} (\lambda f)^2$  berechnen kann? Muss noch ein zusätzlicher Faktor eingefügt werden (die Energie einer Lichtwelle sollte (naiv gedacht) größer sein als die eines Photons)?
- Aus wie vielen Photonen besteht eine Lichtwelle? (Oder ist diese Frage ähnlich unsinnvoll wie „wie viele Elektronen passen in  $1 \text{ m}^3$ ?“?)

- Wellenfronten zeichnen wir ja als senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehende (Halb-)Geraden;

Nehmen wir einmal an, dass eine Lichtwelle waagrecht von links nach rechts verläuft und sich unendlich weit erstreckt. Ist dann  $\mathcal{E}((x_0, y_0), t)$  für alle  $\Delta y$  gleich  $\mathcal{E}((x_0, y_0 + \Delta y), t)$ ? Existiert dann die Welle an jedem Raumpunkt (Raum im Sinne von  $\mathbb{R}^3$ , also mathematisch dicht)?

Wie passt dies zur Vorstellung von Lichtwellen als Ansammlung von Photonen – diese können ja nicht – im „Teilchenmärchen“ gedacht – an den unendlich vielen Punkten zwischen  $(x_0, y_0)$  und  $(x_0, y_0 + \Delta y)$  existieren. (Vermutliche Antwort: Das Teilchenmodell wird zu Recht als „Teilchenmärchen“ bezeichnet; das Teilchenmodell ist in diesem Fall nicht anwendbar.)

- „Wird eine Welle zugleich gebrochen und reflektiert, müssen die Einzelenergien der gebrochenen und der reflektierten Welle in der Summe die Energie der Ausgangswelle ergeben.“ – Stimmt das?

Kann man die einzelnen Energiebeträge quantifizieren?

- Folgendes Szenario: Eine vollständig polarisierte elektromagnetische Welle (Signalrichtung gegenüber einer Referenzebene  $0^\circ$ ) trifft auf einen HERTZschen Dipol (Winkel gegenüber der Referenzebene beispielsweise  $30^\circ$ ). Der HERTZsche Dipol wird durch die elektromagnetische Welle angeregt und strahlt selbst elektromagnetische Wellen ab; es kommt zur Reflexion.

Um eine genauere Aussage über die reflektierte Welle zu erhalten, zerlegt man die einfallende Welle in einen Teil parallel zum HERTZschen Dipol (also Winkel gegenüber der Referenzebene  $30^\circ$ ), der vollständig reflektiert wird, und einen Teil, der senkrecht zum HERTZschen Dipol steht ( $-60^\circ \hat{=} 300^\circ$ ) und nicht reflektiert wird.

Die Ausbreitungsrichtung der reflektierten Welle ist der Ausbreitungsrichtung der ursprünglichen Welle entgegengesetzt, aber die Signalrichtung der reflektierten Welle ist gegenüber der Referenzebene  $30^\circ$ , nicht  $0^\circ$  wie die einfallende Welle.

Kommt es trotzdem zur Ausbildung einer stehenden Welle, obwohl die Signalrichtungen nicht identisch sind? (Mathematisch sehe ich die Lösung darin, dass man die Signalrichtung nicht als Skalar, sondern als Vektor auffasst, und dann

zur Aufstellung der die stehende Welle beschreibenden Gleichung eine Vektoraddition vornimmt. Stimmt dies auch physikalisch?)

- Wie berechnet man, bzw. in welcher Einheit gibt man den Polarisationsgrad einer Welle an?

17.04.2006

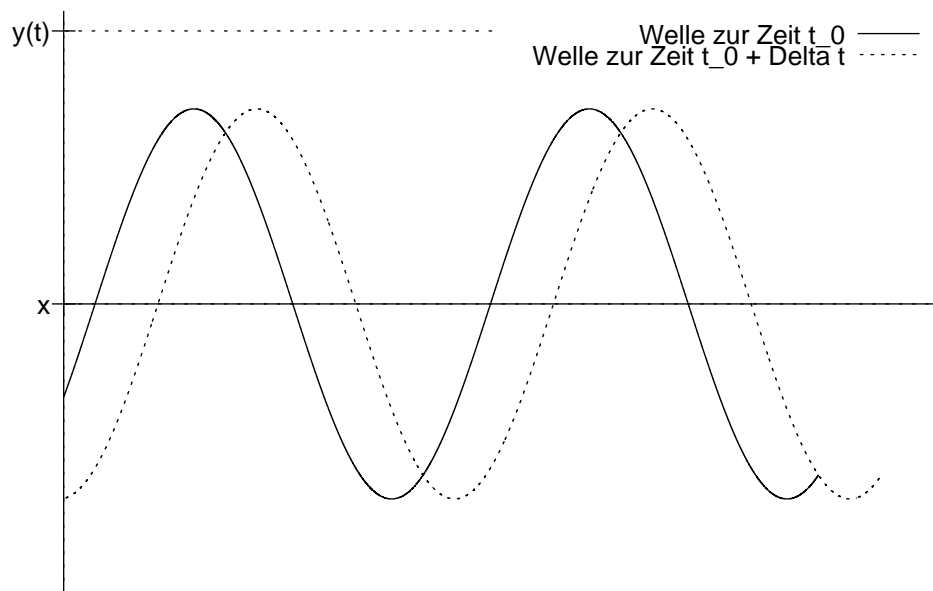
## 1.69 77. Hausaufgabe

### 1.69.1 Plakat zur Wellenbeugung und -brechung

#### Darstellung von Wellen

Um verschiedene Wellenphänomene anschaulich verstehen zu können, sind grafische Darstellungsformen von Wellen hilfreich.

- Nahe an der Mathematik ist die Darstellung von Wellen im kartesischen Koordinatensystem. Die Ausbreitungsachse wird meistens horizontal gewählt, das Signal wird nach oben aufgetragen.

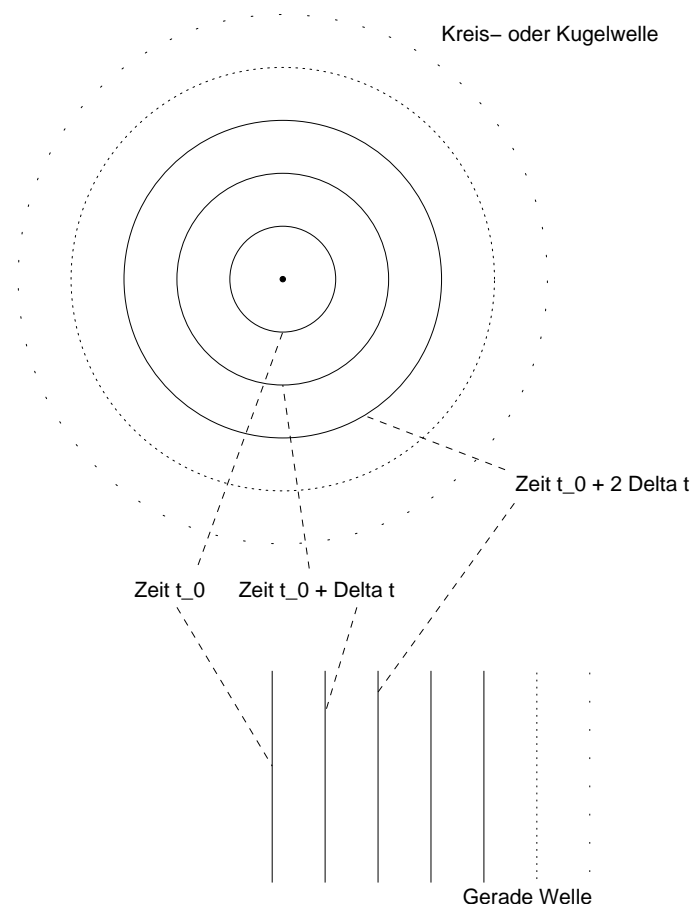


Diese Darstellung kann verwirrend sein, wenn man den Kurvenverlauf irrtümlicherweise für den Verlauf der Wellenausbreitung hält. Ein weiterer Nachteil besteht darin, dass man

unterschiedliche Polarisationsgrade nur dann festhalten kann, wenn man das Koordinatensystem auf drei Dimensionen erweitert. In diesem Fall ist eine quantitative Interpretation aber mitunter schwierig.

Vorteilhaft ist die Nähe zur mathematischen Repräsentation von Wellen als Funktion. Außerdem kann man bei dieser Darstellungsform die Ausbildung stehender Wellen und Wellenüberlagerung sehr gut nachvollziehen.

- Alternativ kann man auch nur die Wellenfronten einzeichnen – die Punkte einer Welle, deren Phase gleich einem bestimmten Wert ist, auf den man sich verständigt. Üblicherweise nimmt man bei sinusförmigen Wellen die Wellenberge als Wellenfronten her.

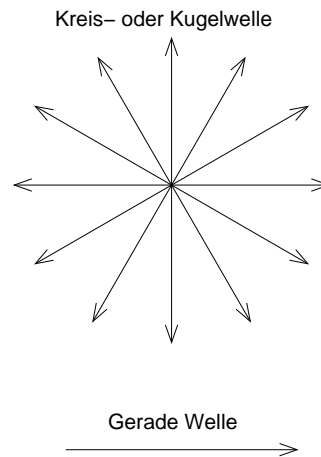


Vorteil dieser Darstellungsart kann sein, dass die für die Illustration eines bestimmten Phänomens wesentlichen Infor-

mationen (beispielsweise Position und Ausbreitung der Wellenfronten) nicht in unwesentlichen Informationen (beispielsweise Signalrichtung) untergehen.

Nachteilig kann sein, dass man möglicherweise die Lichterscheinungen fotografischer Aufnahmen von Wellenbädern direkt mit Wellenfronten identifiziert, und somit aus den Augen verliert, dass man über ein Modell spricht (Stichwort „Teilchenmärchen“).

- Schließlich ist es auch möglich, nur die Ausbreitungsrichtung von Wellen einzuzeichnen, wobei man sich nach ästhetischen Gesichtspunkten einen oder mehrere Repräsentanten (Pfeile) des Ausbreitungsvektors der Welle aussucht.



Diese Darstellungsvariante ist in der Hinsicht gefährlich, als dass man leicht die Wellencharakteristik von Wellen aus den Augen verlieren kann, wenn man eine Welle als eine einzige gerade Linie zeichnet; man kann ins Denken von „Wellen-“ bzw. „Lichtstrahlen“ verfallen.

Besonders gefährlich ist das dann, wenn man sowieso schon Unsauberkeiten der Alltagssprache bewusst wahrnehmen muss, weil man auf dem Gebiet der Wellenphänomene sowieso noch nicht allzu bewandert ist. Gezeichnete „Lichtstrahlen“ erschwert diesen Prozess des Bewusstwerdens.

Der Grund für die Vielzahl geometrischer Darstellungsarten von Wellen liegt darin, dass Wellen mathematisch sehr komplexe Objekte sind.

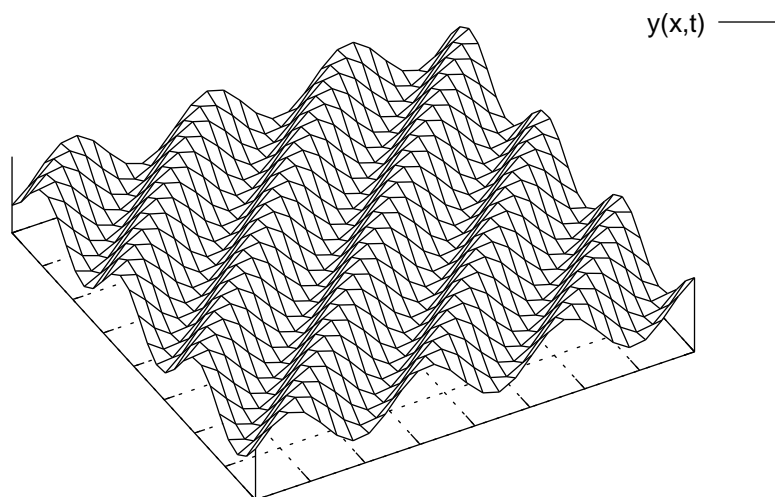
1. Eine Zahl aus  $\mathbb{R}$  stellt kein Problem dar.
2. Eine Schwingung, mathematisch als Funktion der Zeit ( $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ) modelliert ( $y(t)$ ), ist schon anspruchsvoller, lässt sich aber noch mit den Mitteln der Mathematik der elften Jahrgangsstufe vollständig in Griff bekommen – beispielsweise ist die Ableitung nach einer Variablen kein Problem.

Gezeichnet werden kann eine Schwingung in einem  $y$ - $t$ -Diagramm –  $y(t)$  hängt schließlich nur von einer einzigen Variable ab.

3. Eine Welle dagegen ist weitaus anspruchsvoller und lässt sich nicht mit der Mathematik der 11. oder 12. Jahrgangsstufe vollständig analysieren.

Modelliert werden Wellen als Funktionen der Zeit und des Ortes ( $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $y(x, t)$ ).

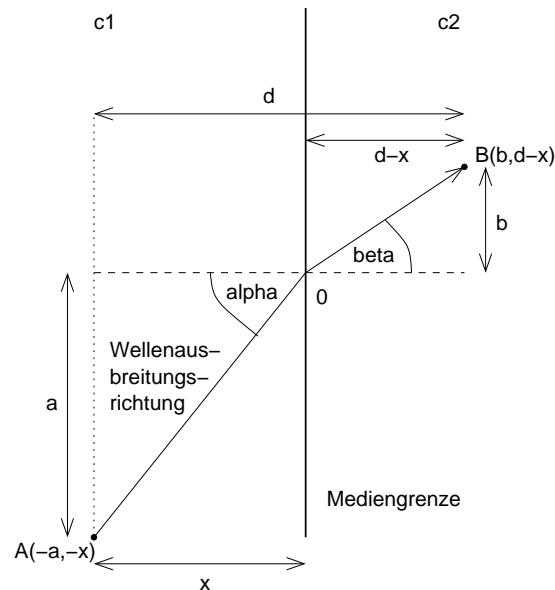
Wollte man die übliche Darstellungsmethode von Schwingungen auf Wellen – binäre Funktionen – erweitern, müsste man dreidimensionale  $y$ - $x$ - $t$ -Diagramme zeichnen. Das Zeichnen selbst ist für Computer kein Problem; solche Diagramme zu interpretieren – insbesondere quantitativ zu interpretieren – ist für Menschen jedoch nicht einfach – der Grund für die Vielzahl anderer Darstellungsformen.



## Wellenbrechung

Unter Brechung versteht man die Änderung der Ausbreitungsrichtung einer Welle, die beim Wechsel zwischen zwei Medien unterschiedlicher Brechungsindizes auftritt. Brechung ist charakteristisch für alle Arten von Wellen.

20.04.2006



Wellen nehmen nicht den Weg, der am räumlich kürzesten ist, sondern den, der zeitlich am schnellsten ist. Mit diesem Ansatz lässt sich das (SNELLIussche) Brechungsgesetz herleiten:

- Die Zeit, die die Welle benötigt, um von  $A$  nach  $B$  zu gelangen, ergibt sich zu:

$$t_{\text{nötig}}(x) = \frac{\overline{AO}}{c_1} + \frac{\overline{OB}}{c_2} = \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{b^2+(d-x)^2}}{c_2};$$

- Gesucht ist jetzt nach dem  $x$ , für das die benötigte Zeit möglichst gering wird. Also leiten wir nach  $x$  ab und setzen auf  $0 \frac{\text{s}}{\text{m}}$ :

$$\begin{aligned} t'_{\text{nötig}}(x) &= \frac{1}{c_1} \frac{1}{2\sqrt{a^2+x^2}} \cdot 2x - \frac{1}{c_2} \frac{1}{2\sqrt{b^2+(d-x)^2}} \cdot 2(d-x) \cdot (-1) = \\ &= \frac{1}{c_1} \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} - \frac{1}{c_2} \frac{d-x}{\sqrt{b^2+(d-x)^2}} \stackrel{!}{=} 0 \frac{\text{s}}{\text{m}}; \end{aligned}$$

- Ähnlich wie bei der Herleitung der THOMSONschen Schwingungsgleichung, bei der uns die mathematische Lösung der Differentialgleichung  $-x(t)$  – nicht so sehr interessiert hat



wie die das System charakterisierende physikalisch relevante Konstante  $\omega$ , interessieren wir uns auch hier weniger für  $x$ , sondern vielmehr für eine geeignete Umformung:

$$\frac{1}{c_1} \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} - \frac{1}{c_2} \frac{d-x}{\sqrt{b^2+(d-x)^2}} = \frac{1}{c_1} \sin \alpha - \frac{1}{c_2} \sin \beta = 0 \frac{\text{s}}{\text{m}};$$

Weitere Umformung führt dann zum Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2};$$

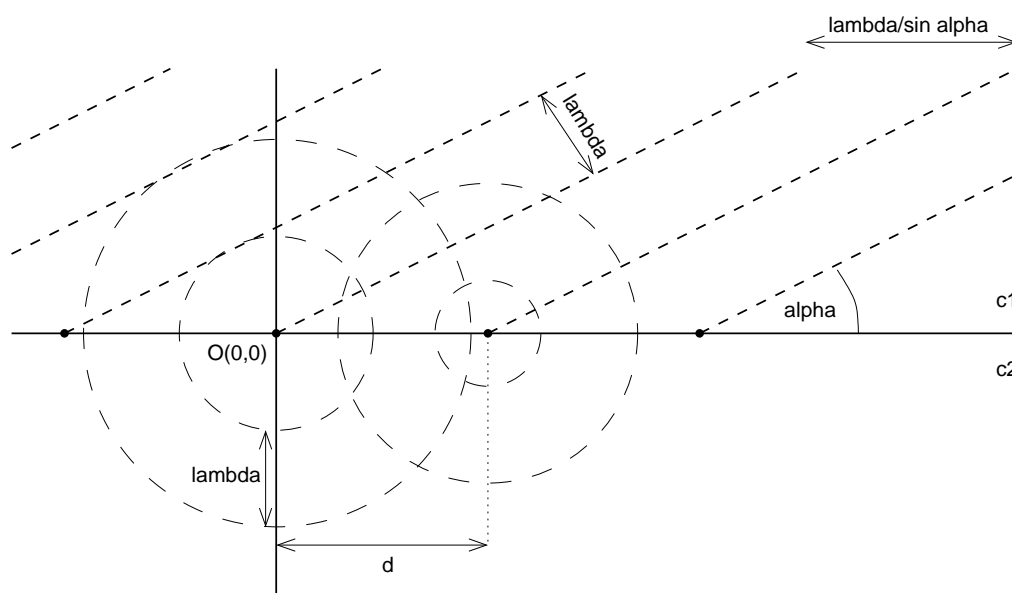
18.04.2006

Möchte man Wellen nicht auf ihre Ausbreitungsrichtung reduzieren, kann man sich des HUYGENSschen Prinzip bedienen. Nach dem HUYGENSschen Prinzip kann man sich jede Stelle der Übergangslinie zwischen den zwei Medien als Entstehungsort neuer Elementarwellen denken;

21.04.2006

Der Teil der Elementarwellen, der sich im anderem Medium ausbreitet, überlagert sich zur gebrochenen Welle. Der Teil, der sich im ursprünglichen Medium ausbreitet, überlagert sich zur reflektierten Welle.

20.04.2006



21.04.2006

Dass wir mit einem einzigen Ansatz – der Überlagerung der Elementarwellen – nicht nur Brechung, sondern auch Reflexion erklären können, ist ein großer Vorteil des HUYGENSschen Modells. Auf die Weise, wie wir das Brechungsgesetz hergeleitet haben, hätten wir nicht auch Reflexion mathematisch behandeln können.

18.04.2006

Mit unserer Schulmathematik ist es leider nicht möglich, diesen Ansatz vollständig durchzurechnen; die ersten Schritte können wir aber sehr wohl handhaben und dadurch die Mathematik hinter Wellen besser zu verstehen lernen.

- Eine Kreiswelle, die im Punkt  $O(0, 0)$  zur Zeit 0 entsteht, stellen wir mathematisch als binäre Funktion von  $r$  und der Zeit dar, wobei  $r$  der Abstand eines bestimmten Wellenpunkts zu  $O$  ist.

Die Frequenz dieser Elementarwelle ist gleich der Frequenz der einfallenden geraden Welle. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist im neuen Medium jedoch eine andere –  $c_2$ , nicht  $c_1$ ; mit  $c = \lambda f$  errechnet sich die Wellenlänge des relevanten Teils der Elementarwellen – des Teils der Elementarwellen, der sich im neuen Medium ausbreitet – zu  $\lambda' = \frac{c_2}{f}$ .

$$f_0(r, t) = A \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} r\right) = A \sin 2\pi \left(ft + \frac{1}{\lambda} r\right);$$

Mit  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  ergibt sich umgerechnet in kartesische Koordinaten:

$$f_0(x, y, t) = A \sin 2\pi \left(ft + \frac{1}{\lambda} \sqrt{x^2 + y^2}\right); \quad y > 0;$$

- Die Darstellung einer Elementarwelle, die nicht im Ursprung, sondern im Punkt  $(d, 0)$  entsteht, ist etwas komplizierter. Zum einen entsteht diese Welle nicht wie  $f_0$  zur Zeit 0, sondern zeitversetzt – die einfallende Welle trifft erst später an der Mediengrenze ein.

Diese Zeitdifferenz errechnet sich mit  $\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$  zu

$$\Delta t = \frac{\Delta \lambda}{c} = \frac{d \sin \alpha}{c} = \frac{d \sin \alpha}{\lambda f};$$

Außerdem unterscheidet sich die Entfernung vom Ursprungsort der Welle zu einem bestimmten Wellenpunkt:

$$r' = \sqrt{(x - d)^2 + y^2}; \quad y > 0;$$

Einsetzen bringt damit für die Gleichung der Welle, die im Punkt  $(d, 0)$  entsteht:

$$\begin{aligned} f_d(x, y, t) &= A \sin 2\pi \left(ft' + \frac{1}{\lambda'} r'\right) = A \sin 2\pi \left[f(t - \Delta t) + \frac{1}{\lambda'} r'\right] = \\ &= A \sin 2\pi \left[f\left(t - \frac{d \sin \alpha}{\lambda f}\right) + \frac{1}{\lambda'} \sqrt{(x - d)^2 + y^2}\right]; \quad y > 0; \end{aligned}$$

- Um die Überlagerung unendlich vieler Elementarwellen zu fassen, betrachten wir mathematisch nur den Bereich zwischen

$-\frac{o}{2}$  und  $\frac{o}{2}$  auf der Grenzlinie. Damit wir trotzdem die Überlagerung aller Wellen, und nicht nur einem Teil, erhalten, lassen wir  $o$  gegen Unendlich gehen.

Außerdem denken wir uns, dass über die gesamte Strecke  $\left[-\frac{o}{2}, \frac{o}{2}\right]$  genau  $n$  Elementarwellen im Abstand  $\frac{o}{n}$  entstehen. Lassen wir  $n$  gegen Unendlich gehen, geht der Abstand  $\frac{o}{n}$  gegen Null und wir erfassen alle Wellen.

In symbolischer Schreibweise drücken wir das so aus:

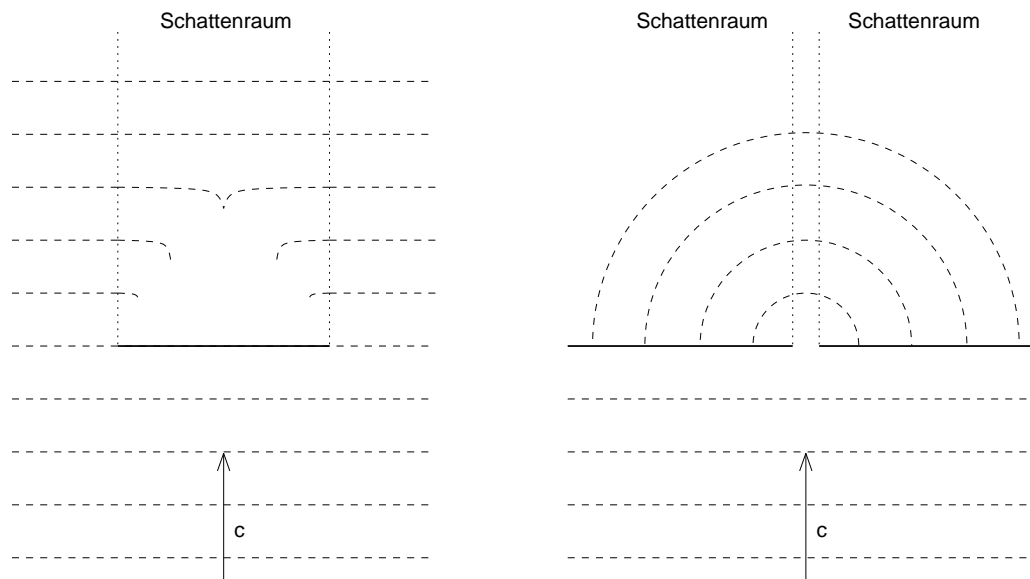
$$f_{\text{ges.}}(x, y, t) = \lim_{o \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n f_{-\frac{o}{2} + \frac{o}{n} \cdot i}(x, y, t); \quad y > 0;$$

Dieses Problem können wir leider nicht mehr lösen – wir kennen keine Formeln für die Summe vieler Sinusanwendungen auf komplizierte (nicht-lineare) Werte.

20.04.2006

### Wellenbeugung

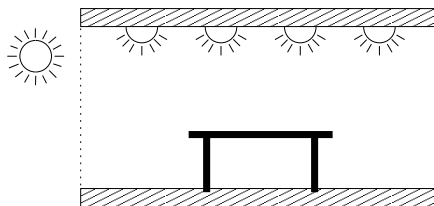
Unter Beugung versteht man die Ablenkung von Wellen an einem undurchlässigen Hindernis. Gebeugte Wellen können sich in dem geometrischen Schattenraum des Hindernisses ausbreiten.



- Ist das Hindernis bzw. die Öffnung im Vergleich zur Wellenlänge sehr groß, ist der Effekt zwar selbstverständlich auch vorhanden, aber kaum bemerkbar bzw. vernachlässigbar.
- Sind die Größe des Hindernisses bzw. der Öffnung und die Wellenlänge von der gleichen Größenordnung, kann der Effekt im Allgemeinen nicht vernachlässigt werden. Der Teil der Wellen hinter dem Hindernis bzw. der Öffnung sind annähernd gerade.
- Ist die Öffnung im Vergleich zur Wellenlänge klein, so ist die Welle hinter dem Hindernis bzw. der Öffnung keine gerade Welle, sondern annähernd eine Kreis- bzw. Kugelwelle.

21.04.2006

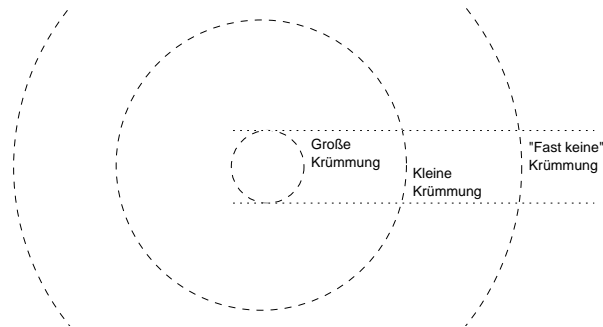
Beugung darf man nicht mit dem alltäglichen Phänomen unscharfer Schatten verwechseln. Zum einen sind die von Lampen ausgesendeten Lichtwellen keine geraden Wellen, und zum anderen befinden sich oft mehrere Lichtquellen in einem Raum.



20.04.2006

Nach dem HUYGENSschen Prinzip kann man sich die Randpunkte des Hindernisses bzw. der Öffnung als Entstehungsort neuer Elementarwellen der gleichen Wellenlänge und Frequenz wie der einfallenden Welle vorstellen.

Im Falle der Beugung an einem Hindernis schließen die Elementarwellen in einiger Entfernung vom Hindernis die Lücke. Im Falle der Beugung an einer Öffnung einer undurchlässigen Barriere kann man sich die Elementarwellen in genügend großer Entfernung als gerade Wellen vorstellen:

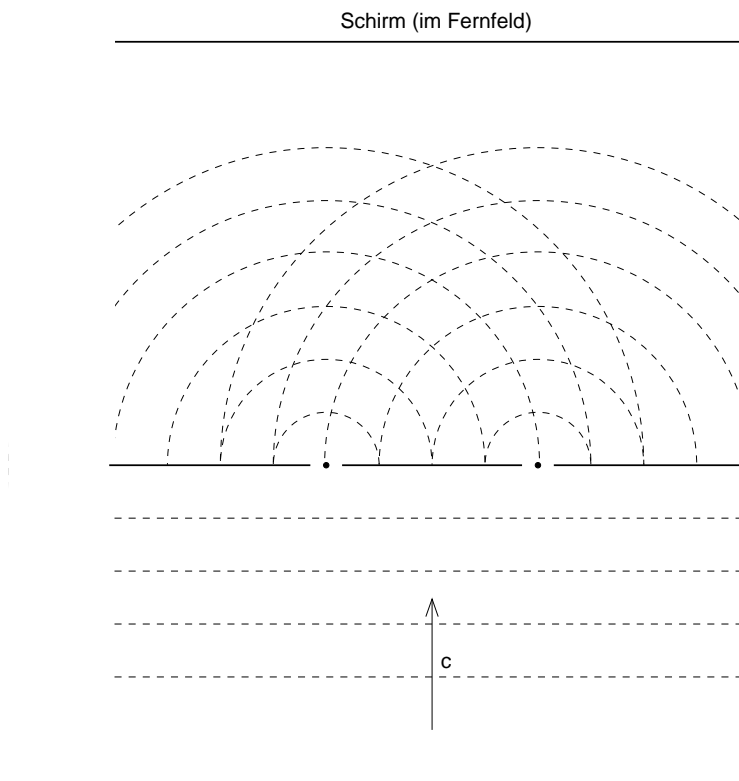


Besonders interessante Phänomene treten auf, wenn man die Beugung einer Welle nicht nur an einem Hindernis oder an einer Öffnung untersucht, sondern an mehreren. In diesem Fall überlagern sich die an jedem Hindernis bzw. Öffnung entstehenden Elementarwellen; es kommt zur Interferenz.

21.04.2006

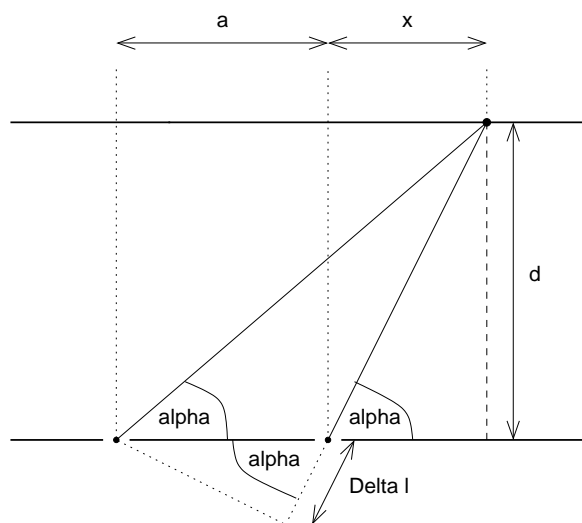
Berühmt ist die Beugung am Doppelspalt. Gerade Lichtwellen werden auf eine Blende gerichtet, die nur an zwei schmalen Schlitzen durchlässig ist. Auf einem hinter der Blende im Fernfeld positioniertem Schirm, der ankommendes Licht registriert, zeigt sich ein Interferenzmuster. Grund für dieses Muster ist die Interferenz der HUYGENSschen Elementarwellen, die in den beiden Blendenöffnungen entstehen.

20.04.2006



21.04.2006

Das Interferenzmuster aus helleren und dunkleren Streifen hängt unter anderem von der Wellenlänge des einfallenden Lichts, der Breite und dem gegenseitigen Abstand der Schlitze, und der Entfernung des Sichtschirms von der Blende ab.



Ist der Sichtschirm weit von der Blende entfernt, sind die Winkel der beiden Schlitze zu einem Punkt  $(x, 0)$  des Schirms etwa gleich groß. Für diesen Fall können wir näherungsweise die Orte der größten und der kleinsten Helligkeit ermitteln:

$$\cos \alpha = \frac{\Delta l}{a}; \quad \tan \alpha = \frac{d}{x};$$

$\alpha$  ist sehr klein, wenn der Schirm weit von der Blende entfernt ist. Für kleine Winkel stimmen der Wert des Sinus mit dem des Kosinus und des Tangens näherungsweise überein; es gilt:

$$\frac{\Delta l}{a} = \cos \alpha \approx \tan \alpha = \frac{d}{x}; \Rightarrow \frac{\Delta l}{a} \approx \frac{d}{x}; \Rightarrow x \approx \frac{1}{\Delta l} \cdot da;$$

$\Delta l$  ist der Gangunterschied – die Wegdifferenz – der Elementarwellen, die in den beiden Schlitzen entstehen. Konstruktive Interferenz – helle Punkte auf dem Schirm – tritt dann ein, wenn der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$  der Elementarwellen ist:

$$x_{\text{hell}} = \frac{1}{k\lambda} \cdot da; \quad k \in \mathbb{N};$$

Die Wellen vernichten sich gegenseitig, wenn der Gangunterschied ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist.

$$x_{\text{dunkel}} = \frac{1}{(2k+1)\frac{\lambda}{2}} \cdot da; \quad k \in \mathbb{Z};$$

Als Thomas Young 1805 den Versuch erstmalig durchführte, demonstrierte er die Wellennatur des Lichts. Zu besonderer Berühmtheit ist das Doppelspaltexperiment deswegen gelangt, weil sich ein Interferenzmuster auch dann zeigt, wenn man den Versuch mit „Teilchen“ (beispielsweise mit Elektronen – 1927 Clinton Davisson und Lester Germer) statt Licht ausführt – eine Demonstration des (irreführend benannten) Welle-Teilchen-Dualismus.

20.04.2006

24.04.2006

## 1.70 78. Hausaufgabe

### 1.70.1 Zusammenfassung der Stunde: Unterschiedliche Arten von physikalischen Größen

Es gibt Größen, die sich auf Punkte beziehen, Größen, die sich auf Flächen beziehen, und Größen, die sich auf Volumen beziehen.

- Unter dem Bezug einer Größe auf einen Punkt versteht man, dass man Raumpunkten einen Wert der Größe zuordnen kann.

$$- \vec{\mathcal{E}}(x, y, z) \left[ \frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

Jedem Raumpunkt wird eine (vektorielle) elektrische Feldstärke zugeordnet.

$$- \vec{\mathcal{B}}(x, y, z) \left[ \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \right]$$

Jedem Raumpunkt wird eine (vektorielle) magnetische Flussdichte zugeordnet.

- Fließen das Äquivalent von Ladungen – umgangssprachlich: fließt Strom –, so kann man Stromstärken angeben. Stromstärken beziehen sich auf eine Fläche; generell auf einhüllende Flächen, speziell auch auf Querschnittsflächen.

- $I_Q \left[ \frac{\text{C}}{\text{s}} \right]$  („Stromstromstärke“) bezieht sich auf den Leiterquerschnitt.

- $I_V \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$  (Beispiel: Wassermenge in Litern pro Zeit) bezieht sich auf den Kanalquerschnitt.

- $I_m \left[ \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$  (Beispiel: Wassermenge in Kilogramm pro Zeit) bezieht sich auf den Kanalquerschnitt.

- $I_E \left[ \frac{\text{J}}{\text{s}} \right]$  ( $P$ ; Energiestromstärke) bezieht sich auf eine Hüllfläche um das Objekt der Betrachtung.

Leitet man Stromstärken nach der Zeit ab, so erhält man neue Größen. Die abgeleiteten Größen kann man ebenfalls ableiten, und – da in der Physik Vorgänge generell immer stetig verlaufen – kann man diese auch wieder ableiten, usw. usf.

- Auch können sich Größen auf ein Volumen beziehen.
  - $E$  – wie viel Energie befindet sich in einem gegebenen Volumen?  
Wichtig ist, dass man in diesem Kontext Volumen nicht als einen Skalar (z.B.  $5 \text{ m}^3$ ) auffasst, sondern als eine Teilmenge des Raums, also eine Menge an Punkten. (Frage: Ist das korrekt?)
  - $m$  – welche Masse hat ein gegebenes Volumen?
  - $Q$  – welche Ladung hat ein gegebenes Volumen?
- Zusätzlich kann man von Größen (Frage: welchen Genau? allen Größen, die sich auf Flächen oder Volumen beziehen?) auch Dichten bilden:



- $\frac{E}{V} \left[ \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right]$  (Energiedichte)
- $\frac{P}{V} \left[ \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^3} \right]$  (Energiestromdichte)
- $\frac{m}{V} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$  (Massendichte)

### 1.70.2 Fragen

- Man kann doch Felder aus vielen Arten von Größen bilden – beispielsweise ist die magnetische Flussdichte, wie ihr Name schon sagt, eine Dichte (also: bezogen auf eine Fläche (bzw. generell ein Volumen)). Konstruieren wir aber das  $B$ -Feld, so ist die magnetische Flussdichte „plötzlich“ eine Größe, die sich auf einen Punkt bezieht. . .

Analog: Kraft – Impulsstromstärke – bezieht sich auf eine (Querschnitts-)Fläche. Konstruiert man ein Kraftfeld –  $F(x, y, z)$  –, so bezieht sich Kraft „plötzlich“ auf einen Punkt. . .

- Stimmt die obige Aussage, man müsse Volumen als Teilmenge des Raums, und nicht als Skalar („ $5 \text{ m}^3$ “) verstehen? [Antwort: Ja!]
- Geschwindigkeit  $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$  könnte man, rein vom Aufbau her (irgendeine andere Größe pro Zeit), auch als Stromstärke interpretieren. Kann man das wirklich? Falls nein, wo liegt meine falsche Annahme?

(Benötigte Zeit: 43 min)

25.04.2006

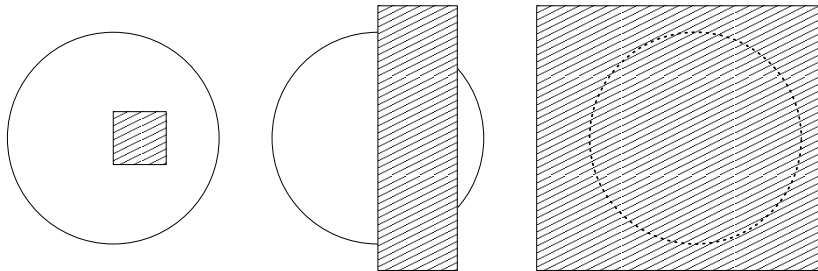
## 1.71 79. Hausaufgabe

### 1.71.1 Entwurf einer eigenen Schattentheorie

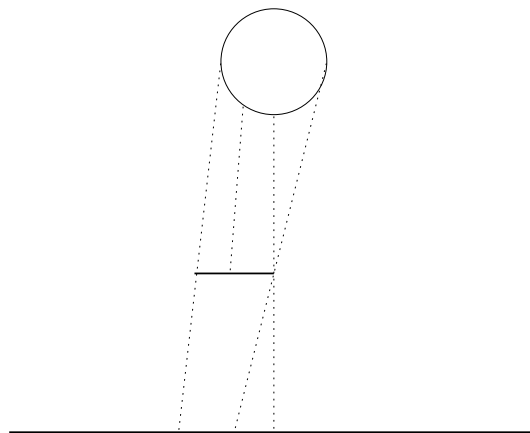
Unterschiedlich scharfe Schatten entstehen durch unterschiedlich große Lichtquellenabdeckung.

Da reale Lichtquellen nicht punktförmig sein können, strahlen sie immer von einer Fläche aus ab. Verdeckt also, aus der Perspektive eines bestimmten Punkts  $X$  betrachtet, ein Gegenstand eine Lichtquelle vollständig, so erreicht kein Licht der Lichtquelle  $X$ ; es entsteht ein scharfer Schatten.

Verdeckt ein Gegenstand eine Lichtquelle nur teilweise, erreicht nur das Licht des nicht verdeckten Teils der Lichtquelle  $X$ . Dadurch, dass das restliche empfangene Licht weniger intensiv ist als das Licht der unverdeckten Lichtquelle, entsteht in den Randbereichen ein unscharfer Schatten.



Dass eine Lichtquelle nicht gerade Wellen aussendet, ist ein weiterer Faktor für unscharfe Schatten: Teile des Lichts des unverdeckten Teils der Quelle können in den Teil des Schattens eindringen, der von der lokal vollständigen Verdeckung hervorgerufen wird.



Außerdem sind meist mehrere Lichtquellen in einem Raum, welche alle keine geraden Wellen ausstrahlen – ein weiterer Faktor für unscharfe Schatten.

Beugung hat mit der Entstehung unscharfer Schatten nur äußerst wenig zu tun: Gebeugte Wellen dringen zwar in den geometrischen Schattenraum ein; dieser Effekt ist allerdings bei Größenordnungen im Millimeterbereich praktisch nicht feststellbar – die Wellenlängen von sichtbarem Licht sind im Bereich einiger hundert Nanometer.

(Benötigte Zeit: 53 min)

## 1.72 80. Hausaufgabe

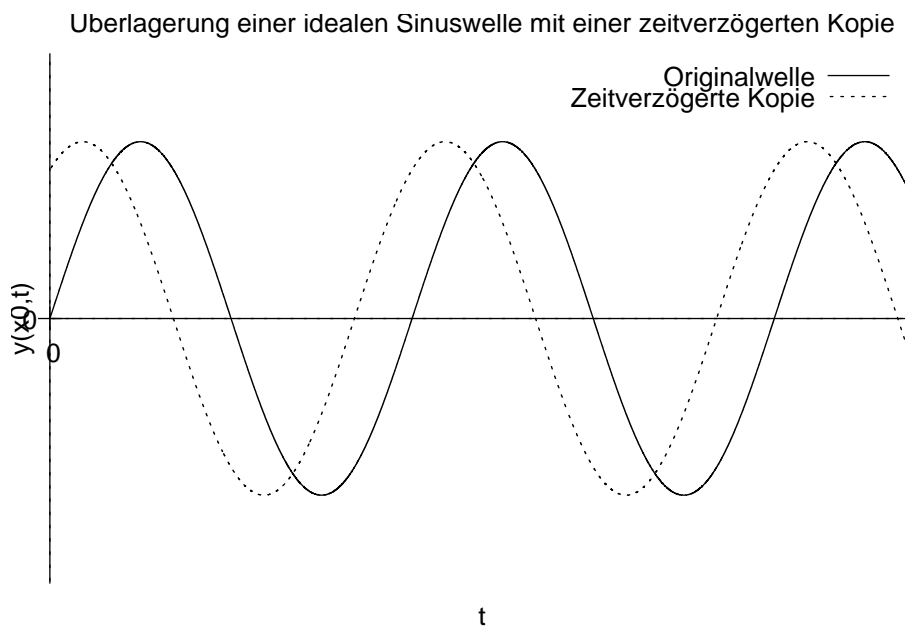
### 1.72.1 Kohärenz

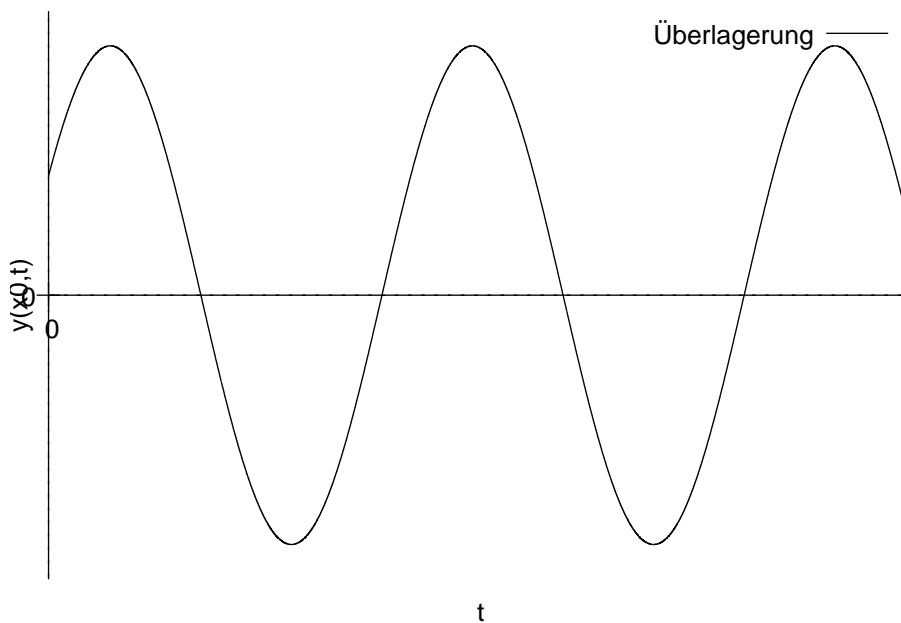
Kohärenz ist eine kontinuierliche Eigenschaft von interferierenden Wellen; es gibt Wellen, die vollständig kohärent sind, welche, die vollständig inkohärent sind, und Wellen, die weder vollständig kohärent noch vollständig inkohärent sind.

Kohärenz definiert man üblicherweise über die Intensität der Überlagerung aller interferierenden Wellen [2]:

$$v = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}};$$

**Beispiel:** Interferiert eine ideale Sinuswelle mit einer zeitverzögerten Kopie von sich selbst (technisch realisierbar durch halbdurchlässige Spiegel, wie beispielsweise beim Michelsoninterferometer), so ist  $v = 1$ :





Der minimale Ausschlag ist  $0 \frac{V}{m}$ , der maximale  $\hat{A}$ . Die Intensität ist direkt proportional zum Quadrat des Ausschlags; da wir die vollständige Formel für  $I$  nicht kennen (und diese für uns auch nicht interessant ist), fassen wir alle Konstanten, die wir nicht weiter berücksichtigen wollen, als  $k$  zusammen. Damit ist die Kohärenz dieses Szenarios:

$$v = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{k\hat{A}^2 - 0 \frac{V}{m}}{k\hat{A}^2 + 0 \frac{V}{m}} = \frac{k\hat{A}^2}{k\hat{A}^2} = 1;$$

Überlagert eine ideale Sinuswelle eine zeitverzögerte Kopie von ihr selbst, ist  $v = 1$ ; ideale Sinuswellen sind vollständig kohärent.

Bemerkbar macht sich das dadurch, dass Interferenzmuster der Überlagerung – beispielsweise am Schirm eines Michelsoninterferometers – sehr gut sichtbar sind. Interferieren dagegen zwei Wellen mit  $v < 1$ , so ist die Sichtbarkeit (die Schärfe, der Kontrast) weniger gut.

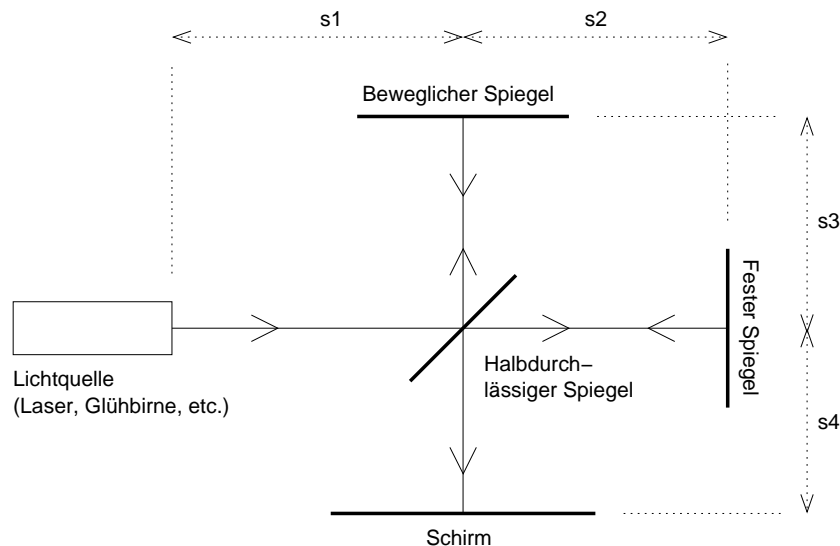
Kohärenz ist also auch ein Maß für die Ausprägtheit des Interferenzmusters. In der Tat wird diese Eigenschaft oft auch als Definition der Kohärenz genutzt.

Man bezeichnet eine Welle als inkohärent, wenn  $v$  kleiner als ein bestimmter, zuvor ausgemachter Wert ist. Übliche Schwellenwerte sind 66 %, 50 % und  $\frac{1}{e}$ .

Den maximalen Weglängenunterschied, den zwei Lichtwellen, die einer gemeinsamen Quelle entstammen, haben dürfen, damit noch ein sichtbares Interferenzmuster entsteht, bezeichnet man als Kohärenzlänge  $l_c$ . Über  $\frac{l_c}{c} = t_c$  kann man die Kohärenzzeit in die Kohärenzzeit umrechnen.

Die Kohärenzzeit und -länge idealer Sinuswellen ist „unendlich“; ideale Sinuswellen sind immer vollständig kohärent. Sonnenlicht hat eine Kohärenzlänge von etwa einem Mikrometer [13]. Die Kohärenzlängen von Lasern liegen im Bereich einiger Zentimeter bis sogar mehreren Kilometern [14].

### 1.72.2 Michelsoninterferometer



Die wichtigsten grundlegenden Gesetze und Tatsachen der Physik sind entdeckt [...] und daher ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie jemand durch neue Entdeckungen ergänzt, äußerst gering.

– Albert Abraham Michelson, 1903 [5]

Eine Möglichkeit der Bestimmung der Kohärenz eines Wellenfelds geht auf Albert Abraham Michelson zurück, den ersten amerikanischen Physiknobelpreisträger, der sich von 1887 bis etwa 1920 mit Interferometrie beschäftigte. Bekannt ist er für sein Michelsoninterferometer und den oben gedruckten Ausspruch [3].

Beim Michelsoninterferometer wird eine eingehende Lichtwelle zuerst durch einen Strahlteiler, üblicherweise einem halbdurchlässigen Spiegel, in zwei Wellen geteilt. Der durchgelassene Teil der Welle wandert zum festen Spiegel rechts, zurück zum Strahlteiler und schließlich zum Schirm.

Der reflektierte Teil der Welle wandert zum beweglichen Spiegel oben, zurück zum Strahlteiler und schließlich ebenfalls zum Schirm, wo transmittierte und reflektierte Teilwelle interferieren [4].

Das Interferenzmuster hängt von den Phasen der beiden Teilwellen ab am Schirm ab. Hat eine der beiden Teilwellen beispielsweise gerade ein Maximum und die andere ein Minimum, so löschen sich beide vollständig aus; man spricht von vollständiger destruktiver Interferenz. Sind die Ausschläge der beiden Teilwellen beim Eintreffen auf dem Schirm beide maximal, kommt es zu vollständiger konstruktiver Interferenz.

Zur Bestimmung der Kohärenz der einfallenden Welle ist die Weglängendifferenz  $\Delta s$  interessant. Diese errechnet sich durch die Differenz der Längen, die die beiden Teilwellen zurücklegen, bis sie auf dem Schirm eintreffen.

$$\Delta s = \underbrace{(s_1 + s_2 + s_2 + s_4)}_{\text{Transmittierte Welle}} - \underbrace{(s_1 + s_3 + s_3 + s_4)}_{\text{Reflektierte Welle}} = 2s_2 - 2s_3;$$

Es stellt sich nun heraus, dass sich ein klar sichtbares Interferenzmuster nur dann herausbildet, wenn die Weglängendifferenz  $\Delta s$  kleinergleich als die Kohärenzlänge  $l_c$  ist:  $\Delta s \leq l_c$ ;

Ist  $\Delta s > l_c$ , wird das sichtbare Interferenzmuster unscharf. Ist die Weglängendifferenz sehr viel größer als die Kohärenzlänge, so bildet sich fast gar kein sichtbares Muster mehr aus.

Variiert man  $s_3$ , verschiebt man also den beweglichen Spiegel, ändert sich also die Sichtbarkeit des Interferenzmuster. Ändert man  $s_3$  so, dass das Interferenzmuster gerade noch sehr scharf ist, ist der Weglängenunterschied näherungsweise gleich der Kohärenzlänge.

Die wiederholte Verwendung des einschränkenden Adjektivs „sichtbar“ in den vorhergehenden Absätzen hat einen Grund: Streng genommen bilden sich nämlich immer Interferenzmuster aus – schließlich interferieren die beiden Teilwellen immer, es gibt ja auch keinen Grund, wieso sie es nicht tun sollten.

Allerdings ändert sich das Muster zeitlich sehr schnell, wenn die Weglängendifferenz sehr viel größer als die Kohärenzlänge ist – mal

interferieren die Wellen konstruktiv, dann destruktiv, dann wieder konstruktiv. Im Mittel wird weder destruktive noch konstruktive Interferenz bevorzugt; für unsere Augen entsteht dann nicht der Eindruck eines Musters, sondern nur der einer beleuchteten Fläche.

Es ist nicht so, als dass sich zwei Wellenzüge gegenseitig „beschnuppern“ würden, und dann, je nachdem ob die beiden Wellenzüge genügend kohärent sind oder nicht, interferieren.

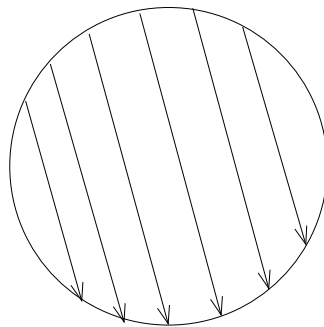
### 1.72.3 Zeitliche Kohärenz

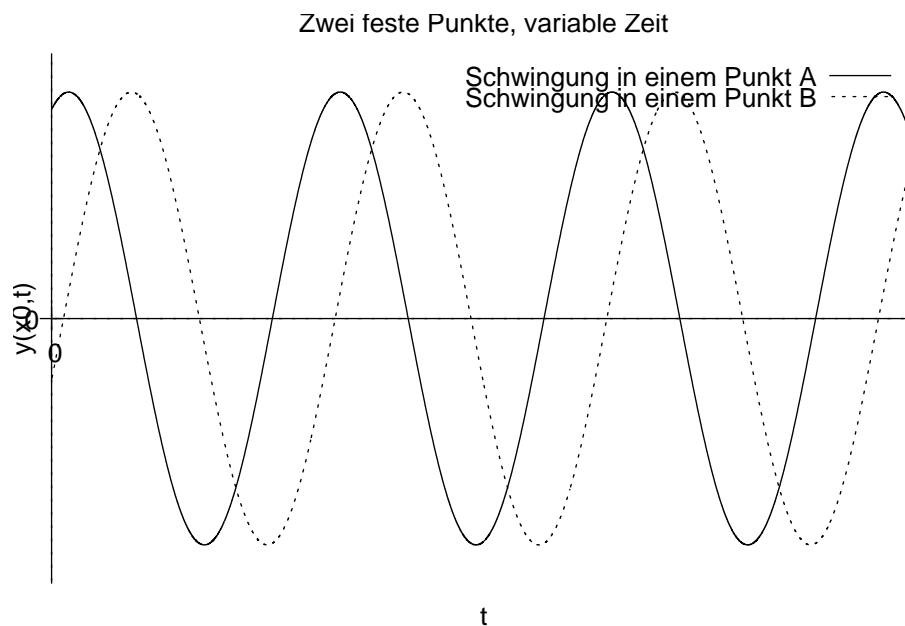
Ein Wellenfeld ist genau dann zeitlich kohärent, wenn die Phasendifferenz zwischen dem Signal der überlagerten Gesamtwelle in einem festen Punkt gegenüber einem anderen festen Punkt zu jeder Zeit gleich ist.

Anders ausgedrückt ist zeitliche Kohärenz ein Maß für die Einfarbigkeit eines Wellenfelds.

Beispiele:

- In einer Wellenwanne befinden sich an zwei unterschiedlichen, aber festen Orten je ein Korken, welche sich mit den Wellen in der Wellenwanne bewegen. Nun werden gerade Wellen gleicher Frequenz ( $\omega$  konst.) und gleicher Wellenausbreitungsrichtung ( $\vec{k}$  konst.) erzeugt.





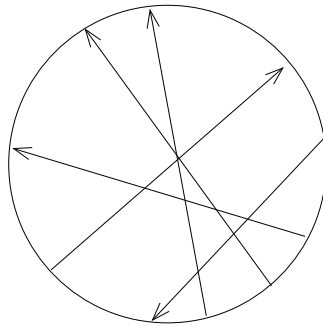
Betrachtet man nun die Bewegung der Korke, so wird man beispielsweise feststellen, dass beide immer zugleich nach oben schwingen, dass beide immer zugleich das Schwingungsmaximum erreichen, dass beide immer zugleich nach unten schwingen usw. (Phasendifferenz  $0^\circ$ ). Die Wellen sind in diesem Fall zeitlich kohärent.

Es ist aber auch möglich, dass, immer dann, wenn der eine Korken sein Maximum erreicht hat, der andere Korken sein Minimum erreicht hat und umgekehrt (Phasendifferenz  $180^\circ$ ). Auch in diesem Fall würde man von zeitlicher Kohärenz sprechen. Und auch die Fälle mit anderen Phasendifferenzen würde man der zeitlichen Kohärenz zuordnen.

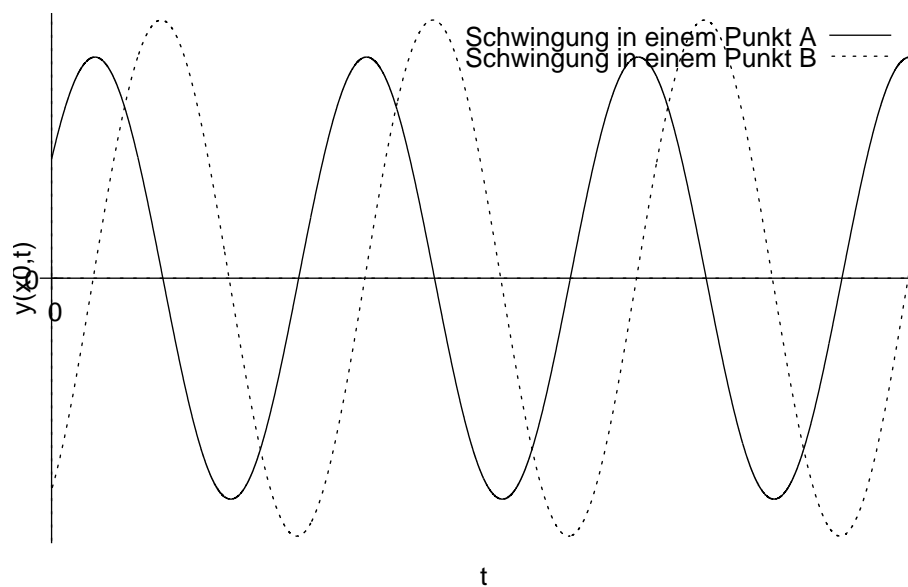
Man spricht nur dann nicht von zeitlicher Kohärenz, wenn sich die Phasendifferenz mit der Zeit ändert, also beispielsweise wenn zu einem Zeitpunkt beide Korken ihr Maximum erreicht haben, und zu einem anderen nur einer der beiden sein Maximum erreicht hat.

- In einer Wellenwanne werden mehrere gerade Wellen gleicher Frequenz ( $\omega$  konst.), aber unterschiedlicher Ausbreitungsrichtung ( $\vec{k}$  nicht konstant) erzeugt. Auch hier wird man wieder feststellen, dass die Phasendifferenz der Schwingungen in zwei festen Punkten zeitlich unveränderlich ist; auch dieser Fall ist also zeitlich kohärent.

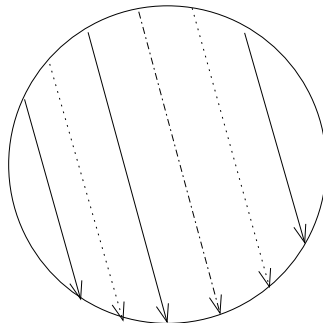


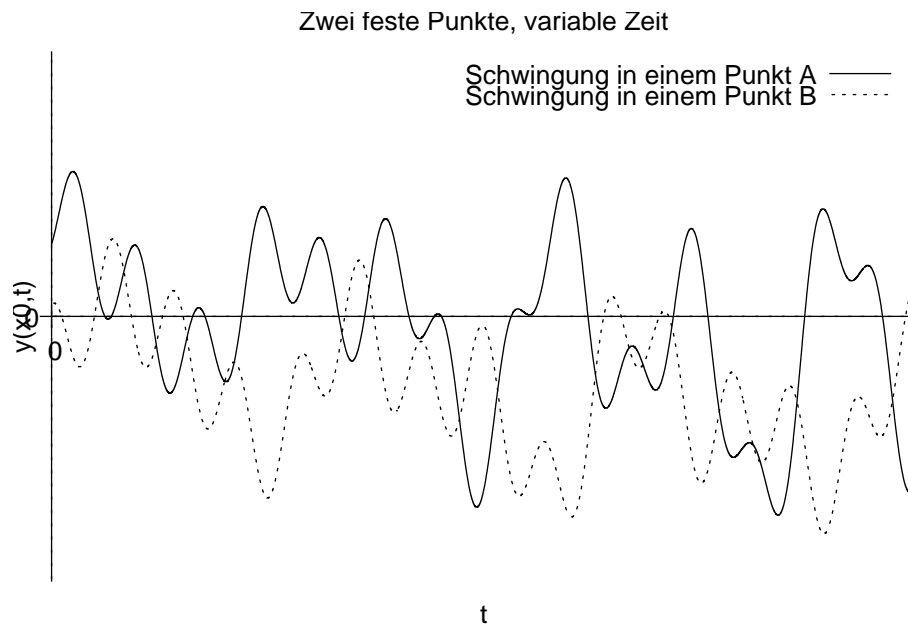


Zwei feste Punkte, variable Zeit



- Erzeugt man mehrere Wellen unterschiedlicher Frequenz, so ist die Phasendifferenz zwischen zwei Orten zeitlich nicht konstant, die Wellen sind also zeitlich inkohärent.





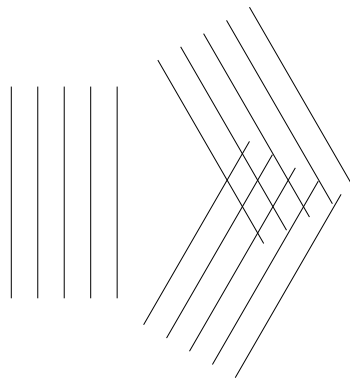
#### 1.72.4 Räumliche Kohärenz

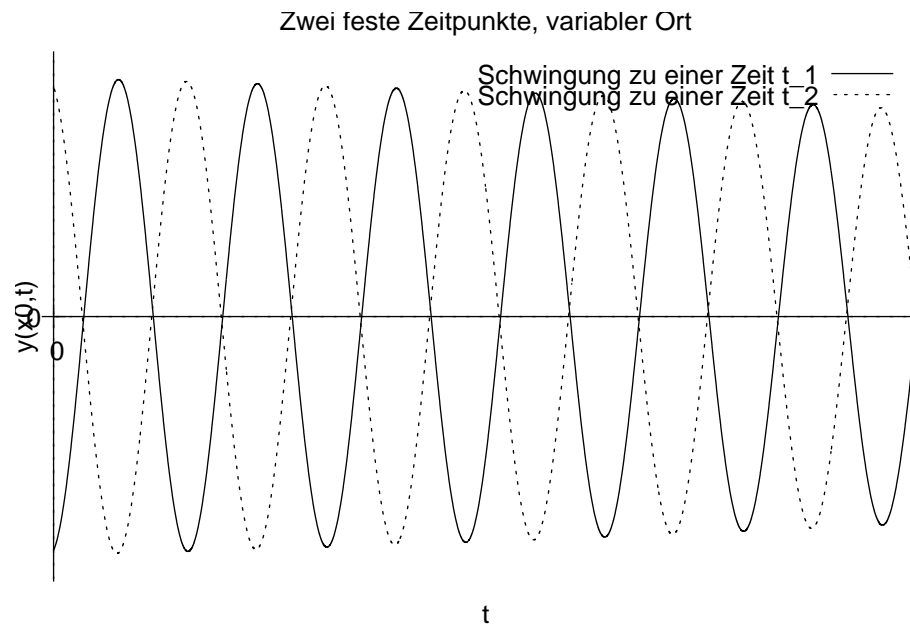
Ein Wellenfeld ist genau dann räumlich kohärent, wenn die Phasendifferenz zwischen dem Signal der überlagerten Gesamtwelle zu einem festen Zeitpunkt gegenüber einem anderen festen Zeitpunkt in jedem Ort gleich ist.

Anders ausgedrückt ist zeitliche Kohärenz ein Maß für die „Geradheit“ bzw. „Ebenheit“ eines Wellenfelds.

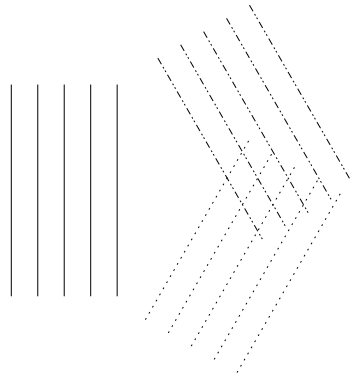
Beispiele:

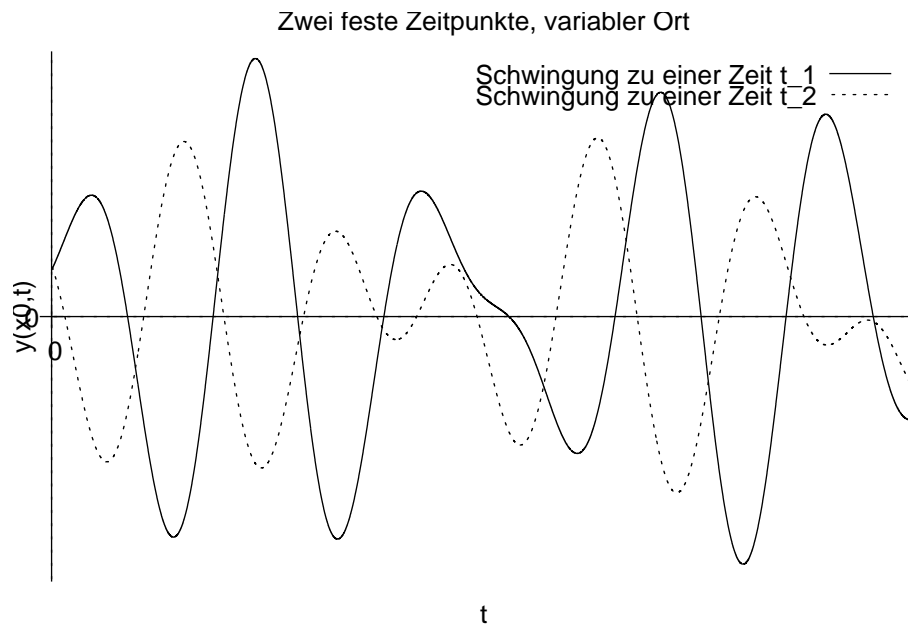
- Mehrere ebene Wellen der gleichen Frequenz ( $\omega$  konst.) sind räumlich kohärent. Die Richtung der Wellen spielt dabei keine Rolle.



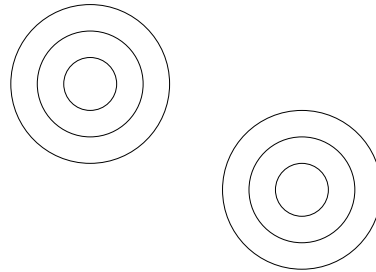


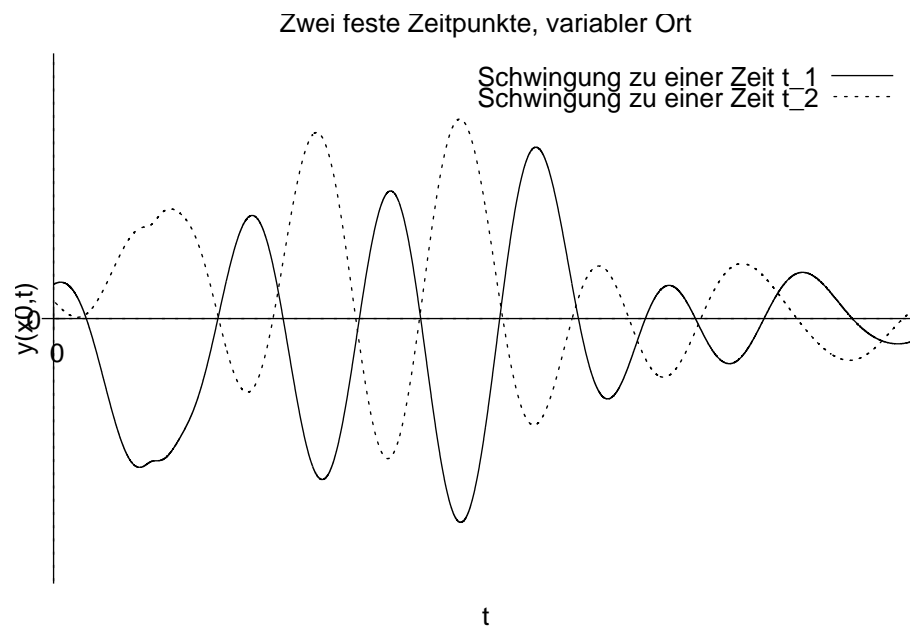
- Sogar mehrere gerade Wellen unterschiedlicher Frequenz ( $\omega$  nicht konstant) sind räumlich kohärent [Achtung, widerspricht Unterricht, entspricht aber mehreren Quellen [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12]]:





- Mehrere punktförmige Wellen sind räumlich inkohärent. Die Frequenz der Wellen spielt keine Rolle [Achtung, widerspricht Unterricht, entspricht aber mehreren Quellen [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12]]:





### 1.72.5 Intensität

Intensität kennen wir flüchtig bereits unter einem anderen Begriff, Energiestrom pro Fläche. Die Einheit der Intensität ist  $\left[\frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}\right]$ .

Intensitäten kann man immer angeben, wenn Energie fließt. Für uns besonders interessant ist Intensität aber im Kontext von (elektromagnetischen) Wellen.

- Intensität ist indirekt proportional zum Quadrat der Entfernung von der Lichtquelle [1].

$$I \sim \frac{1}{r^2};$$

Grund: Summiert (integriert) man die Intensitäten von jedem Punkt einer Hüllfläche um die Lichtquelle auf, so erhält man den gesamten Energiestrom (die Gesamtleistung).

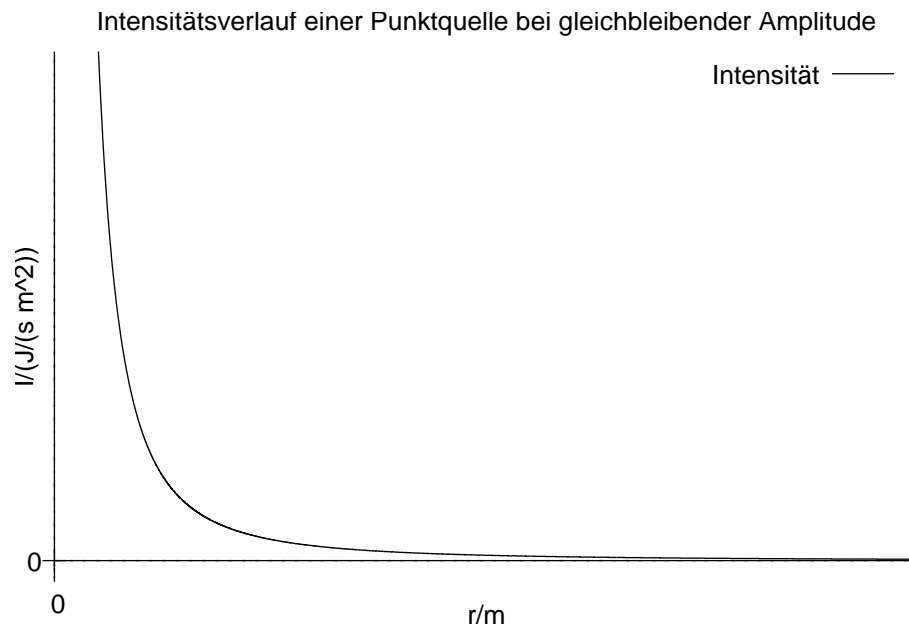
$$\underbrace{I_E = P}_{\left[\frac{\text{J}}{\text{s}}\right]} = \iint \underbrace{I(\vec{r})}_{\left[\frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}\right]} \underbrace{dA}_{[\text{m}^2]};$$

Im einfachen Fall der kugelförmigen Hüllfläche mit Radius  $r$  können wir das Integral auflösen:

$$I_E = P = I(r) 4\pi r^2;$$

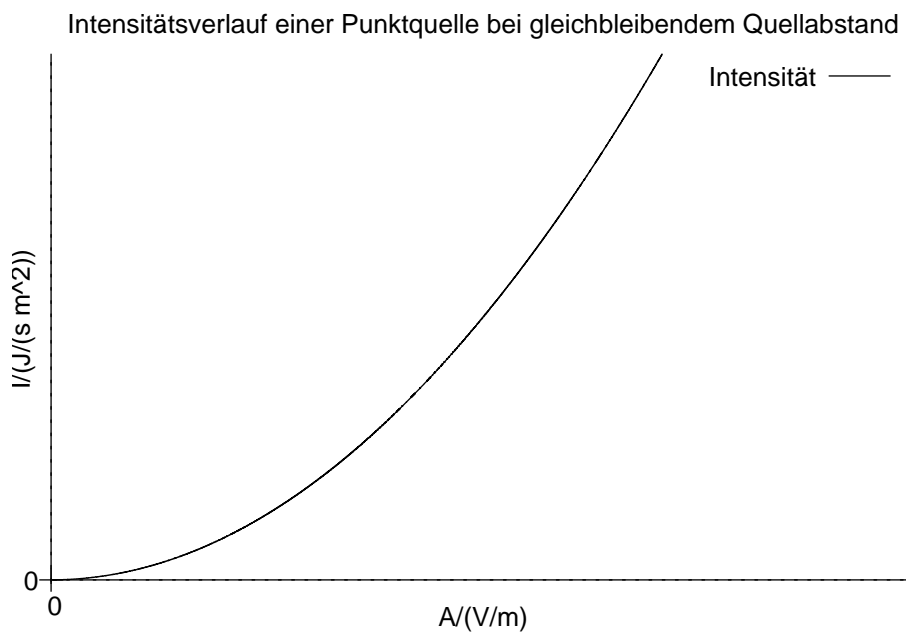
Aufgelöst nach  $I(r)$  erhält man für die Intensität im Abstand  $r$  von der Punktquelle:

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2};$$



- Außerdem ist die Intensität direkt proportional zum Quadrat der Amplitude der Überlagerungswelle:

$$I \sim A_{\text{ges}}^2;$$



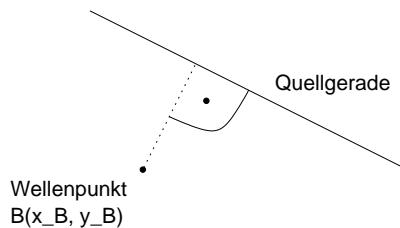
### 1.72.6 Herleitung der Gleichung für ebene Wellen

Möchte man verschiedene Szenarien mittels Graphenplotter visualisieren, muss man natürlich die Gleichung für ebene Wellen kennen. Die Gleichung für Kreiswellen ist einfach –

$$f(x, y, t) = A \sin 2\pi \left( ft + \frac{1}{\lambda} r \right) = A \sin 2\pi \left( ft + \frac{1}{\lambda} \sqrt{(x - x_{\text{Quelle}})^2 + (y - y_{\text{Quelle}})^2} \right);$$

Bei Kreiswellen ist die Entfernung von einem bestimmten Wellenpunkt  $(x, y)$  zur punktförmigen Quelle  $(x_{\text{Quelle}}, y_{\text{Quelle}})$  wichtig. Bei geraden Wellen ist die Quelle idealisiert aber eine Gerade, kein einzelner Punkt. Entscheidend ist also die Entfernung von einem bestimmten Wellenpunkt  $(x, y)$  zur Quellgeraden ( $y_{\text{Quelle}} = m_{\text{Quelle}}x + t_{\text{Quelle}}$ ).

Das Problem dabei ist, eine Formel für den Abstand eines Punktes zu einer Geraden zu finden.



Um sie zu finden, legen wir ein Geradenbüschel durch den allgemeinen Punkt  $B(x_B, y_B)$ , und überprüfen dann, welche der Geraden des Büschels senkrecht zur Quellgeraden steht. Anschließend berechnen wir die Entfernung von  $B$  zum Schnittpunkt von Quellgerade und der Senkrechten.

$y_Q = \tan \alpha x_Q + t_Q; \Leftrightarrow t_Q = y_Q - \tan \alpha x_Q;$  ( $Q$  ist ein beliebiger Punkt auf der Quellgeraden.)

$$y_B = m x_B + t_B; \Leftrightarrow t_B = y_B - m x_B;$$

$m \cdot \tan \alpha = -1; \Leftrightarrow m = -\frac{1}{\tan \alpha};$  (Gesucht ist die Schargerade, die senkrecht zur Quellgeraden steht.)

$$y_{\perp} = -\frac{1}{\tan \alpha} x + y_B + \frac{1}{\tan \alpha} x_B; \text{ (Senkrechte zur Quellgeraden durch } B)$$

$y_{\perp} y_{\text{Quelle}}; \Leftrightarrow -\frac{1}{\tan \alpha} x + y_B + \frac{1}{\tan \alpha} x_B = \tan \alpha x + y_Q - \tan \alpha x_Q;$  (Schnittpunkt der Senkrechten mit der Quellgeraden)

$$x = \frac{y_B + x_B \frac{1}{\tan \alpha} - y_Q + x_Q \tan \alpha}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}};$$

Setzt man dieses  $x$  in die Geradengleichung der Quellgeraden ein, so erhält man die  $y$ -Koordinate des Schnittpunkts. Mit bekannter  $x$ - und  $y$ -Koordinate kann man dann die Entfernung zur Quellgeraden wie gewohnt mittels dem Satz des Pythagoras bestimmen.

### 1.72.7 Abschließende Bemerkung

Viele Quellen über Kohärenz gehen sehr schnell auf technisch wichtige Details über Laser ein – welche Art von Laser, wie müssen Laser auf „optical tables“ befestigt werden, wie können Erschütterungen am besten gedämpft werden, usw. –, erläutern die Bedeutung von Kohärenz im Rahmen der Quantenphysik (besonders auffällig war das Bose–Einstein-Kondensat), oder nutzen vektorielle Wellengleichungen und Fouriertransformationen, zu deren Interpretation wir noch nicht in der Lage sind.

Dies behindert natürlich den Lernprozess: Man möchte weniger über die genauen technisch relevanten Details bescheid wissen, sondern sich erst ein Gesamtbild machen. Später kann man sich dann mit Details auseinandersetzen.

Ein großes Problem war auch, dass es mir nicht möglich war, ein widerspruchsfreies Bild über Kohärenz herzuleiten, solange ich an der Korrektheit unserer Unterrichtsstunde über Kohärenz festhielt; alle Quellen, die ich erfolgreich interpretieren konnte, widersprachen dem Tafelbild.

Da die Quellen unter sich widerspruchsfrei waren, die Definitionen von zeitlicher und räumliche Kohärenz nach den Quellen (Phasendifferenz bei zwei festen Punkten und variabler Zeit bzw. zwei festen Zeitpunkten und variablen Ort) mir einleuchteten und die Graphen der Unterrichtsszenarien die Definitionen auch unterstützten, entschied ich mich mangels Alternativen, der Literatur zu folgen.

Wird Kohärenz wirklich so unterschiedlich verstanden?

### 1.72.8 Quellen

[1 ]

Wikipedia-Eintrag zu Intensität: »<http://de.wikipedia.org/wiki/Intensit%C3%A4t>«

[2 ]

Grundlagen von zeitlicher und räumlicher Kohärenz im Hinblick auf Laserphysik von Rico Poser: »<http://www.philippitrustrust.de/hendrik/braunschweig/wirbeldoku/poser.html>« (unten)

[3 ]

Wikipedia-Eintrag zu Michelson: »[http://de.wikipedia.org/wiki/Albert\\_Abraham\\_Michelson](http://de.wikipedia.org/wiki/Albert_Abraham_Michelson)«



- [4 ]  
Nichtöffentliches Vorlesungsskript von Mark Wolf über Wellenoptik
- [5 ]  
**Prognosen und Thesen . . . nicht nur zum Schmunzeln** von Hermann Maurer, veröffentlicht im Informatik-Spektrum 23 (2000) 1, S. 51–59
- [6 ]  
Englischer Wikipedia-Eintrag zu Kohärenz: »<http://en.wikipedia.org/wiki/Coherence>«
- [7 ]  
Mail von Kai-Martin Knaak über räumliche Kohärenz: »<http://groups.google.com/group/sci.optics/msg/1970bdc7f85af635?hl=en>«
- [8 ]  
**Lasers: What is Coherence?** von William Beaty: »<http://amasci.com/miscon/coherence/>«
- [9 ]  
Wikipedia-Eintrag zu kohärenter Strahlung: »<http://de.wikipedia.org/wiki/Kohärenz>«
- [10 ]  
Mail von „Billy Fish“ über räumliche und zeitliche Kohärenz:  
»<http://groups.google.com/group/sci.optics/msg/1970bdc7f85af635?hl=en>«
- [11 ]  
Mail von Gleb Vdovin über die Beziehung von räumlicher Kohärenz und der „Geradheit“ von Wellen: »<http://groups.google.com/group/sci.optics/msg/1970bdc7f85af635?hl=en>«
- [12 ]  
Mail von Doug Goncz über den Zusammenhang von räumlicher Kohärenz und Kreiswellen: »<http://groups.google.com/group/sci.physics/msg/1970bdc7f85af635?hl=en>«
- [13 ]  
Skript über Wellenoptik von T. Hebbeker: »<http://www.physik.rwth-aachen.de/~hebbeker/lectures/ph3'0203/p323'105/p323'105.html>«
- [14 ]  
Englischer Wikipedia-Eintrag zur Kohärenzlänge: »[http://en.wikipedia.org/wiki/Coherence\\_length](http://en.wikipedia.org/wiki/Coherence_length)«

## 1.73 81. Hausaufgabe

### 1.73.1 Exzerpt von B. S. 131: Interferenz zweier Kreiswellen

Wellen überlagern (interferieren) sich ungestört. Mathematisch ausgedrückt erhält man die Auslenkung in einem bestimmten Punkt durch Addition der Auslenkungen aller an der Interferenz beteiligten Wellen.

### 1.73.2 Exzerpt von B. S. 132: Gangunterschied, konstruktive und destruktive Interferenz

Destruktive Interferenz zweier Wellen tritt bei einer Phasendifferenz von  $\pi$  (oder einem ungeradzahligen Vielfachen) ein, konstruktive bei (ganzzahligen Vielfachen von)  $2\pi$ .

Die Phasendifferenz zweier Kreiswellen in einem bestimmten Punkt beträgt  $\Delta\varphi = \frac{r_2 - r_1}{\lambda} 2\pi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda}$ , wobei  $r_1$  bzw.  $r_2$  der Abstand zur jeweiligen Quelle ist.  $\Delta r$  ( $\Delta s$ ) nennt man Gangunterschied.

Interferenztyp	Phasendifferenz	Gangunterschied
Konstruktive Interferenz	$0, 2\pi, 4\pi, \dots$	$0, \lambda, 2\lambda, \dots$
Destruktive Interferenz	$\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$	$\frac{\lambda}{2}, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots$

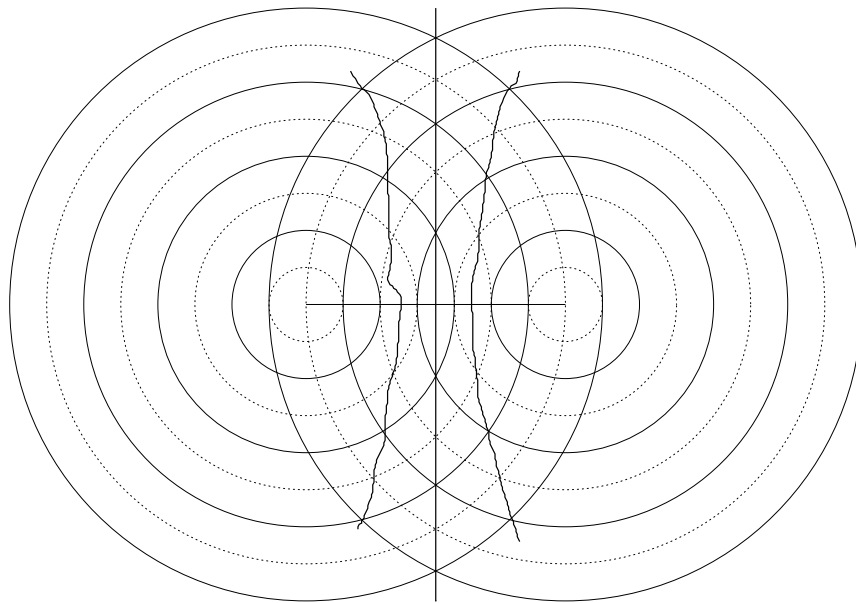
### 1.73.3 Exzerpt von B. S. 133: „Zweidimensionale stehende Wellen“ (Interferenzmuster), Energieverteilung bei Interferenz

Es kann vorkommen, dass Wellen so interferieren, dass es Punkte gibt, an denen die Auslenkung konstant Null ist, analog zu den Wellenknoten bei stehenden Wellen.

Die Energie in den Interferenzminima ist konstant Null; dass, obwohl die Wellenquellen permanent Energie aussenden. Dieses Kriterium – dass keine Energie an bestimmte Punkte gelangt, obwohl dorthin Energie ausgesendet wird – kann Hinweis auf einen möglichen Wellencharakter eines Phänomens sein.

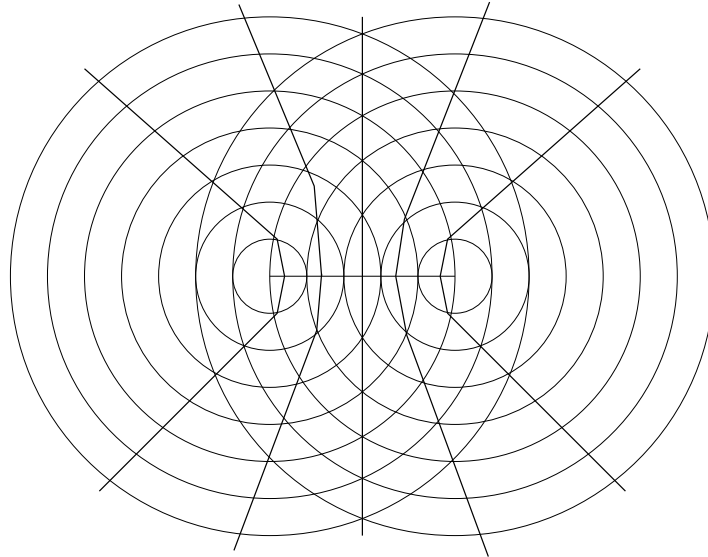
**1.73.4 Buch Seite 133, Aufgabe 1**

Zeichnen Sie eine Interferenzfigur ähnlich Abb. 133.1, die entsteht, wenn der Erreger  $L_2$  gegenüber  $L_1$  mit der Phasenverschiebung  $\Delta\varphi = \pi$  schwingt. (Zeichnung  $\overline{L_1L_2} = 7,0 \text{ cm}$ ,  $\lambda = 2,0 \text{ cm}$ , Wellenberge durchgezogen, Wellentäler gestrichelt, Interferenzstreifen durch den Phasenunterschied kennzeichnen.)

**1.73.5 Buch Seite 133, Aufgabe 2**

Zwei phasengleich schwingende Wellenerreger erzeugen Kreiswellen der Wellenlänge  $\lambda$ . Ihr Abstand beträgt die fünffache Wellenlänge.

- Welchen Winkel bildet der „gerade Teil“ des Interferenzmaximums 1. Ordnung mit der Symmetrieachse?
- Wie viele Interferenzhyperbeln werden erzeugt?



- c) Lässt sich eine Gesetzmäßigkeit zwischen der Anzahl der Interferenzhyperbeln und dem Abstand der Wellenerreger bei vorgegebener Wellenlänge aufstellen?

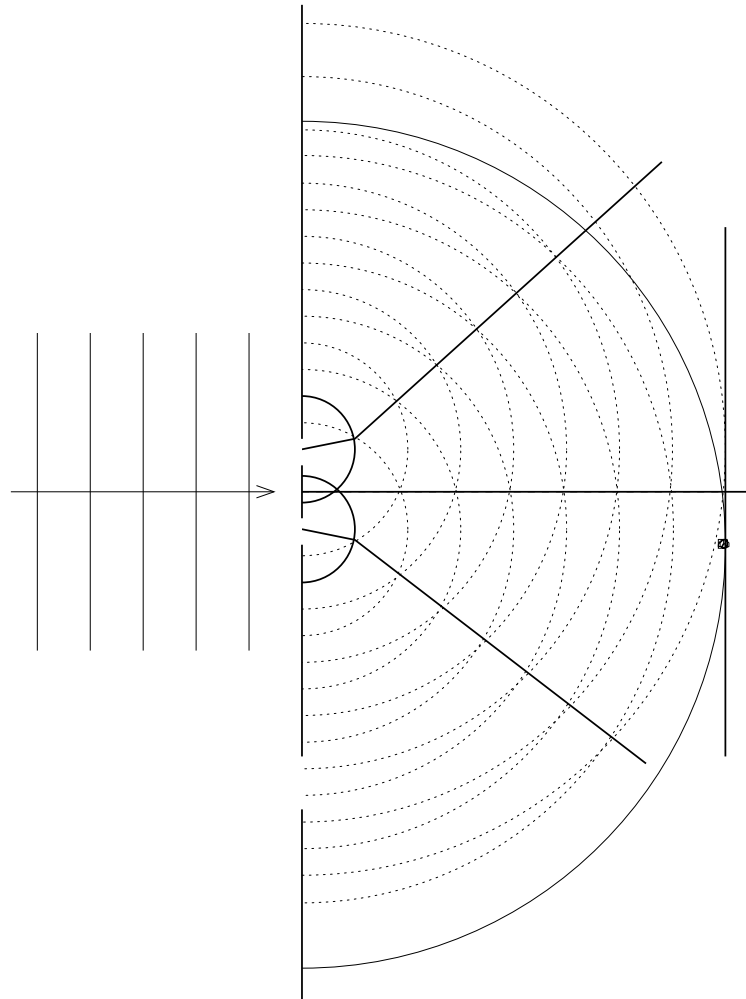
Ja, die Zahl der Interferenzhyperbeln entspricht der Zahl der ganzzahligen Vielfache der Wellenlänge „in“ dem Erregerabstand.

03.05.2006

## 1.74 82. Hausaufgabe

### 1.74.1 HUYGENSsche Elementarwellen beim Doppelspaltexperiment

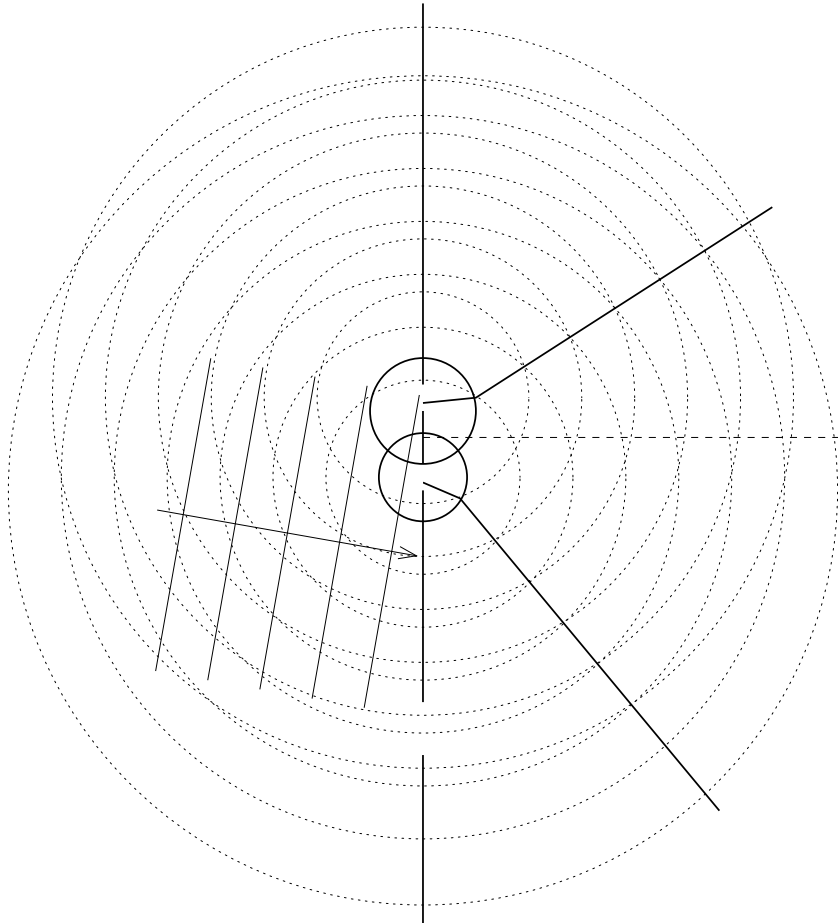
Phasenverschiebung 0



**Phasenverschiebung**  $\frac{\pi}{3}$

Phasenverschiebung  $\frac{\pi}{3}$  als Gangunterschied:  $\frac{\lambda}{6}$

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d};$$



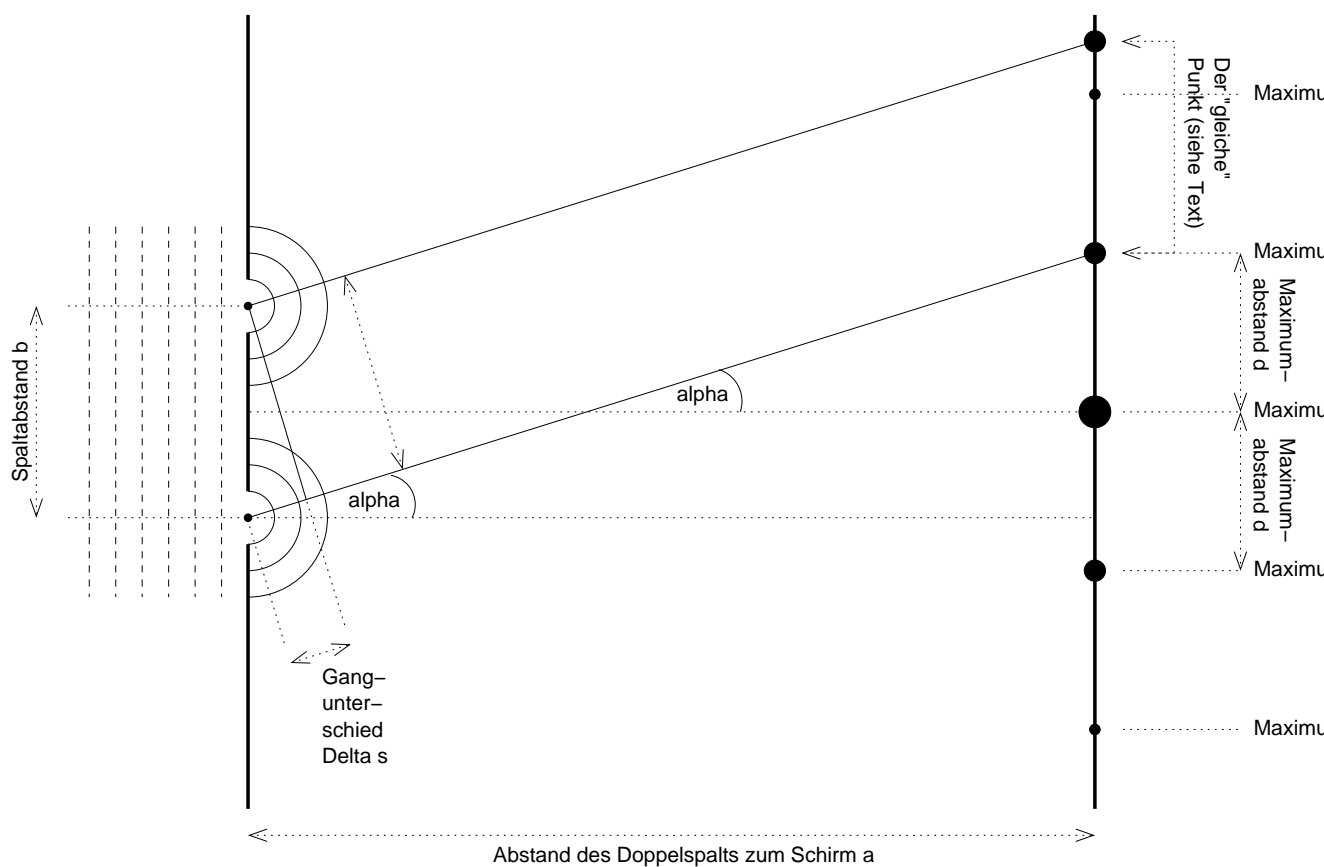
05.05.2006

## 1.75 83. Hausaufgabe

### 1.75.1 Trickereien beim Interferenzexperiment zur Wellenlängenbestimmung

Möchte man die Wellenlänge einer monochromatischen Lichtwelle messen, kann man das nur indirekt tun, da die Wellenlänge üblicherweise im Bereich einiger hundert Nanometer liegt; solch kleine Längen kann man unmöglich direkt messen.

Stattdessen betrachtet man die Interferenzphänomene der Lichtwelle und schließt dann vom Interferenzmuster auf die Wellenlänge.



Über die trigonometrische Beziehung  $\sin \alpha = \frac{\Delta s}{b}$  lässt sich der Gangunterschied zu  $\Delta s = b \cdot \sin \alpha$  bestimmen. Der Abstand des Doppelspalts zum Schirm  $a$  und der Spaltabstand  $b$  können gemessen werden (bzw. wird vom Hersteller angegeben). Der Winkel  $\alpha$  kann über  $\tan \alpha = \frac{d}{a}$  bestimmt werden.

Damit sich ein Interferenzmaximum ausbildet, muss die Phasendifferenz zwischen den beiden HUYGENSschen Elementarwellen, die man sich als in den Spalten entstehend denkt, genau Null oder ein anderes ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  betragen.

Umgerechnet auf den Gangunterschied (mit der Beziehung  $\frac{\Delta \varphi}{2\pi} = \Delta s$ ) ergibt sich für den nötigen Gangunterschied für das Maximum 0. Ordnung  $\Delta s = 0$  m und für das Maximum 1. Ordnung  $\Delta s = \lambda$ .

Eingesetzt in die oben hergeleitete Beziehung von  $\Delta s$  zu  $\alpha$  ergibt sich:

$$\Delta s = \lambda = b \cdot \sin \alpha = b \cdot \sin \arctan \frac{d}{a};$$

Man erhält also eine Formel für die Wellenlänge  $\lambda$ , die ausschließlich makroskopische Größen enthält! :)

Diese Formel kann mit der **Kleinwinkelnäherung** –  $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$  für kleine  $\alpha$  (kleinergleich  $5^\circ$ ) – noch vereinfacht werden:

$$\lambda \approx b \cdot \sin \arcsin \frac{d}{a} = b \cdot \frac{d}{a};$$

Umgekehrt kann man auch bei bekannter Wellenlänge die Position der Maxima berechnen:

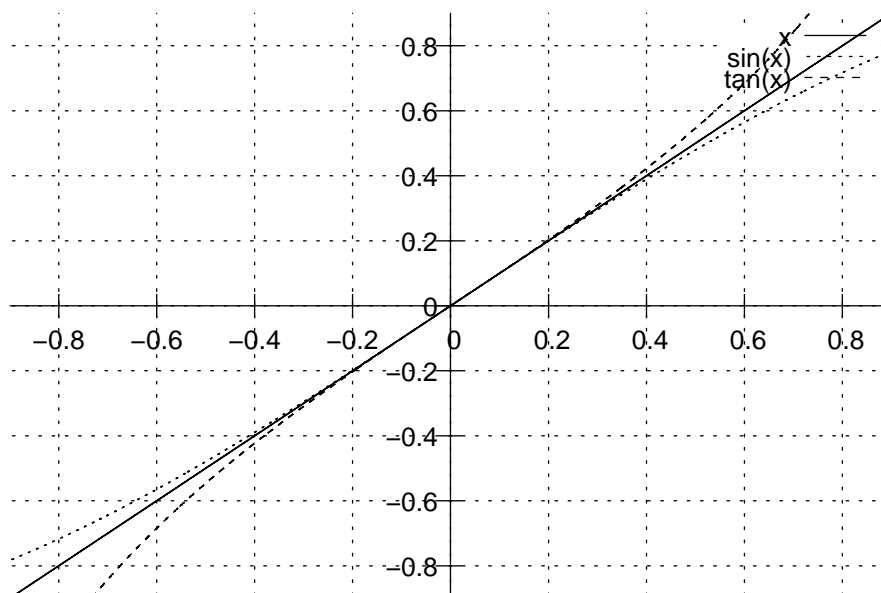
$$d_0 = 0 \text{ m}; \quad d_1 = \lambda \frac{a}{b}; \quad d_2 = 2 \lambda \frac{a}{b}; \quad d_3 = 3 \lambda \frac{a}{b}; \quad \dots$$

Im Folgenden sollen nun die versteckten Trickserien dieser Argumentation aufgedeckt werden.

### Numerische Trickserie: Kleinwinkelnäherung

Benutzt man die Kleinwinkelnäherung, so wird das Ergebnis natürlich verfälscht. Wie stark aber wird es verfälscht?

Nehmen wir beispielsweise als Spaltabstand 1 mm und als Abstand zum Schirm 1 m, so beträgt der Fehler...



$$\arctan \frac{1 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \arctan 0,001 \approx 0,057 295 76; \quad \arcsin 0,001 \approx 0,057 295 789;$$

$$\frac{|\arctan 0,001 - \arcsin 0,001|}{\arcsin 0,001} \approx 0,5 \cdot 10^{-7} = 0,000 000 5 = 0,000 05 \%;$$



Es ist wohl nicht angemessen anzunehmen, man könne den Spaltabstand und den Abstand zum Schirm so genau messen, dass man diesen Fehler berücksichtigen müsste!

Außerdem handelt es sich bei dieser „Trickserei“ um eine Trickserei, die man nur aus Bequemlichkeit macht – es hindert einen nichts daran, beim Ausrechnen der Wellenlänge  $\sin \arctan \frac{d}{a}$  statt  $\frac{d}{a}$  in den Taschenrechner einzutippen.

### **Numerische Trickserei: Perfekte Kreiswellen?**

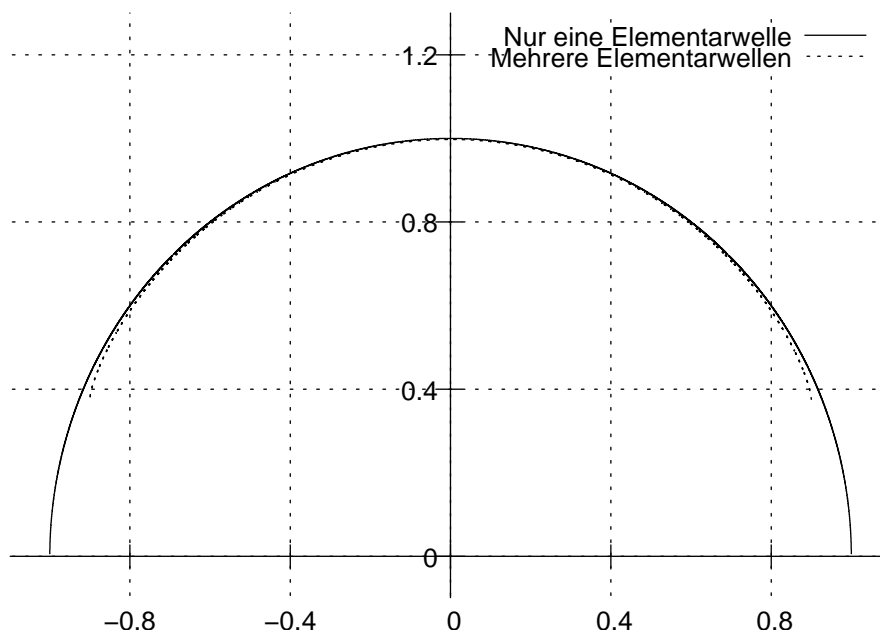
In den Spaltpunktmittelpunkten denkt man sich die Entstehung HUYGENSscher Elementarwellen – perfekter Kreiswellen. Deren Ausbreitungsrichtung wird dann als Basis für die weiteren Berechnungen genutzt.

Problematisch dabei ist nun, dass die Größe der beiden Spalten nicht wie von der Mathematik gefordert Null ist, sondern in der Größenordnung einiger hundertstel Millimeter liegt.

Daher entsteht nicht nur jeweils eine Elementarwelle in den beiden Spalten, wie es bei „exakt punktförmigen“ Spalten, also Spalten ohne räumliche Ausdehnung, der Fall wäre, sondern unendlich viele („jeweils eine in jedem Punkt“), welche sich alle überlagern und zusammen nur noch annähernd eine Kreiswelle bilden.

Man sich auch entschließen, diese Annäherung nicht zu akzeptieren und stattdessen die in jedem Spaltpunkt entstehenden Elementarwellen mathematisch modellieren. Mit geeigneter Integration und Aufsummierung ist dies zwar prinzipiell machbar, übersteigt aber weit die Schulmathematik und, noch wichtiger, steht in keinem Verhältnis zum Nutzen.

Es wohl noch einige Zeit dauern, bis man im Femtometerbereich genau messen kann – und erst dann wird sich das Vereinfachen der unendlich vielen Elementarwellen auf genau eine bemerkbar machen.



### Experimentelle Trickserei: Räumlich ausgedehnte Interferenzmaxima!

Zur Berechnung der Wellenlänge zieht man  $d$ , den Abstand vom Maximum 0. Ordnung zum Maximum 1. Ordnung, heran. Problematisch dabei ist, dass es pro sichtbarem Interferenzmaximum nur einen einzigen Punkt gibt, an dem die Gesamtamplitude wirklich maximal ist. An den anderen Punkten des „Flecks“ beträgt die Amplitude beispielsweise nur („nur“) 99 % der Maximalamplitude.

Das bedeutet, dass man beim Bestimmen von  $d$  zwangsläufig einen Fehler macht. Ich rate intelligent und behaupte, dass man  $d$  – insbesondere wenn man sich die Symmetrieeigenschaften der „Lichtflecken“ zunutze macht – auf zehntel oder sogar hundertstel Millimeter genau bestimmen kann. Diese Messgenauigkeit sollte wohl in den meisten Fällen ausreichen.

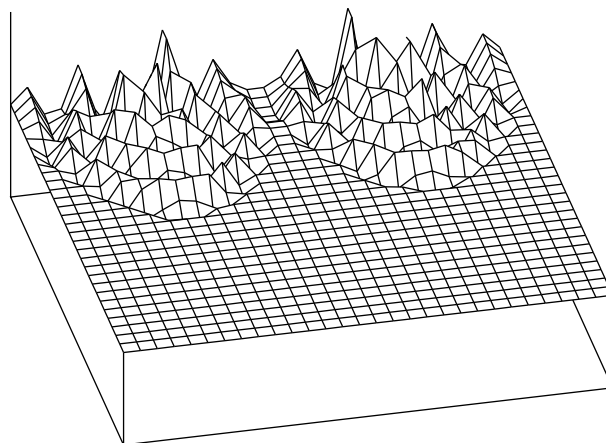
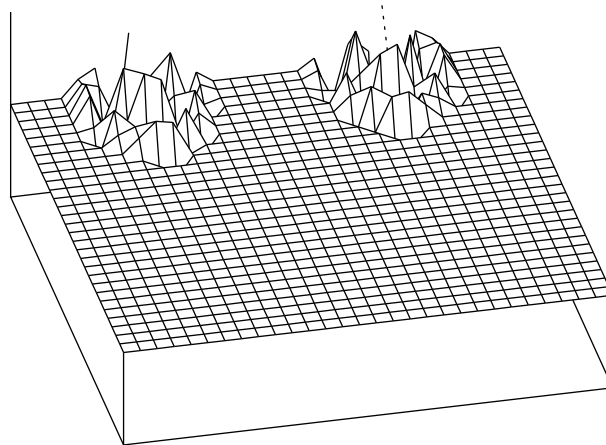
### Gedankliche Trickserei: Lichtstrahlen?

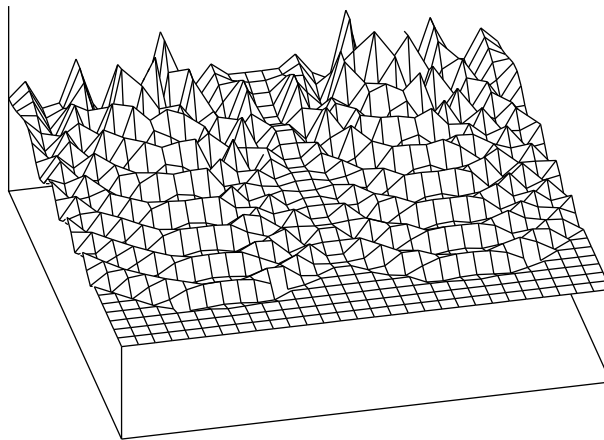
Ironischerweise nutzt man das Konzept der Lichtstrahlen beim Doppelspaltexperiment – einem Versuch, bei dem eine einfallende Lichtwelle nur durch Beugung interferiert. Dabei gibt es Beugung in der traditionellen geometrischen Optik gar nicht!

Anders als in der geometrischen Optik behaften wir die Lichtstrahlen aber mit einer zusätzlichen Eigenschaft, der Phase in einem Strahlpunkt;

damit ist diese Trickserei gerechtfertigt und stellt lediglich eine Vereinfachung dar.

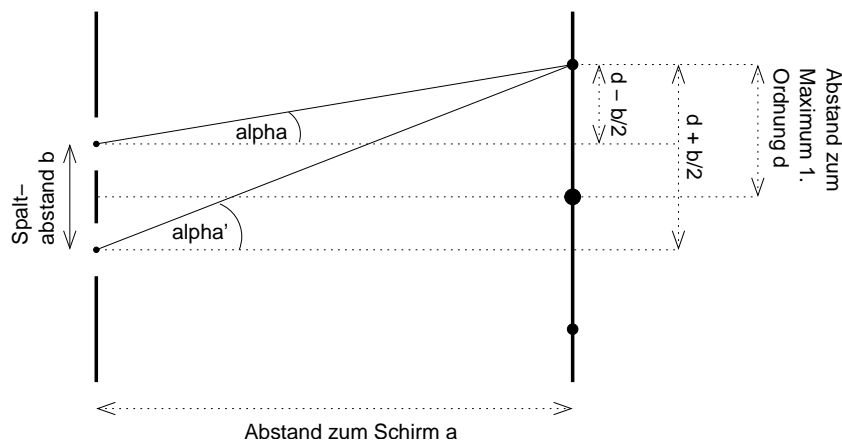
Alternativ kann man auch die zwei Elementarwellen der beiden Spalte mathematisch überlagern. Ohne die Vereinfachung ist die Berechnung der Interferenzmaxima- und -minima allerdings sehr viel komplizierter. Primär wollen wir die physikalischen Phänomene hinter dem Doppelspalt verstehen, nicht das Mathematik-Studium vorgeifen.





### Gedankliche Trickserie: Parallelität der Lichtstrahlen der beiden Spalten?

Unsere Berechnung wurde durch die Annahme, dass die Lichtstrahlen, die beide zum gleichen Punkt führen, parallel sind, sehr vereinfacht. Wie groß ist der Fehler unter typischen Versuchsbedingungen?



$$\tan \alpha = \frac{d - \frac{b}{2}}{a}; \quad \tan \alpha' = \frac{d + \frac{b}{2}}{a};$$

Mit einem Spaltabstand von  $b = 1 \text{ mm}$ , dem Abstand zum Schirm  $a = 1 \text{ m}$  und der Entfernung des Maximums 0. Ordnung zum Maximum 1. Ordnung  $d = 1 \text{ mm}$  ergeben sich  $\alpha$  und  $\alpha'$  zu:

$$\alpha = \arctan \frac{d - \frac{b}{2}}{a} \approx 0,029^\circ; \quad \alpha' = \arctan \frac{d + \frac{b}{2}}{a} \approx 0,086^\circ;$$

Unsere Vereinfachung besteht darin, für  $\alpha'$  auch  $\alpha$  zu nehmen. Der absolute Fehler beträgt dabei

$$|\alpha - \alpha'| \approx 0,057^\circ,$$

also weniger als ein zehntel Grad – diese Trickserei ist damit ziemlich klar zulässig.

### **Gedankliche Trickserei: Konzept des Punkts?**

Eine Vereinfachung, die sich auch in vielen anderen Bereichen der Physik findet, ist das Konzept des mathematisch idealisierten Punkts. Im Gegensatz zur Mathematik, wo man bei allen differenzierbaren Kurven von infinitesimalen Punkten sprechen kann, kann man das in der Physik nur begrenzt – streng genommen müsste man immer von Intervallen sprechen.

Allerdings ist das Rechnen mit Intervallen um einiges komplizierter als das mit einfachen skalaren Zahlenwerten und ist wohl den Aufwand nicht wert.

Sind Missverständnisse ausgeschlossen, ist es daher durchaus zulässig diese theoretische Vereinfachung vorzunehmen. Wie bei allen anderen sprachlichen Vereinfachungen muss man nur darauf achten, dass alle Beteiligten wissen, was wirklich gemeint ist!

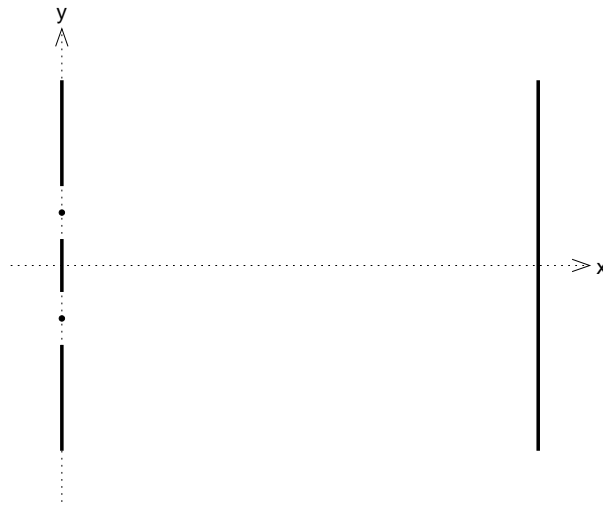
### **Frage: Trotz genauer Funktionsterme keine perfekten Interferenzminima im Graphenplotter**

Eine Elementarwelle, die im Punkt  $(0, c)$  zur Zeit  $t = 0$  entsteht, modellieren wir mathematisch als dreistellige Funktion.  $r_c(x, y)$  sei der Abstand eines bestimmten Wellenpunkts zum Wellenursprung.

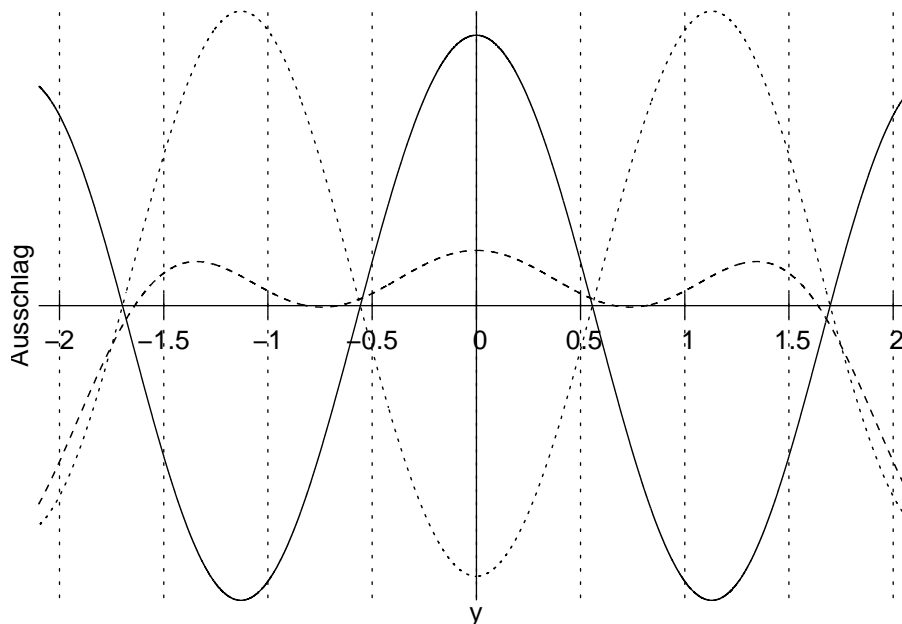
$$f_c(x, y, t) = \underbrace{\frac{\hat{A}}{r_c(x, y)}}_{\substack{\text{Abnehmende} \\ \text{Amplitude}}} \sin 2\pi \left[ \omega t + \frac{1}{\lambda} r_c(x, y) \right];$$

Die Überlagerung der Elementarwellen der beiden Spalte ist dann:

$$F(x, y, t) = f_c(x, y, t) + f_{-c}(x, y, t);$$



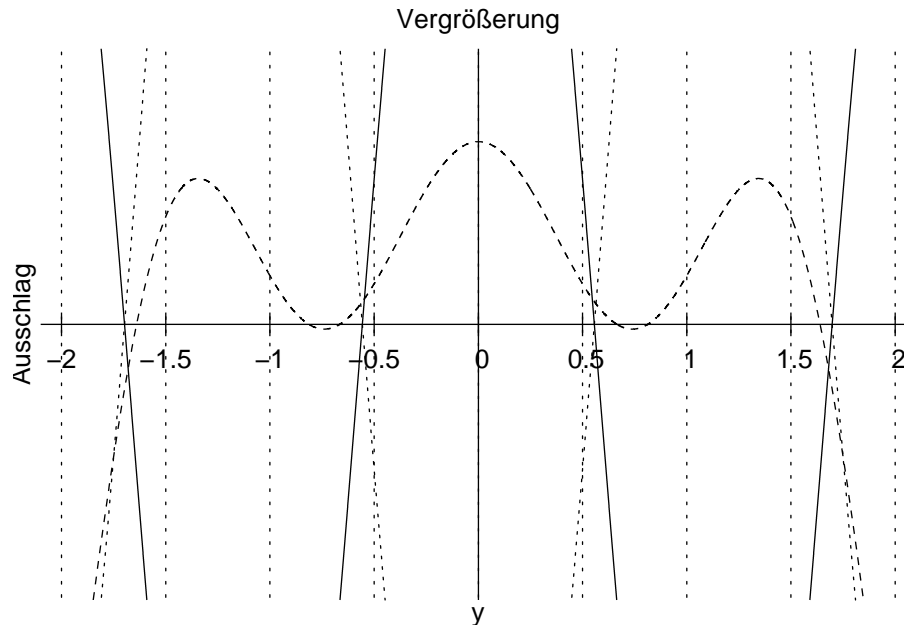
Damit ergibt sich der folgende Graph, der die Ausschläge in einem festen  $x$  zu drei verschiedenen Zeitpunkten in Abhängigkeit von  $y$  zeigt.



Unter einem Interferenzminimum versteht man einen Punkt, in dem der Gesamtausschlag zu jeder Zeit Null ist – ein Punkt, den man im Kontext stehender Wellen als Knoten bezeichnen würde.

Bei vielen Zeitpunkten stimmt unsere Erwartung auch mit dem Graph überein, zu einigen anderen Zeitpunkten aber „verfehlt“ die

Kurve den Nullpunkt knapp. Nur ein numerisches Artfakt oder habe ich eine Vereinfachung übersehen, welche das Ergebnis verfälscht?



09.05.2006

## 1.76 84. Hausaufgabe

### 1.76.1 Zentimeterwellen

Sehr interessant war es, einmal Zentimeterwellen anstatt der sonst üblichen Nanometerwellen zu untersuchen: Die Wellenlänge von Zentimeterwellen liegt naheliegenderweise im Zentimeterbereich, also im Makroskopischen.

Dies hat den generell den Vorteil, dass man Vieles per Hand machen kann und nicht auf spezielle Vorarbeiten angewiesen ist. Beispielsweise kann man einen Doppelspalt einfach durch drei elektromagnetische Strahlung reflektierende Metallplatten realisieren; man ist nicht auf vorgefertigte Doppelspaltdias mit einer Spaltbreite einiger zehntel Millimeter angewiesen.

Auch besteht ein Polarisator einfach aus mehreren parallelen Metallstäben, statt aus einer viel undurchschaubareren Substanz.

Natürlich haben Zentimeterwellen auch einen Nachteil: Da es sehr unpraktisch ist, ist Fernfeld zu gehen – mehrere hundert Meter wären wohl nötig –, kann man nur im Nahfeld operieren. Das bedeutet, dass man einige Formeln das Fernfeld betreffend nicht einfach übernehmen kann.

Grundlegende Erkenntnisse, wie zum Beispiel dass sich Interferenzmaxima genau dann ausbilden, wenn der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist, gelten aber natürlich auch bei Zentimeterwellen.

Am Rande interessant ist noch, dass man im Kontext realer Versuche schnell dazu übergeht, von Wellenlängen statt Frequenzen zu sprechen, obwohl die Frequenz das charakteristische Merkmal einer Welle ist – die Wellenlänge kann sich bei einem Wechsel des Mediums durchaus ändern, die Frequenz bleibt aber gleich.

09.05.2006

### 1.76.2 Versuchsergebnisse

#### Schwierigkeiten

- Richtiger Messbereich von Verstärker und Spannungsmessgerät
- Reflexion durch Umwelt/Experimentatoren/unwillkürliche Handbewegungen
  - Wellenknoten nicht bei einem Ausschlag von Null, sondern einem fest Wert größer Null (→ „Witz“)
  - Umweltreflexion macht mehr aus als Knoten↔Bauch-Unterschied!

#### Stehende Welle

- Plattenabstand: 64 cm ( $20 \lambda$ )
- Knotenabstand ziemlich genau  $\frac{\lambda}{2}$  (2 cm statt 1,6 cm)



**Doppelspaltexperiment (vgl. B. S. 298)**

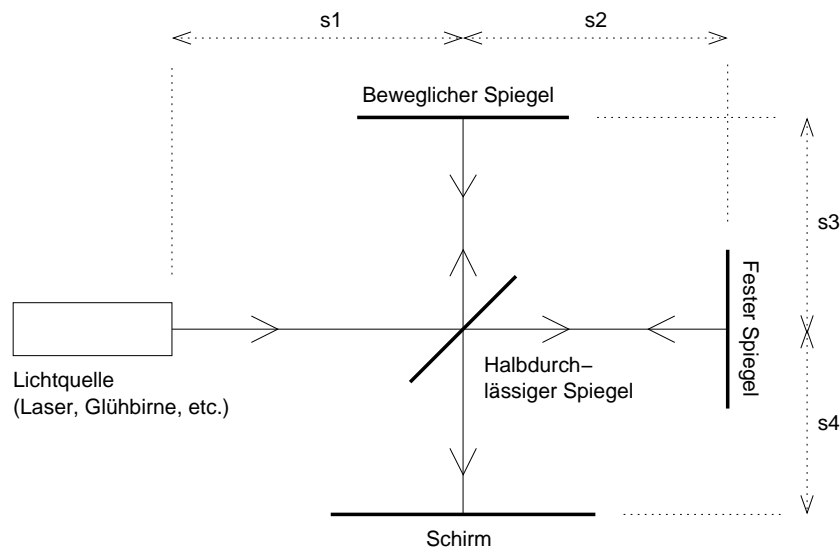
- Finden des Haupt- und Nebenmaximums relativ einfach
- Weglängenunterschied (Gangunterschied) ungefähr 3 cm, also fast  $\lambda$  (laut Handbuch 3,2 cm)

**Polarisationsexperiment**

- Schwingungsebene der Wellen: Senkrecht zum Boden
- Eindrucksvolle Demonstration der Theorie: Vollständige Wellenabschirmung bei senkrechter Stellung des Analysators

(Benötigte Zeit: 51 min)

21.05.2006

**1.77 88. Hausaufgabe****1.77.1 Michelsoninterferometer**

Die wichtigsten grundlegenden Gesetze und Tatsachen der Physik sind entdeckt [...] und daher ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie jemand durch neue Entdeckungen ergänzt, äußerst gering.

– Albert Abraham Michelson, 1903

Eine Möglichkeit der Bestimmung der Kohärenz eines Wellenfelds geht auf Albert Abraham Michelson zurück, den ersten amerikanischen Physiknobelpreisträger, der sich von 1887 bis etwa 1920 mit Interferometrie beschäftigte. Bekannt ist er für sein Michelsoninterferometer und den oben gedruckten Ausspruch.

Beim Michelsoninterferometer wird eine eingehende Lichtwelle zuerst durch einen Strahlteiler, üblicherweise einem halbdurchlässigen Spiegel, in zwei Wellen geteilt. Der durchgelassene Teil der Welle wandert zum festen Spiegel rechts, zurück zum Strahlteiler und schließlich zum Schirm.

Der reflektierte Teil der Welle wandert zum beweglichen Spiegel oben, zurück zum Strahlteiler und schließlich ebenfalls zum Schirm, wo transmittierte und reflektierte Teilwelle interferieren.

Das Interferenzmuster hängt von den Phasen der beiden Teilwellen ab am Schirm ab. Hat eine der beiden Teilwellen beispielsweise gerade ein Maximum und die andere ein Minimum, so löschen sich beide vollständig aus; man spricht von vollständiger destruktiver Interferenz. Sind die Ausschläge der beiden Teilwellen beim Eintreffen auf dem Schirm beide maximal, kommt es zu vollständiger konstruktiver Interferenz.

Zur Bestimmung der Kohärenz der einfallenden Welle ist die Weglängendifferenz  $\Delta s$  interessant. Diese errechnet sich durch die Differenz der Längen, die die beiden Teilwellen zurücklegen, bis sie auf dem Schirm eintreffen.

$$\Delta s = \underbrace{(s_1 + s_2 + s_2 + s_4)}_{\text{Transmittierte Welle}} - \underbrace{(s_1 + s_3 + s_3 + s_4)}_{\text{Reflektierte Welle}} = 2s_2 - 2s_3;$$

Es stellt sich nun heraus, dass sich ein klar sichtbares Interferenzmuster nur dann herausbildet, wenn die Weglängendifferenz  $\Delta s$  kleinergleich als die Kohärenzlänge  $l_c$  ist:  $\Delta s \leq l_c$ ;

Ist  $\Delta s > l_c$ , wird das sichtbare Interferenzmuster unscharf. Ist die Weglängendifferenz sehr viel größer als die Kohärenzlänge, so bildet sich fast gar kein sichtbares Muster mehr aus.

Variiert man  $s_3$ , verschiebt man also den beweglichen Spiegel, ändert sich also die Sichtbarkeit des Interferenzmuster. Ändert man  $s_3$  so, dass das Interferenzmuster gerade noch sehr scharf ist, ist der Weglängenunterschied näherungsweise gleich der Kohärenzlänge.

Die wiederholte Verwendung des einschränkenden Adjektivs „sichtbar“ in den vorhergehenden Absätzen hat einen Grund: Streng ge-

nommen bilden sich nämlich immer Interferenzmuster aus – schließlich interferieren die beiden Teilwellen immer, es gibt ja auch keinen Grund, wieso sie es nicht tun sollten.

Allerdings ändert sich das Muster zeitlich sehr schnell, wenn die Weglängendifferenz sehr viel größer als die Kohärenzlänge ist – mal interferieren die Wellen konstruktiv, dann destruktiv, dann wieder konstruktiv. Im Mittel wird weder destruktive noch konstruktive Interferenz bevorzugt; für unsere Augen entsteht dann nicht der Eindruck eines Musters, sondern nur der einer beleuchteten Fläche.

Es ist nicht so, als dass sich zwei Wellenzüge gegenseitig „beschnuppern“ würden, und dann, je nachdem ob die beiden Wellenzüge genügend kohärent sind oder nicht, interferieren.

### Fragen

- Wie kann man das Michelsoninterferometer auf Wasserwellen übertragen? Konkret: Was ist das Pendant zu halbdurchlässigen Spiegeln?
- Woher kommt es, dass Spiegel nur sichtbares Licht reflektieren? (Oder reflektieren sie auch noch elektromagnetische Wellen anderer Frequenz, tun dies aber nur noch sehr schwach?)
- Im Zuge meiner Recherche bin ich auf eine Webseite über Ausnutzung freier Energie gestoßen, welche behauptete, Wasserwellen höherer Frequenz würden sich schneller ausbreiten als welche niedriger Frequenz! Stimmt das? (Bei uns war  $c$  immer fest;  $c$  war also keine Funktion  $c(f)$  der Frequenz.)

(Benötigte Zeit: 37 min)

29.05.2006

## 1.78 90. Hausaufgabe

### 1.78.1 Buch Seite 329, Aufgabe 1

a) Röntgenlicht der Wellenlänge  $\lambda = 150 \text{ pm}$  wird an einem NaCl-Kristall reflektiert. In welchem Bereich muss dazu der Netzebenenabstand  $d$  im NaCl-Kristall liegen?

$$n\lambda = 1\lambda = 2d \sin \vartheta; \Leftrightarrow \sin \vartheta = \frac{\lambda}{2d} \leq 1; \Leftrightarrow d \geq \frac{\lambda}{2} = 75,0 \text{ pm};$$

b) Bestimmen Sie für  $d = 278 \text{ pm}$  die Glanzwinkel  $\vartheta$ , unter denen eine starke Reflexion zu erwarten ist.

$$n\lambda = 2d \sin \vartheta; \Leftrightarrow \vartheta = \arcsin \frac{n\lambda}{2d};$$

$$\vartheta_1 \approx 16^\circ; \quad \vartheta_2 \approx 33^\circ; \quad \vartheta_3 \approx 54^\circ;$$

### 1.78.2 Buch Seite 329, Aufgabe 2

Um Blutbahnen mit Röntgenstrahlen zu erfassen, spritzt man besondere Kontrastmittel ins Blut. Welche Eigenschaften müssen diese Flüssigkeiten haben?

Sie müssen Röntgegenstrahlung im Vergleich zum restlichen Gewebe stark absorbieren.

### 1.78.3 Buch Seite 329, Aufgabe 3

Wie kann aus weißem Röntgenlicht monochromatisches Röntgenlicht ausgesondert werden?

Trifft weißes Röntgenlicht auf einen Einkristall, so kommt unter einem bestimmten Winkel nur der Teil an, der die Bragg-Bedingung für den bestimmten Winkel erfüllt.

(Benötigte Zeit: 33 min)

31.05.2006

## 1.79 91. Hausaufgabe

### 1.79.1 Exzerpt von B. S. 328: Bestimmung des Spektrums von Röntgenstrahlung

Mittels der Drehkristallmethode kann das Spektrum von Röntgenstrahlung bestimmt werden. Dabei verbleibt das detektierende Zählrohr im gleichen Winkel, der die Röntgenstrahlung reflektierende Kristall wird aber gedreht.

Ordnet man den Kristallwinkeln die übers Zählrohr gemessenen Intensitäten zu, erhält man das Spektrum.

Aufgrund der Arbeitsweise von Röntgenröhren enthält im Labor erzeugte Röntgenstrahlung – weiße Röntgenstrahlung – üblicherweise ein kontinuierliches Grundspektrum.

Zusätzlich sind an einigen Stellen Maxima im Spektrum vorhanden. Diese sind charakteristisch für die verwendeten Röhrenmaterialien.

Es gibt außerdem die Möglichkeit, die Wellenlänge von Röntgenstrahlung an normalen optischen Gittern, statt an Kristallen, zu messen. Dazu geht man wie bei beispielsweise rotem Laserlicht vor, nur, dass man bei Röntgenstrahlung die elektromagnetischen Wellen unter sehr kleinen Winkeln einfallen lassen muss, weil dann der effektive Gitterabstände sehr viel kleiner ist als der tatsächliche.

Aus geometrischen Überlegungen kann man das leicht nachvollziehen; im Unterricht hatten wir auch schon davon gesprochen.

### **1.79.2 Exzerpt von B. S. 328: Charakterisierung „ungeordneter Kristalle“ durch Debye–Scherrer-Ringe**

Legt man einen Filmstreifen um Kristallpulver oder andere, nicht wie beispielsweise beim Kochsalzkristall perfekt ausgerichtete Substanzen wie Aluminiumbleche, auf die Röntgenstrahlung trifft, so bilden sich auf dem Film charakteristische Ringe aus. Diese Ringe werden Debye–Scherrer-Ringe genannt und rühren von den unterschiedlichen Orientierungen der einzelnen „Mini-Kristalle“ im Pulver her.

Je nach Pulverart sind die vorkommenden Orientierungen anders stochastisch verteilt; aus den Glanzwinkeln und den Intensitäten kann daher auf die stochastische Verteilung und damit auf den Pulvertyp geschlossen werden.

### **1.79.3 Exzerpt von B. S: 328f.: Charakterisierung von Kristallen durch Laue-Diagramme**

In Laue-Diagrammen entspricht jedem Punkt einer Netzebene des mit weißem Röntgenlicht bestrahlten Kristalls. Je nach Anordnung der Atome im Kristall ergeben sich dabei unterschiedliche Muster; kennt man das Muster, kann man daher auf den Makromolekülaufbau schließen.

(Benötigte Zeit: 57 min)

19.06.2006

## 1.80 92. Hausaufgabe

### 1.80.1 Exzerpt von B. S. 362: Relativistische Masse

Die bekannte Formel

$$E_{\text{kin}}(v) = \frac{1}{2}mv^2$$

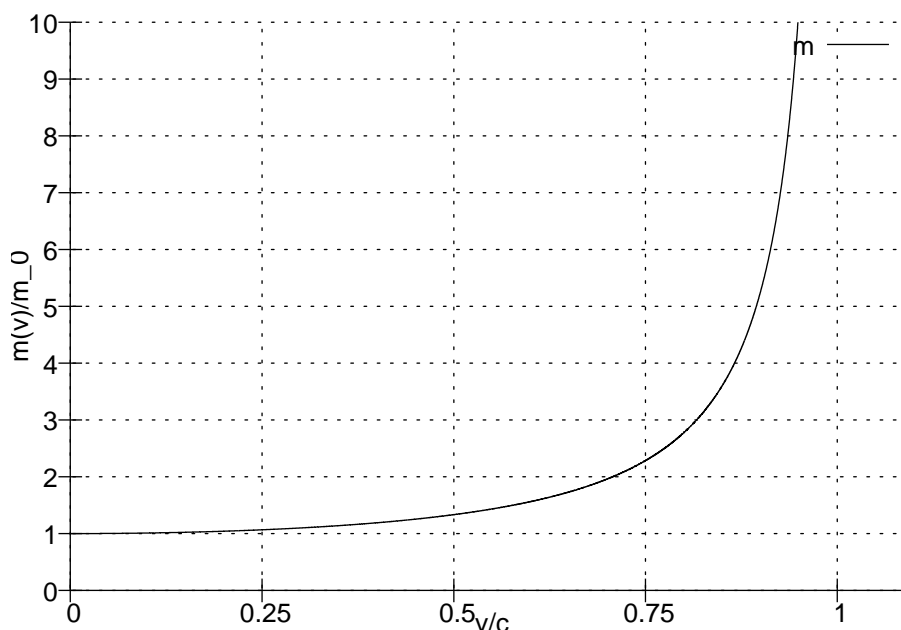
ist eine Näherung für eine exaktere Formel. Sie gilt nur für  $v \ll c$ .

Bei Geschwindigkeiten in der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit erklärt man die Masse als von der Geschwindigkeit abhängig:

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}};$$

Dabei ist  $m_0$  die Ruhemasse – die Masse für  $v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

In der Formel werden zwei sehr wichtige Konzepte der Relativität ausgedrückt: Zum Einen kann die Lichtgeschwindigkeit nicht überschritten werden, da für  $v > c$  der Radikand negativ ist, und zum anderen strebt die Masse für  $v \rightarrow c$  gegen Unendlich.



### 1.80.2 Vergleich der Definition der relativistischen Masse mit der Formelsammlung (S. 54f.)

Die Formelsammlung fasst einige Terme zu Variablen zusammen:

$$m = \gamma m_0 \text{ mit } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \text{ mit } \beta = \frac{v}{c};$$

Diese Substitution hat weder auf Definitionsbereich der Funktion  $m$  noch auf den Funktionsterm  $m(v)$  eine Auswirkung; die beiden Definitionen sind äquivalent.

### 1.80.3 Fragen

- Wie können sich Photonen („Photonen“) mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, wenn  $m(v)$  für  $v = c$  nicht definiert ist?  
(Auch wenn die Ruhemasse von Photonen Null ist, ist der  $m(v)$  für  $v = c$  immer noch undefiniert. (Beispiel aus der alltäglichen Kurvendiskussion:  $f$  mit  $f(x) = \frac{0}{x}$  ist bei  $x = 0$  nicht definiert.))
- Muss man jedem Körper eine Masse und jeder Masse eine kinetische Energie zuordnen können? Oder sind auch Körper, denen man keine Masse zuordnen kann, und Massen, denen man keine kinetische Energie zuordnen kann, „erlaubt“?

(Benötigte Zeit: 51 min)

20.06.2006

## 1.81 93. Hausaufgabe

### 1.81.1 Abtippen der rechten Spalte von B. S. 371

#### Relativistische Dynamik

Die relativistische Raum–Zeit-Geometrie führt zu einer neuen Dynamik. Grundlegen ist die **relativistische Massenzunahme**: Die **dynamische** Masse  $m$  eines Körpers wächst mit seiner Geschwindigkeit  $v$ :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}};$$

Für den relativistischen Impuls  $p$  gilt

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}};$$

### Äquivalenz von Energie und Masse

Die gesamte Energie  $E$  eines Körpers drückt sich in seiner dynamischen Masse  $m$  aus. Es gilt

$$E = mc^2;$$

Die **Gesamtenergie**  $E$  ist die Summe aus **Ruheenergie**  $E_0 = m_0c^2$  und **kinetischer Energie**  $E_{\text{kin}}$ :

$$E = E_0 + E_{\text{kin}};$$

mit

$$E_{\text{kin}} = E_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right);$$

Der **Energieerhaltungssatz**, der dem Satz von der Erhaltung der dynamischen Masse äquivalent ist, gilt damit im erweiterten Sinn: Bei Elementarteilchenreaktionen kann sich Ruheenergie (äquivalent zur Ruhemasse) in kinetische Energie umwandeln und umgekehrt kinetische Energie in Ruheenergie (Ruhemasse).

### Impulsenergie

Neben der **Energieerhaltung** gilt die **Impulserhaltung**: Bei Wechselwirkung von Teilchen in einem abgeschlossenen System bleibt die Summe der relativistischen Impulse erhalten.

**Zuätzlich** fügen sich Energie  $E$  und Impuls  $p$  zur Impulsenergie  $E_{\text{imp}}$  zusammen:

$$E_{\text{imp}} = E_0 = \sqrt{E'^2 - (cp')^2} = \sqrt{E''^2 - (cp'')^2} = \dots;$$

Die Impulsenergie genügt einem Erhaltungssatz und ist invariant gegenüber einem Wechsel des Bezugssystems: Die Impulsenergie  $E_{\text{imp}}$  hat **vor** und **nach** einer Wechselwirkung in jedem Inertialsystem  $I, I', I'', \dots$  denselben Wert. Als **invariante Erhaltungsgröße**, die man in der klassischen Mechanik nicht kennt, ist sie grundlegend für das Verständnis vieler Elementarteilchenprozesse.

(Benötigte Zeit: 11 min (+ 43 min Recherche))

21.06.2006



**1.82 94. Hausaufgabe****1.82.1 Buch Seite 363, Aufgabe 1**

Wie groß ist die Ruheenergie eines Elektrons? Auf welche Geschwindigkeit muss man das Elektron beschleunigen, um seine Energie zu verdoppeln?

$$E_0 = 511 \text{ keV};$$

$$mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} c^2 = \frac{E_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 2E_0;$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 2;$$

$$\Leftrightarrow |v| = \sqrt{\frac{3}{4}} c;$$

**1.82.2 Buch Seite 363, Aufgabe 2**

Wie groß ist die dynamische Masse der Elektronen, wenn sie im Beschleuniger die Energie 20,5 GeV erhalten?

$$E = E_0 + E_{\text{kin}} = mc^2;$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{E_0 + E_{\text{kin}}}{c^2} = m_0 + \frac{E_{\text{kin}}}{c^2};$$

**1.82.3 Buch Seite 363, Aufgabe 3**

Um wie viel schwerer wird 1 kg Eis, wenn es schmilzt? Kann man diese Massenzunahme messen ( $Q_S = 333,5 \frac{\text{J}}{\text{g}}$ )?

$$E_0 + Q_S \cdot 1 \text{ kg} = m'_0 c^2;$$

$$\Leftrightarrow m'_0 - m_0 = \frac{Q_S \cdot 1 \text{ kg}}{c^2} - m_0 \approx 3,7 \text{ ng};$$

(Benötigte Zeit: 27 min)

03.07.2006

**1.83 95. Hausaufgabe****1.83.1 Nachlesen des Spektrums von Hg-Dampf-Lampen**

$$\frac{\lambda}{\text{nm}} = 579,1, 577,0, 546,1, 491,6, 435,8, 407,8, 404,7;$$

**1.83.2 Wie viele Maxima gibt es für  $g_1 = \left(\frac{1000}{\text{mm}}\right)^{-1}$  und  $g_2 = \left(\frac{1000}{\text{cm}}\right)^{-1}$ ?**

$$n\lambda = g \sin \alpha;$$

$$\frac{n\lambda}{g} = \sin \alpha \leq 1;$$

$$n \leq \frac{g}{\lambda};$$

		579,1 nm		404,7 nm	
	-----+	-----	+	-----	
$g_1$		3 (1,7)		5 (2,5)	
$g_2$		35 (17,3)		49 (24,7)	

(Benötigte Zeit: 49 min)

04.07.2006

## 1.84 96. Hausaufgabe

### 1.84.1 Selbstgestellte Aufgabe

$$p_e = p_p = 1,5 \cdot 10^{-17} \text{ Ns};$$

$$\mathcal{B} = 100 \text{ mT};$$

$$(m(v)c^2)^2 = E^2 = E_0^2 + (pc)^2;$$

$$m(v) = \frac{\sqrt{E_0^2 + (pc)^2}}{c^2};$$

$$p = m(v)v; \Leftrightarrow v = \frac{p}{m(v)};$$

$$\text{Fürs Elektron: } m(v) = 5,7 \cdot 10^{-12} \text{ kg}; \quad v = 2,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$\text{Fürs Proton: } m(v) = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ kg}; \quad v = 1,4 \cdot 10^{-9};$$

(Benötigte Zeit: 17 min)

20.09.2006

## 1.85 99. Hausaufgabe

### 1.85.1 Exzerpt von B. S. 374f.: Das PLANKSche Wirkungsquantum

Bei unseren Photoeffektversuchen nutzten wir eine verstellbare Gegenspannung, um die Elektronenenergie zu bestimmen. Statt einer

Gegenspannung kann man alternativ auch einen Kondensator nutzen, welcher vom Photostrom aufgeladen wird.

Wir haben uns aus rein praktischen Gründen gegen den Versuchsaufbau mit Kondensator entschieden: Da der Photostrom sehr klein ist – in der Größenordnung von  $10^{-9}$  A – benötigt man einen Kondensator mit einer sehr geringen Kapazität (damit die Kondensatorspannung  $U = CQ$  einfach messbar ist).

Die beiden Versuche ähneln sich sehr: Den Platz der Gegenspannung, bei der der Photostrom zum Erliegen kommt, nimmt die Kondensatorspannung ein: Die Photozelle wird mit dem Kondensator leitend verbunden. Die am Kondensator anliegende Spannung wächst durch den Photostrom mit der Zeit.

$E = eU + E_{\text{Austritt}}$  interpretiert man als die Energie, die Licht an jeweils ein Elektron überträgt. Trägt man  $E$ - $f$ -Wertepaare in einem Diagramm auf, stellt man fest, dass  $E$  direkt proportional zu  $f$  ist. Der Proportionalitätskonstante gibt man das Symbol  $h$ ;  $E = hf$ ;

Um  $h$  zu bestimmen, benötigt man bei unbekannter Austrittsenergie mindestens zwei  $E$ - $f$ - bzw.  $U$ - $f$ -Wertepaare. Auflösen zweier Gleichungen für  $E$  nach  $h$  ergibt dann

$$h = \frac{\Delta E}{\Delta f} = e \frac{\Delta U}{\Delta f};$$

Unterschiedliche Lichtintensität hat beim Gegenspannungsversuch eine unterschiedliche Photostromstärke zur Folge – vorausgesetzt, es fließt der Lichtfrequenz nach überhaupt ein Photostrom. An der Höhe der benötigten Gegenspannung ändert die Intensität nichts.

Unterschiedliche Lichtintensitäten haben beim Kondensator die Folge, dass die Sättigungsspannung langsamer erreicht wird. Analog ändert sich die Höhe der Sättigungsspannung aber nicht.

(Benötigte Zeit: 59 min)

26.09.2006

## 1.86 101. Hausaufgabe

### 1.86.1 Exzerpt von B. S. 376: Die Lichtquantenhypothese

Das Wellenmodell beschreibt die Vorgänge beim Photoeffekt unzureichend. Speziell ergeben sich zwei wichtige Probleme:

1. Zum einen vermag nur Licht bestimmter Frequenz Elektronen herauszulösen. Nutzt man ungeeignetes Licht, ist auch eine Erhöhung der Intensität wertlos.
2. Außerdem ist die Höhe der kinetischen Energie herausgelöster Elektronen nicht von der Lichtintensität, sondern nur von der Lichtfrequenz abhängig.

Dem Wellenmodell nach könnte man im dem Fall, dass keine Elektronen herausgelöst werden, die Intensität des Lichts vergrößern. Durch die größere Feldamplitude könnte so die benötigte Energie – die Austrittsenergie – aufgebracht werden. Dies widerspricht aber Versuchsergebnissen.

Ein alternatives Modell löst diese zwei Unstimmigkeiten: Stellt man sich vor, dass die Lichtenergie nur gequantelt auf Elektronen übertragen werden kann – in Energiebeträgen der Höhe  $E = hf$ , kann man die beiden Probleme erklären.

### **1.86.2 Exzerpt von B. S. 377: Umkehrung des lichtelektrischen Effekts mit Leuchtdioden**

Beim Photoeffekt wird Lichtenergie über Lichtquanten an Elektronen übergeben.

Bei Leuchtdioden werden Elektronen zunächst beschleunigt. Die so aufgenommene Energie geben sie dann teilweise an Lichtquanten ab. Die Frequenz dieser Lichtquanten liegt im sichtbaren Bereich; es kommt zu Leuchterscheinungen.

Genau wie beim Photoeffekt liegen  $f_{\text{Licht}}-E_{\text{Elektron}}$ -Wertepaare auf einer Ursprungsgeraden mit Steigung  $h$ ; offenbar verhält sich die Abgabe von Lichtenergie über Lichtquanten analog zur Aufnahme von Lichtenergie durch Lichtquanten.

### **1.86.3 Fragen**

Bei der Diskussion um Strahlenoptik hatten wir erkannt, dass man das Wellenmodell als „besseres“ Modell bezeichnen kann, da das

Wellenmodell unter Bedingungen, in denen man das Strahlenmodell einsetzen würde, die Resultate des Strahlenmodells reproduziert, und zusätzlich noch in anderen Bedingungen einsetzbar ist und so beispielsweise Beugung erklärt.

Das Lichtquantenmodell ist aber nicht ein „besseres“ Modell (im gleichen Sinn wie oben) als das Wellenmodell. Insbesondere deswegen, da die Lichtquantenenergie  $E = hf$  von der Lichtfrequenz – einer Größe des Wellenmodells – abhängt!

(Benötigte Zeit: 58 min + 36 min Recherche)

27.09.2006

## 1.87 102. Hausaufgabe

### 1.87.1 Unangemessene Aussagen zum Photonenkonzept

- **Ein Photon trägt eine bestimmte Energie, die über die Formel  $E = hf$  gegeben ist.**

Unangemessen: Ein Photon ist ein Ereignis, etwa **es wurde Energie der Menge  $E = hf$  übertragen**. Ereignisse können keine Energie tragen.

Korrekt müsste es daher heißen: Energie der Menge  $E = hf$  wurde übertragen.

- **Licht besteht aus Photonen.**

Unangemessen: Die Physik trifft keine Aussagen über die Natur; es können nur Aussagen zu von Menschen entworfenen Modellen getroffen werden.

Korrekt wäre: **Licht verhält sich so, als ob es aus Photonen bestünde**. Aber auch diese Aussage ist unangemessen: Licht verhält sich so, als ob es eine Welle wäre. Man nennt lediglich Ereignisse, die Energietransfers zwischen Licht und Materie beschreiben, „Photonen“.

- **Trifft Licht auf Materie, so werden Photonen frei.**

Unangemessen: Es werden keine Photonen freigesetzt; stattdessen findet möglicherweise ein Energietransfer statt. Das Ereignis, das einen solchen Energietransfer beschreibt, nennt man „Photon“.

- **Photonen bewegen immer sich mit Lichtgeschwindigkeit.**

Unangemessen: Diese Aussage hat keinen Sinn, da der Geschwindigkeitsbegriff bei Ereignissen nicht anwendbar ist. Analog asinnig ist beispielsweise: **Natürliche Zahlen haben eine bestimmte Masse.**

- **Beim lichtelektrischen Effekt treffen Photonen auf Elektronen.**

Unangemessen: Bei Photonen ist das Prädikat „treffen“ nicht anwendbar.

Korrekt müsste es heißen: Beim lichtelektrischen Effekt wechselwirkt Licht mit Elektronen und überträgt Energieportionen der Größe  $E = hf$ . Diese Ereignisse nennt man „Photonen“.

- **Photonen haben eine bestimmte Wellenlänge.**

Unangemessen: Ereignisse können keine Wellenlänge haben, analog wie beispielsweise Zahlen keinen Geschmack haben; die Aussage ist asinnig.

Korrekt müsste es heißen: Licht einer bestimmten Wellenlänge kann Energie mit Materie austauschen; Ereignisse, die solche Situationen beschreiben, nennt man „Photonen“.

- **Photonen sind im Gegensatz zu Elektronen, die negativ geladen sind, oder Protonen, die eine positive Ladung tragen, elektrisch neutral.**

Unangemessen: Bei Ereignissen von einer Ladung zu sprechen, ergibt keinen Sinn.

Korrekt könnte es beispielsweise heißen: Anders als geladene Teilchen, die auf elektrische Felder über  $F = \mathcal{E}q$  reagieren, haben elektrische Felder auf Licht keinen Einfluss.

- **Unter bestimmten Bedingungen können sich Photonen wie Wellen verhalten.**

Unangemessen: Ereignisse bzw. Energietransfers können sich weder wie Wellen, noch nicht wie Wellen verhalten; diese Aussage ist ebenfalls asinnig.

- **Photonen erfahren Gravitationskräfte und üben auch selbst eine (sehr geringe) Gravitationskraft aus.**

Unangemessen: Photonen sind weder Masse noch Materie; sie sind Ereignisse – mathematische Objekte – und erfahren dementsprechend überhaupt keine Kräfte.

Korrekt müsste es heißen: Licht erfährt Gravitationskräfte und übt auch selbst – seiner Energie entsprechend – eine (sehr geringe) Gravitationskraft aus.

- **Photonen verhalten sich so, als ob sie Teilchen wären.**

Unangemessen: Photonen sind Ereignisse. Ereignisse verhalten sich nicht wie Teilchen, sondern sind wie alle mathematischen Objekte ohne Verhalten.

- **Idealisiert ist es möglich, Photonen zu isolieren, beispielsweise indem man eine Lichtquelle in eine von innen vollständig verspiegelte Box setzt.**

Unangemessen: Nicht Photonen werden isoliert, sondern das Licht der Lichtquelle. „Isoliert“ ist in dem Sinne zu verstehen, dass das Licht die Begrenzungen der Box nicht verlässt.

(Benötigte Zeit: 93 min)

30.09.2006

## 1.88 103. Hausaufgabe

### 1.88.1 Exzerpt von B. S. 380: Photonenmasse und -impuls

Entgegen unserer Definition von Photonen als Ereignisse, ordnet der Metzler Photonen Teilcheneigenschaften zu, namentlich Masse und Impuls. Die Herleitungsgedanken sind dabei folgende:

$$\left. \begin{array}{l} E = hf; \\ E = mc^2; \end{array} \right\} \Leftrightarrow E = hf = mc^2; \Leftrightarrow m = \frac{hf}{c^2};$$

$$p = mc = \frac{hf}{c};$$

### 1.88.2 Exzerpt von B. S. 380: Compton-Effekt

Laut Metzler kann man den Fotoeffekt so deuten, dass zwischen Photonen und Elektronen ein unelastischer Stoß stattfindet: Die gesamte Photonenenergie  $E = hf$  wird an Elektronen übergeben.

Beim Compton-Effekt findet ein elastischer Stoß zwischen einem Photon und einem Elektron statt. Ankommende Photonen übertragen also einen Teil ihrer Energie und ihres Impulses auf (freie) Elektronen.

Eine mathematische Konsequenz dieses teilweisen Energieübertrags ist, dass sich die Photonfrequenz ändern muss: Wird  $E$  in der Formel  $E = hf$  kleiner, so muss auch  $f$  kleiner werden.

Quantitativ: Wird  $E$  um  $\Delta E$  kleiner, so muss  $f$  um  $\frac{\Delta E}{h}$  kleiner werden.

### 1.88.3 Fragen

- Ist die Anwendung der Formel  $E = mc^2$  bei Photonen zulässig?
- Wie kann im Metzler von einer Photonenmasse und -impuls gesprochen werden, wo doch Photonen Ereignisse sind – also mathematische Objekte ohne Energie, Masse, Impuls etc.? Wie kann der Metzler von (un-)elastischen Stößen mit Photonen sprechen?
- Viele Quellen – nicht nur der Metzler, auch die Wikipedia und Vortragsskripte – sprechen Photonen Teilcheneigenschaften zu. Dies ist ein erheblicher Konflikt zu unserer Definition von Photonen als Ereignisse.

Zusätzlich sehe ich nicht, wie unser Modell den Compton-Effekt erklären könnte, da ja der in der Erklärung im Metzler zentrale Begriff des elastischen Stoßes nicht auf Ereignisse anwendbar ist.

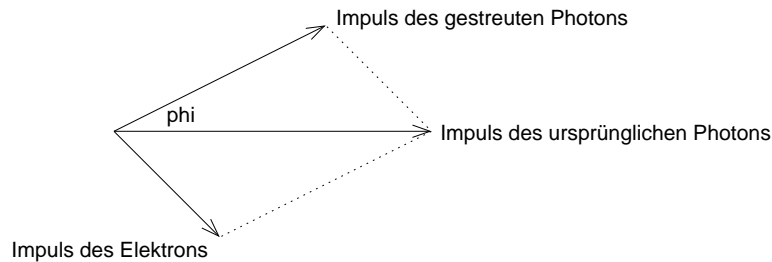
(Benötigte Zeit: 52 min)

03.10.2006



## 1.89 104. Hausaufgabe

### 1.89.1 Zusammenfassung der Stunde: Kosinussatz beim Compton-Effekt



Lässt man die Physik hinter den Formeln weg, lässt sich ein Teil des Compton-Effekts mit der Mathematik der 10. Klasse vollständig beschreiben.

Die Impulserhaltung diktiert, dass der Gesamtimpuls aus gestreutem Photon und Elektron gleich dem Impuls des ursprünglichen Photons sein muss. In Formeln:

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}_e;$$

Die drei Vektoren spannen daher ein Parallelogramm auf, ähnlich, wie wir es von Kräfteparallelogrammen bereits kennen. Möchte man den Elektronenimpuls bestimmen, muss man die Impulse des ursprünglichen und des gestreuten Photons messen. Da keiner der Parallelogrammwinkel notwendigerweise rechte sein müssen, ist zum Satz des Pythagoras ein ausgleichender Summand hinzuzufügen; man erhält den Kosinussatz.

Nutzt man den Kosinussatz für die Beträge der Impulse, so erhält man:

$$p_e^2 = p_\gamma^2 + p_\gamma'^2 - 2p_\gamma p_\gamma' \cdot \cos \gamma;$$

Somit lässt sich der Elektronenimpuls mit Hilfe der Photonenimpulse ausdrücken. Überraschend daran mag sein, dass zur Gewinnung der Formel für  $p_e$  nur geometrische Überlegungen notwendig sind.

(Benötigte Zeit: 31 min + 25 min Recherche)

07.10.2006

08.10.2006

## **1.90 106. Hausaufgabe**

### **1.90.1 Exzerpt und Diskussion von B. S. 378: Erzeugung von Röntgenstrahlung als inverser Prozess des lichtelektrischen Effekts**

Man kann die Erzeugung von Röntgenstrahlung in einer Röntgenröhre als einen zum lichtelektrischen Effekt inversen Prozess sehen. Das kann man damit begründen, dass beim fotoelektrischen Effekt Energie vom einfallenden Licht an Elektronen übertragen wird. Oder, im Teilchenmodell: Dass einfallende Photonen ihre Energie an Elektronen übertragen.

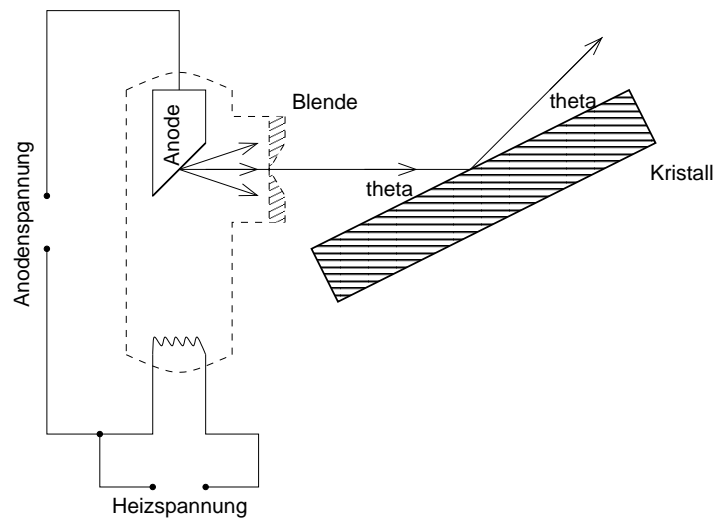
Bei der Erzeugung von Röntgenstrahlung wird die Energie der abbremsenden Elektronen auf Licht übertragen, oder, im Teilchenmodell: Die Energie der Elektronen resultiert in der Erzeugung von Photonen, deren Wellenlänge im Bereich von Röntgenwellen liegt.

Die beiden Prozesse vollständig als invers zueinander anzusehen, scheidert bei genauerer Betrachtung jedoch: Beim lichtelektrischen Effekt existieren sowohl die Elektronen als auch das Licht schon vor „Einsetzen“ des Effekts.

Bei der Erzeugung von Röntgenstrahlung jedoch existieren zwar die Elektronen schon zuvor, die Strahlung wird jedoch erst erzeugt.

### **1.90.2 Exzerpt und Diskussion von B. S. 378: Präparation von Röntgenstrahlung**

Ungefilterte Röntgenstrahlung einer Röntgenröhre breitet sich in einer Vielzahl von Richtungen aus und enthält ein breites Frequenzspektrum. Dies ist für genaue Analysen der Strahlung ungünstig. Glücklicherweise lassen sich beide Probleme lösen.



### Räumliche Filterung durch eine Blende

Das Problem der Ausbreitung in viele Richtungen kann durch eine Blende gelöst werden. Diese lässt nur Strahlung einer bestimmten Ausbreitungsrichtung durch; andere wird gefiltert. Je nach bevorzugter Definition der räumlichen Kohärenz kann man sagen, dass die Blende die Strahlung räumlich kohärent macht.

Anders als beim Doppelspaltversuch gibt es keine Quellen von Röntgenstrahlung, die „von Natur aus“ räumlich kohärent sind; das Pendant zum Laser gibt es für Röntgenstrahlung also nicht.

### - Nur genau eine Richtung?

Man darf nicht aber nicht glauben, dass durch eine Blende nur noch genau eine Richtung durchgelassen würde! Dies wäre nur der Fall, wenn das Loch der Blende infinitesimal klein wäre.

Wäre dies aber der Fall, käme überhaupt keine Röntgenstrahlung mehr durch, die Intensität der gefilterten Strahlung wäre Null!

In der Praxis macht man daher das Loch nur so klein, dass das Spektrum unterschiedlicher Richtungen für den jeweiligen Versuch klein genug, die Intensität der gefilterten Strahlung aber immer noch groß genug ist.

### Frequenzfilterung durch einen Kristall

Die Strahlung nach der Blende bewegt sich annähernd in nur eine Richtung, weist aber noch immer ein breites Frequenzspektrum auf. Lösen lässt sich das Problem durch die Ausnutzung der Bragg-Bedingung für die „Reflexion“ von Röntgenstrahlung an Kristallen. Legt man eine passende Definition zeitlicher Kohärenz zugrunde, so kann man sagen, dass die „Reflexion“ an einem Kristall die Strahlung zeitlich kohärent macht.

Um Begriffsschwierigkeiten vorzubeugen ist aber „monochromatisch“ wohl ein besserer Begriff, da er keine mehrdeutigen Interpretationen zulässt. Das Pendant zum Doppelspaltversuch mit einer normalen Lampe, also nicht mit einem Laser, sind Farbfilter.

Fällt Röntgenstrahlung unter einem bestimmten Winkel  $\vartheta$  ein, so beobachtet man unter dem Austrittswinkel  $\vartheta$  nur Strahlung der Wellenlänge  $n\lambda = 2d \sin \vartheta$ , wobei  $d$  der Netzebenenabstand des Kristalls (in der Größenordnung von 100 pm) ist.

### – Zweite Maxima?

Durch den Parameter  $n$  in der Formel wäre es theoretisch möglich, dass auch Strahlung einer anderen Wellenlänge als der gewünschten Wellenlänge  $\lambda$ , beispielsweise  $\lambda' = \frac{1}{2}\lambda$ , unter einem Winkel  $\vartheta$  zu beobachten ist, unter dem auch Strahlung der gewünschten Wellenlänge  $\lambda$  zu beobachten ist: Die Strahlung der Wellenlänge  $\lambda'$  hat bei  $\vartheta$  ihr zweites Maximum, während die Strahlung der gewünschten Wellenlänge  $\lambda$  ihr erstes hat.

Dieser Fall tritt aber in der Praxis nicht auf bzw. ist vernachlässigbar, da zum einen die Intensität der zweiten Maxima gering ist und da zum anderen das interessante Spektrum nicht so breit ist, als dass zweite Maxima in es hineinfallen würden.

### – Nur genau eine Frequenz?

Ähnlich wie bei der Filterung der Ausbreitungsrichtung darf man auch bei der Frequenzfilterung nicht glauben, dass unter einem bestimmten Winkel  $\vartheta$  nur Strahlung der Wellenlänge  $\lambda = 2d \sin \vartheta$  zu beobachten wäre – auch, wenn man das Problem der zweiten Maxima „wegidealisiert“.

Das liegt daran, dass kein Messgerät eine infinitesimale Breite hat. Nur bei einer infinitesimalen Breite wäre aber der zum Kreisbogen korrespondierende Winkel ebenfalls infinitesimal.

Idealisiert man diese praktische Limitierung weg, so bleibt immer noch das Problem, dass man – analog zum Problem bei der räumlichen Filterung – mit einem Messgerät infinitesimalen Winkels überhaupt keine Strahlung messen würde, da die Intensität bei einem infinitesimalen Winkel Null ist!

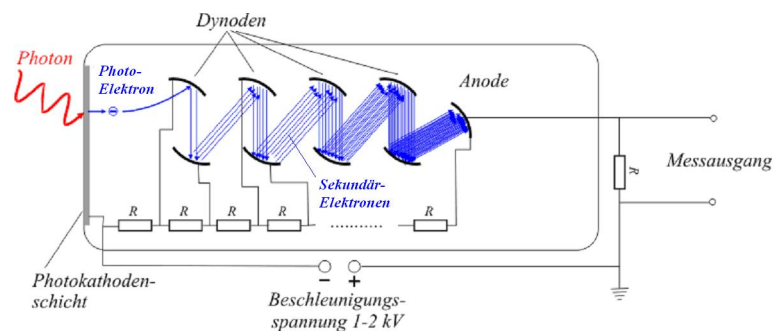
In der Praxis versucht man daher, die Messgeräte so klein zu bauen, dass Störeffekte anderer Frequenzen kaum eine Rolle spielen und dass trotzdem die Intensität groß genug ist.

### 1.90.3 Exzerpt und Diskussion von B. S. 378: Messung der Strahlungsintensität in Abhängigkeit der Wellenlänge

Die Intensität der präparierten Strahlung kann man über ein Zählrohr messen. Zur Funktionsweise des Zählrohrs sind zwei Erklärungen denkbar.

Zum einen ist vorstellbar, dass die einfallende Strahlung einen lichtelektrischen Effekt auslöst und somit Elektronen freisetzt. Diese könnten dann über ein Strom- oder Ladungsmessgerät abfließen. Da der so erzeugte Strom wohl eine geringe Stromstärke aufweist, die ein Messen erschweren würde, könnten die herausgelösten Elektronen über eine Spannung beschleunigt werden und so beschleunigt weitere Elektronen herauslösen.

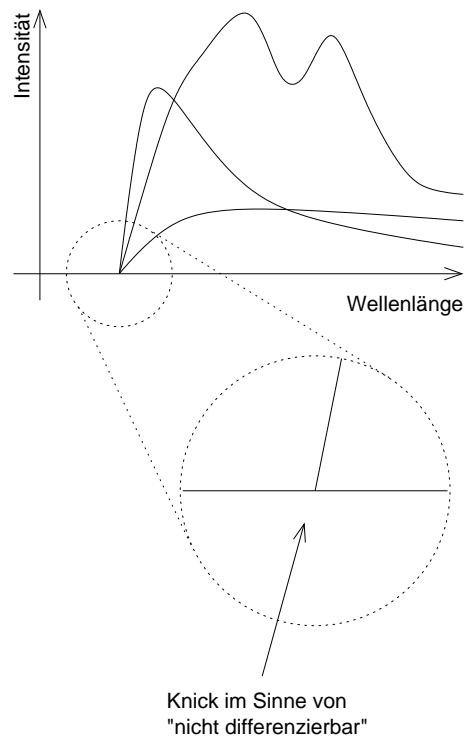
Wikipedia hat dazu folgendes Diagramm:



Alternativ ist denkbar, dass die hochenergetische (weil hochfrequente) Strahlung die Luft oder ein spezielles Gas im Zählrohr ionisiert. Wiederum werden Elektronen frei, welche abfließen und gemessen werden können.

### 1.90.4 Exzerpt und Diskussion von B. S. 378f.: Deutung der vom Anodenmaterial abhängigen Spektren

Die resultierenden Spektren kann man sich aus dem Spektrum einer Bremsstrahlung und einer für das Anodenmaterial charakteristischen Strahlung zusammengesetzt denken.



#### Bremsstrahlung

Es fällt auf, dass es eine kleinste Wellenlänge  $\lambda_{\min}$  gibt – die kurzwellige Grenze der Röntgenstrahlung. Diese ist nur von der Anodenspannung  $U_{\text{Anode}}$ , und nicht vom Anodenmaterial, abhängig.

#### – Die kurzwellige Grenze

Das Spektrum einer beliebigen Röntgenquelle zeigt keine Wellen unterhalb der kurzwelligen Grenze  $\lambda_{\min}$ ! Dabei handelt es sich nicht um praktische Messprobleme, beispielsweise dass durchaus Wellen dieser Wellenlänge vorkommen, nur die Intensität dieser Wellen so gering ist, dass sie nur schwer messbar sind – sondern um eine auch in der Theorie vorhandene Eigenschaft.

### - **Abbremsung der Elektronen**

Die Abbremsung der Elektronen im/vorm/beim Festkörper kann wie folgt erklärt werden: Beim Annähern an den Festkörper werden die zuvor beschleunigten Elektronen abgebremst. Eine mögliche Begründung dafür erhält man, wenn man die Ladungen der Atomhüllen im Festkörper und der abbremsenden Elektronen betrachtet: Da beide negativ geladen sind, wirkt eine abstoßende elektrische Kraft.

Es ist auch eine alternative Begründung denkbar: Tauchen die Elektronen in den Festkörper ein, so wechselwirken die Elektronen mit dem Festkörper, beispielsweise durch Abgabe von Energie an den Festkörper in Form von Schwingungsenergie. Mit einem Energieverlust geht über die Beziehung  $E(v) = m(v)c^2$  immer auch ein Geschwindigkeitsverlust einher; die Elektronen werden abgebremst.

### - **Die kurzwellige Grenze (Forts.)**

Stochastisch verteilt geben die Elektronen einen Teil ihrer Energie an den Festkörper ab; die genaue Form der Energieübertragung spielt dabei keine Rolle.

Wichtiger ist, dass der andere Teil der kinetischen Energie in der Emission von Röntgenstrahlung resultiert: Durch diese Feststellung wird der höherwellige Teil des Spektrums erklärt.

Es gibt auch Elektronen, die idealisiert gar keinen Teil ihrer Energie an den Festkörper abgeben. Deren gesamte kinetische Energie führt zur Emission von Röntgenstrahlung der Grenzwellenlänge. Die kinetische Energie können die Elektronen nur durch die (Beschleunigung durch die) Anodenspannung  $U_{\text{Anode}}$  erhalten.

Also lässt sich über den Zusammenhang  $E = hf$  zwischen übertragener Energie und Wellenlänge der resultierenden Strahlung die kurzwellige Grenze der Röntgenstrahlung bestimmen:

$$E_e = eU_{\text{Anode}} = hf_{\text{max}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{min}}} = E_{\gamma};$$

### **Charakteristische Strahlung**

Zusätzlich zur Bremsstrahlung kommt auch Strahlung vor, die charakteristisch für das verwendete Anodenmaterial ist. Die cha-

rakteristische Strahlung enthält nur sehr wenige Frequenzen; es kommen nur einige wenige Peaks vor.

Die Ursache dieser Peaks liegt in atomphysikalischen Prozessen, die wir in 13/2 behandeln werden.

### **1.90.5 Exzerpt und Diskussion von B. S. 379: Zusammenhang zwischen übertragener Energie und resultierender Wellenlänge**

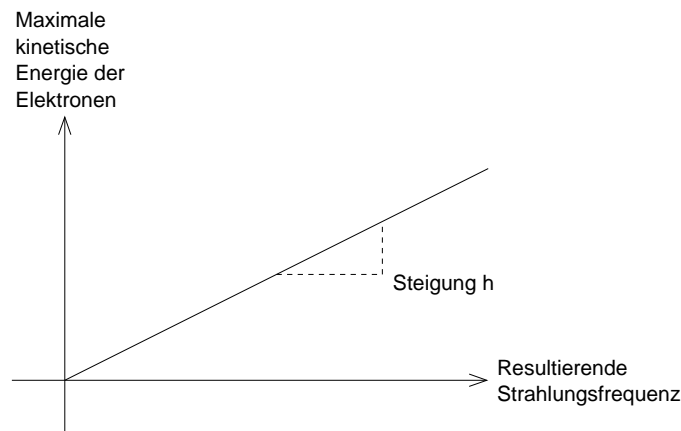
Die kurzwellige Grenze der Röntgenstrahlung kann man zur Bestimmung des PLANKschen Wirkungsquantums  $h$  ausnutzen. Einfach die Elektronenergie gegenüber der Lichtfrequenz aufzutragen führt jedoch nicht zu einem brauchbaren Ergebnis, da nicht alle Elektronen ihre gesamte Energie ans Licht übertragen.

Zu einem  $E$ -Wert hätte man also, stochastisch verteilt, viele  $f$ -Werte. In gewisser Weise ist das analog zur Bestimmung des Wirkungsquantums beim Fotoeffekt: Beim Fotoeffekt nutzt man eine variable Gegenspannung um die Elektronen herauszufiltern, die am meisten Energie besitzen – man fragt nach den „schnellsten“ Elektronen, die den „Berg“ gerade noch schaffen.

Bei der Erzeugung von Röntgenstrahlung in einer Röntgenröhre muss man ebenso eine Auswahl treffen. Hat man als Ziel die Bestimmung des PLANKschen Wirkungsquantums, so betrachtet man geeigneterweise nur die Elektronen, deren gesamte kinetische Energie zur Erzeugung von Röntgenstrahlung führt.

Für diese gilt die Beziehung  $E_e = eU_{\text{Anode}} = hf_{\text{max}}$ , welche in einer grafischen Darstellung in Form einer Geraden mit konstanter Steigung  $h$  darstellbar ist.





### 1.90.6 Fragen zur Erzeugung von Röntgenstrahlung in einer Röntgenröhre

- Wieso wird maximal nur die gesamte kinetische Energie der abbremsenden Elektronen in Strahlung umgewandelt?  
Wieso kann nicht noch (ein Teil?) der Energie der Elektronenmasse, also  $E_e = m_e c^2$ , genutzt werden?
- Wieso nimmt die Intensität der Bremsstrahlung mit zunehmender Wellenlänge ab?  
Wieso hat die  $I$ - $\lambda$ -Kurve bei  $\lambda_{\min}$  einen „Knick“, im Sinne von „nicht differenzierbar“?
- Wieso weist die Intensitätskurve aus 378.2 einen Wendepunkt kurz nach der kurzwelligen Grenze der Röntgenstrahlung auf, der vergrößerte Ausschnitt aus 379.1 aber nicht?

### 1.90.7 Allgemeine Fragen

- Gegeben sei ein idealisierte Quelle elektromagnetischer Strahlung einiger Hertz variabler Intensität und ein idealisiertes  $\mathcal{E}$ -Messgerät. Das idealisierte Messgerät sei imstande, beliebig kleine Feldstärken zu messen.  
Wird die Quelle mit einer üblichen Intensität eingeschaltet, so ist am Messgerät die  $\mathcal{E}(t)$ -Kurve verfolgbar.

Was passiert nun, wenn man die Intensität der idealisierten Quelle so klein macht, dass der Energiebetrag, der pro Sekunde übermittelt wird, in der Größenordnung der Energie einiger Photonen liegt, also  $E \approx hf$ , wobei  $f$  die Frequenz der Quelle ist? Ist am idealisierten Messgerät noch eine kontinuierliche  $\mathcal{E}(t)$ -Kurve verfolgbar?

09.10.2006

## 1.91 107. Hausaufgabe

### 1.91.1 Formelsammlung zur Klausur

#### Formeln zum Photon (mit $f$ als Photonenfrequenz)

##### - Photonenenergie

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}; \quad [E] = 1 \text{ Js} \cdot 1 \text{ s}^{-1} = 1 \text{ J};$$

Deutung: Es findet ein Energietransfer zwischen Licht und Materie statt (die Richtung ist nicht angegeben), bei der Licht der Frequenz  $f$ /Wellenlänge  $\lambda$  Energie der Menge  $E$  austauscht.

Größenordnung bei normalen Licht: Einige Elektronenvolt.

##### - Photonenmasse

$$m(c) = \frac{hf}{c^2}; \quad [m(c)] = 1 \frac{\text{Js} \cdot \text{s}^{-1}}{\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = \frac{\text{Nm} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2} = 1 \text{ kg};$$

Herleitung durch Umformung von  $hf = E(c) = m(c)c^2$  nach  $m(c)$ .

Nicht: Ein Photon hat eine Masse von  $m(c) = \frac{hf}{c^2}$ .

Sondern:  $m(c)$  ergibt nur im Kontext eines Impulsübertrags Sinn, also beispielsweise in der Berechnung des Photonenimpulses.

##### - Photonenimpuls

$$p = \frac{hf}{c}; \quad [p] = 1 \frac{\text{Js} \cdot \text{s}^{-1}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{\text{Nm} \cdot \text{s}}{\text{m}} = \text{Ns};$$

Herleitung über  $p = mv = mc$ .

Deutung: Es findet ein Impulsübertrag zwischen Licht und Materie statt (die Richtung ist nicht angegeben), bei der Licht der Frequenz  $f$  Impuls der Menge  $p$  austauscht.

### Formeln zum lichtelektrischen Effekt (mit $f$ als Frequenz des einfallenden Lichts)

#### - Versuch ohne Gegenspannung

$$E_e = hf - E_{\text{Austritt}}; \quad [E_e] = 1 \text{ Js} \cdot \text{s}^{-1} = 1 \text{ J};$$

Genügt die Lichtquantenenergie  $hf$  nicht, um die Austrittsenergie aufzubringen ( $hf < E_{\text{Austritt}}$ ), so gibt das Elektron die Energie wieder ab, beispielsweise in Form von Schwingungsenergie an den Festkörper.

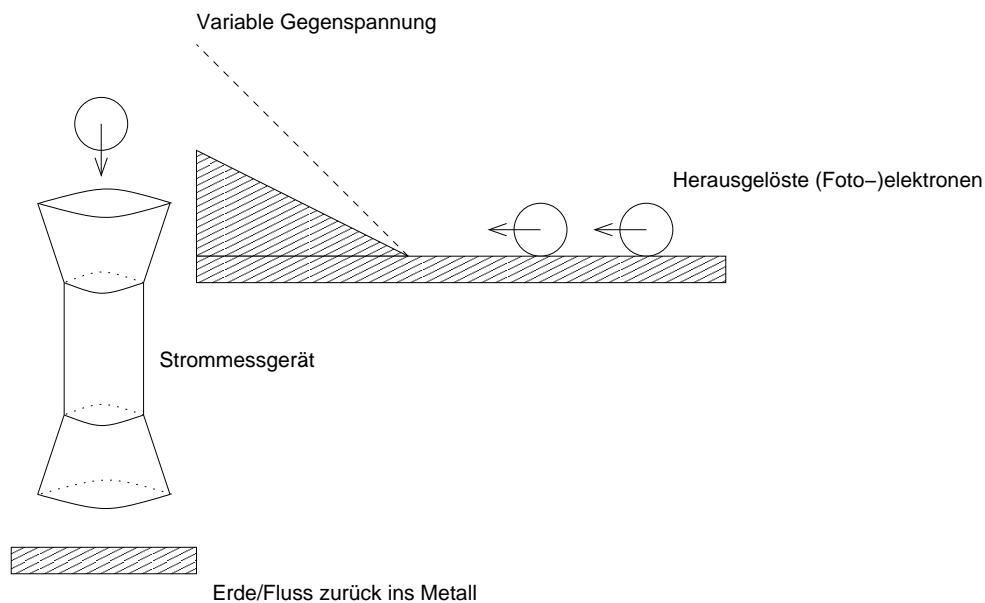
Ansonsten wird  $E_e$  als kinetische Energie genutzt.

#### - Versuch mit Gegenspannung

$$E_e = hf - E_{\text{Austritt}} = eU_{\text{Gegen}}; \quad [E_e] = 1 \text{ Js};$$

Mindestens zwei Versuche mit unterschiedlichen Lichtfrequenzen sind notwendig, um das PLANKSche Wirkungsquantum zu  $h = \frac{\Delta E}{\Delta f} = e \frac{\Delta U_{\text{Gegen}}}{\Delta f}$  zu bestimmen.

Nicht alle Elektronen nutzen ihre gesamte kinetische Energie zur Überwindung der Gegenspannung, daher ist die Gegenspannung zur Herausfilterung der „schnellsten“ (energiereichsten) Elektronen notwendig.

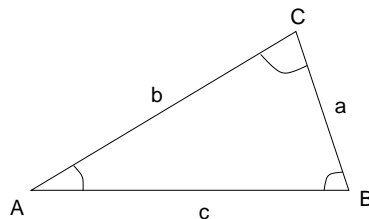


**Formeln zum Compton-Effekt****- Kosinussatz (allgemein)**

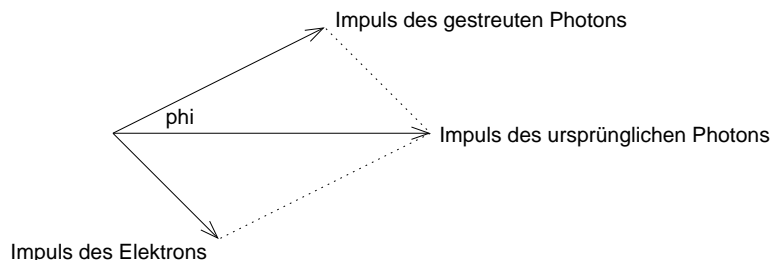
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \varphi;$$

Wobei  $a$ ,  $b$  und  $c$  die Längen eines beliebigen ebenen Dreiecks sind und  $\varphi$  der Winkel an der  $c$  gegenüberliegenden Ecke ist.

$a$ ,  $b$  und  $c$  können beliebig ausgetauscht werden, sofern man nicht vergisst, auch den Winkel auszutauschen.

**- Kosinussatz zum Compton-Effekt**

$$p_e^2 = p_\gamma^2 + p_\gamma'^2 - 2p_\gamma p_\gamma' \cdot \cos \varphi; \quad [p_e^2] = (1 \text{ Ns})^2;$$

**- COMPTONwellenlänge beim Stoß mit Elektronen**

$$\lambda_C = \frac{h}{m_{e_0} c}; \quad [\lambda_C] = 1 \frac{\text{Js}}{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{kg}} = \text{m};$$

**- Wellenlängenänderung beim Stoß mit Elektronen**

$$\Delta \lambda = \frac{h}{m_{e_0} c} (1 - \cos \varphi); \quad [\Delta \lambda] = 1 \text{ m};$$

( $\varphi$ : Winkel zwischen einfallendem Licht und gestreutem Licht)

Überraschend:  $\Delta \lambda$  unabhängig von der Originalfrequenz!

Minimale Wellenlängenänderung bei  $\varphi = 0^\circ$ :  $\Delta\lambda = 0 \text{ nm}$ ;

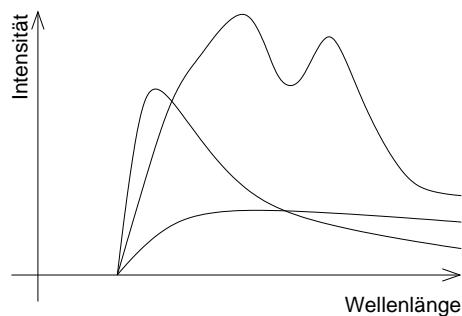
Maximale Wellenlängenänderung bei  $\varphi = 90^\circ$ :  $\Delta\lambda = \frac{h}{m_{e0}c} \approx +0,0024 \text{ nm} = +2,4 \text{ pm}$ ;

Das Licht verliert beim „Stoß“ Energie; mit  $E = hf$  nimmt die Frequenz ab; die Wellenlänge wird größer.

### Formeln zur Röntgenbremsstrahlung

$$f_{\max} = \frac{eU}{h}; \quad [f_{\max}] = 1 \frac{\text{C}\cdot\text{V}}{\text{J}\cdot\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{J}\cdot\text{s}} = 1 \text{ Hz};$$

Herleitung über  $eU = hf_{\max}$ .



24.10.2006

## 1.92 112. Hausaufgabe

### 1.92.1 Zusammenfassung der Stunde: Unterschiedliche Realitätsbegriffe

#### Definition der Begriffe

Objektive Realität ist Realität, die frei von subjektiven Einflüssen und somit reproduzierbar nachprüfbar ist. Die Realität des Apfelfalls ist ein Beispiel für objektive Realität.

(Nur) in der subjektiven Realität sind Fragen nach persönlichem Glücksgefühl etc. sinnvoll. „Objektiv gesehen, geht es einer bestimmten Person gut“ ergibt keinen Sinn.

Inter-subjektive Realität ist der Durchschnitt aller betrachteten subjektiven Realitäten, wobei je nach Kontext beispielsweise die subjektiven Realitäten aller Klassenkameraden, aller Augsburger etc. gemeint sein könnte.

**Anordnung der unterschiedlichen Realitätsbegriffe**

Die unterschiedlichen Realitätsbegriffe sind nicht sinnvoll anordenbar, man kann beispielsweise nicht behaupten, die objektive Realität sei besser als die subjektive.

In der Gesellschaft wird die inter-subjektive Realität zugrunde gelegt. Weichen individuelle subjektive Realitäten von der Gemeinschaftsrealität ab, wird dies üblicherweise als „verrückt“ aufgenommen.

**1.92.2 Zusammenfassung der Stunde: Populäre Auffassung der Naturwissenschaft**

Es gibt einen grundlegenden Unterschied zwischen der Wahrnehmung des Worts „Theorie“ in populären Medien wie beispielsweise von Experten dargelegt und dem eigentlichen Sinne des Wortes.

**Naturwissenschaft als Modellentwicklung**

Eigentlich ist die Modellhaftigkeit naturwissenschaftlicher Forschung gemeint. Modelle können passend oder weniger passend sein, aber nicht richtig oder falsch. Vergleichbar: Zahlen können positiv oder negativ sein, aber nicht rot oder grün.

Ist man ehrlich, so trifft die Naturwissenschaft keine Aussagen über die Natur, sondern sie versucht vielmehr, passende Modelle zu entwickeln.

**Naturwissenschaft als Erklärerin der Natur**

Der Theorienbegriff wird leider oftmals auf eine Art und Weise missverstanden, die ein grundlegend verschiedenes Bild der Naturwissenschaft liefert: Diesem Bild zufolge trifft die Naturwissenschaft durchaus Aussagen über die Natur.

Das Wort „Theorie“ soll in diesem Kontext lediglich zum Ausdruck bringen, dass sich „die Experten“ noch nicht hundertprozentig sicher sind. Dieser Ungewissheit könne man sich aber beispielsweise durch fortgeschrittene Experimentiermethoden entledigen.

Diese Vorstellung wird oftmals durch Populärliteratur genährt, was in Grenzen auch durchaus nachvollziehbar ist: Was ist man lieber:

ein Experte, der die Natur erklären kann, die die Natur beherrscht – oder ein Experte, der in vom Menschen geschaffenen Modellen, die womöglich noch von hochkomplexer mathematischer Natur sind, Aussagen ableitet, deren Gültigkeit nichteinmal bewiesen werden kann?

(Benötigte Zeit: 41 min)

04.11.2006

05.11.2006

## 1.93 113. Hausaufgabe

### 1.93.1 B. S. 382: Treffend vs. zutreffend

An einer entscheidenden Stelle sollte man sich darüber klar werden, welche Vorstellungen vom Licht zutreffend sind. (**Metzler, S. 382**)

Modelle können nicht zutreffend sein, ähnlich wie Zahlen keinen Geschmack haben. Modelle können nur treffend sein; Modelle liefern eine treffende Beschreibung der Realität.

Je nach Modell und Einsatzgebiet kann diese Beschreibung treffender oder weniger treffend sein: Beispielsweise beschreibt die Strahlenoptik die Phänomene am Doppelspalt weniger treffend als die Wellenoptik.

### Intelligent Design

Das Missverständnis um den Theorien- und Modellbegriff findet man oft in populären Medien. So liegt beispielsweise auch der Konflikt um Intelligent Design in Amerika in diesem Missverständnis begründet.



This textbook contains material on evolution. Evolution is a theory, not a fact, regarding the origin of living things. **(Auszeichnung von Biologiebüchern)**

Unlike traditional creationism, which posits that God created the earth in six days, proponents of intelligent design assert that the workings of this planet are too complex to be ascribed to evolution. There must have been a designer working to a plan — that is, a creator. **(Quelle: Religious right fights science for the heart of America, The Guardian, 2005)**

Dass Naturwissenschaften nicht nach dem „warum?“ fragen, ist anscheinend ebenso wenig bekannt wie dass Gen 1-11 nicht Geschichtsgeschehen beschreibt, sondern Grundgedanken menschlicher Situation darlegt. (Anders ist auch nicht zu erklären, dass sich zwei widersprüchliche Schöpfungsgeschichten in der Bibel finden: die Sieben-Tage- (Gen 1,1-2,4a) und die Adam-und-Eva-Schöpfungsgeschichte (Gen 2,4b ff.).)

### **1.93.2 B. S. 382: Photonenverteilung hinter dem Doppelspalt**

Laut Metzler kann aus dem Interferenzmuster auf dem Schirm eine besondere Verteilung der Photonen (und damit der Energie) hinter dem Doppelspalt gefolgert werden.

Das ist missverständlich formuliert: Ähnlich, wie es keine Wassertropfen in einer gefüllten Badewanne gibt, gibt es keine Photonen hinter dem Doppelspalt. Licht besteht genausowenig aus Photonen wie Zahlen aus Einsen.

$$4 = 1 + 1 + 1 + 1 \text{ oder } 4 = 2 \cdot 2?$$

Gemeint ist vielmehr, dass die „Orte“, an denen Energietransfers zwischen dem Licht und dem Schirm stattfinden, eine besondere Verteilung aufweisen: Es gibt Orte, an denen pro Zeiteinheit viele Energietransfers stattfinden, und Orte, an denen weniger Energie übertragen wird.

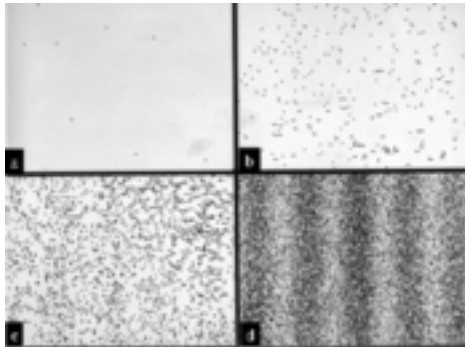
Das entspricht unserem Wissen über Interferenzmuster.

### **1.93.3 B. S. 383: Schluss auf Lichtquanten**

Unter entsprechender Vergrößerung beobachtet man, dass das Schirmmaterial nicht gleichmäßig (kontinuierlich) gefärbt ist. Daraus kann aber nicht unmittelbar geschlossen werden, dass wegen dieser Beobachtung auch „das Licht“ gequantelt sein muss:



Das Schirmmaterial selbst – oder, allgemeiner: Materie – ist gequantelt! Auch wenn der Energietransfer zwischen Licht und Materie nicht gequantelt wäre, würde man eine körnige Verteilung der Schwärzungen beobachten.

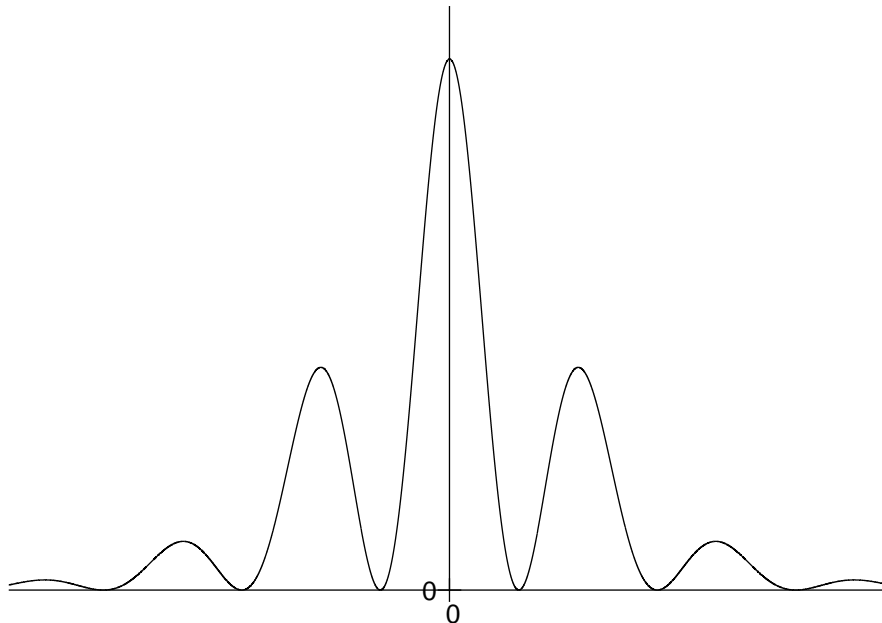


#### 1.93.4 B. S. 383: Photonendichte

Aus der Verteilung der Schwärzungen folgert der Metzler eine Photonendichteverteilung:

Die Dichte der Photonen ist proportional zur Intensität  $I$  und damit proportional zum Quadrat der Amplitude der elektrischen Feldstärke  $\mathcal{E}^2$ . (**Metzler, S. 383**)

Richtiger dürfte aber nur von einer Dichte der Schwärzungen, nicht von einer Dichte der Photonen hinter dem Doppelspalt, gesprochen werden. Die schwarz gefärbten Kristalle sind nicht Photonen!



### 1.93.5 B. S. 383: Aufgaben

#### Aufgabe 1

Die kleinste Lichtintensität, die das menschliche Auge noch wahrnehmen kann, liegt bei  $I = 10^{-10} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ . Wie viele Photonen ( $\lambda = 560 \text{ nm}$ ) treten bei dieser Intensität pro Sekunde in eine Pupille der Fläche  $A = 0,5 \text{ cm}^2$  ein?

$$\frac{n}{1 \text{ s}} = \frac{AI}{hf} = \frac{AI}{hc} \cdot \lambda \approx 14 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{s}};$$

Bei der Herleitung der Lösung hilft es, die Einheiten zu betrachten: Weiß man, dass  $[hf] = 1 \text{ J}$  und dass  $[I] = 1 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}$ , so kann man erkennen, dass es nur eine denkbare Möglichkeit für die Formel gibt, wenn die Größen  $A$ ,  $I$  und  $f$  in ihr vorkommen und das Ergebnis die Einheit  $1 \frac{1}{\text{s}}$  tragen soll.

#### Aufgabe 2

Ein Laser habe eine Strahlungsleistung von  $P = 1 \text{ mW}$  bei  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  und einen Strahlquerschnitt von  $A_{\odot} = 4 \text{ mm}^2$ .

a) Wie groß ist die Anzahl der Photonen, die pro Sekunde auf  $A_{\perp} = 1 \text{ mm}^2$  einer Fläche senkrecht zum Strahl treffen?

$$\frac{n}{1 \text{ s}} = \frac{A_{\perp} P}{A_{\odot} hf} = \frac{A_{\perp} P}{A_{\odot} hc} \cdot \lambda \approx 8 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}};$$

b) Vergleichen Sie die Intensität des Laserlichts mit der des Sonnenlichts ( $I_{\text{Sonne}} = 1,36 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$ ).

$$\frac{P}{A_{\odot}} \approx 3 \cdot 10^2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \approx 5 \cdot I_{\text{Sonne}};$$

### **Missverständlich: Photonenstrom?**

Bei Aufgabe 1) treten nicht Photonen in die Pupille ein, sondern Licht. In der Pupille kommt es dann zu elementaren Wechselwirkungsereignissen zwischen dem Licht und den Lichtrezeptoren. Es ist nicht zulässig, von einem „Photonenstrom“ zu sprechen.

Analog treffen auch bei Aufgabe 2) nicht Photonen auf die Querschnittsfläche, sondern Licht.

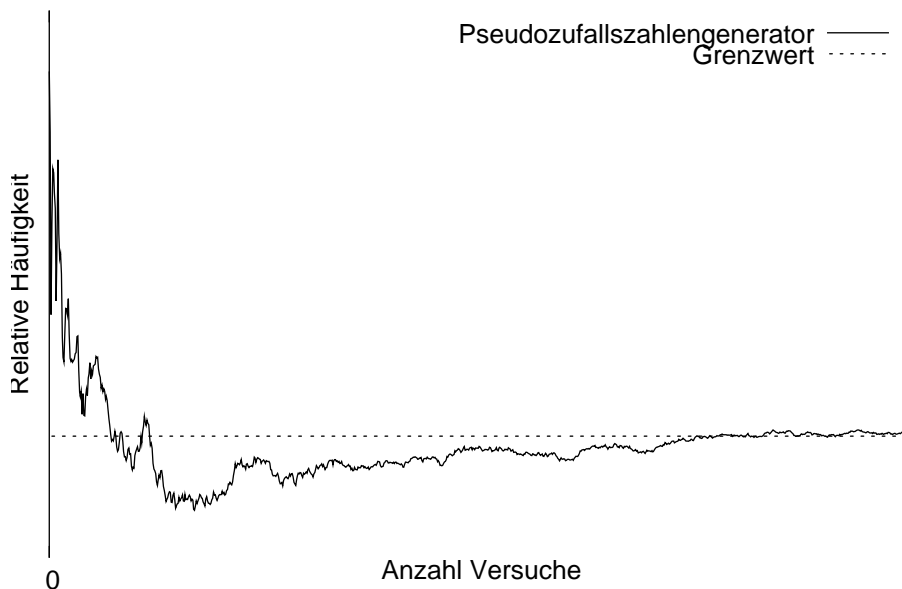
### **1.93.6 B. S. 384: Anwendung des Gesetzes der großen Zahlen**

Betrachtet man die Schirmfärbungen einer Lichtquelle variabler Intensität, so bemerkt man, dass sich die Färbungsverteilung mit zunehmender Intensität der Intensitätsverteilung auf der Höhe des Schirms immer mehr angleicht.

Wir kennen das aus der Stochastik: Die Augenzahlverteilung nach zehnmaligen Werfen eines Würfels weicht noch stark von der „theoretischen“ Verteilung bei unendlich vielen Würfeln ab.

Es folgt ein interessanter Sachverhalt: Beobachtet man eine bestimmte Stelle des Schirms, so lässt sich nicht voraussagen, wann eine Färbung eintritt. Es lässt sich aber vorhersagen, wie viele Färbungen pro Zeiteinheit durchschnittlich zu erwarten sind.

Ein ähnliches Phänomen kennen wir bereits aus dem Physikunterricht der 10. Klasse: Es lässt sich nicht vorhersagen, wann ein radioaktiver Kern zerfallen wird; es lässt sich aber vorhersagen, wie viele Zerfälle pro Zeiteinheit durchschnittlich zu erwarten sind.



### 1.93.7 B. S. 386: De-Broglie-Wellen

Die für Photonen geltenden Formeln  $E = hf$  und  $p = \frac{h}{\lambda}$  lassen sich auf andere Teilchen übertragen.

Beispielsweise ist die de-Broglie-Frequenz eines ruhenden Elektrons ( $E_0 = 511 \text{ keV}$ )  $f_e = \frac{E_e}{h} \approx 1,24 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$  ( $\lambda \approx 2,43 \text{ pm}$ ).

### Wellenlänge eines ruhenden Elektrons = Compton-Wellenlänge!

Interessanterweise haben wir diese Wellenlänge bereits im Kontext des Compton-Effekts unter dem Namen „Compton-Wellenlänge“ kennengelernt:

$$f_C = \frac{c}{\lambda_C} = \frac{c}{\frac{h}{m_e c}} = \frac{m_e c^2}{h} = \frac{E_e}{h} = f_e;$$

[XXX  $v \neq c$ ;

### Wellenmedium?

Der Metzler beantwortet nicht die wichtige Frage, in welchem Medium sich de-Broglie-Wellen ausbreiten, bzw. genauer: welche physikalische Größe bei de-Broglie-Wellen schwingt.

Gezeigt wird nur, dass man, wenn man mit de-Broglie-Wellenlängen genauso umgeht, wie man es mit elektromagnetischen Wellenlängen tut, Interferenzberechnungen anstellen kann.

### 1.93.8 B. S. 387: Interferenz von Elektronen

Elektronenwellen interferieren am Doppelspalt oder an BRAGG-kristallen „ähnlich“ wie elektromagnetische Wellen; es sind die gleichen Formeln, wie beispielsweise  $\Delta s = n\lambda = b \cdot \sin \alpha$ , gültig.

Elektronen sind also nicht „klassische Teilchen“; man sieht beim Doppelspaltexperiment mit Elektronen keinen „Schatten“, sondern ein Interferenzmuster.

Schwierig ist wegen der sehr kleinen Elektronenwellenlänge die praktische Durchführung von Elektroneninterferenzexperimenten: Anstatt Spalte nutzen zu können, ist man auf von der Natur vorgefertigte (und damit nur begrenzt veränderbare) Kristalle mit festen Netzebenenabständen angewiesen.

Auch gibt es für Elektronen kein „durchsichtiges“ Material, wie es beispielsweise die Luft für sichtbares Licht ist; man muss daher mit dem Vakuum hantieren.

### 1.93.9 B. S. 389: Vollständige Beschreibung?

Das Verhalten von Elektronen wird nur dann vollständig beschrieben, wenn man zur **Ausbreitung Welleneigenschaften** und für die **Wechselwirkung Teilcheneigenschaften** verwendet. (**Metzler, S. 389**)

Diese Aussage ist in zweifacher Hinsicht missverständlich.

Abgesehen davon, dass es Elektronen nur im Modell gibt, wird das Verhalten von Elektronen in jeder denkbaren Situation nicht durch die Kombination Wellen-/Teilcheneigenschaften beschrieben; genauer müsste der Satz lauten:

Das Verhalten von Elektronen wird nur dann für alle uns momentan bekannten Fälle treffend beschrieben, wenn man zur **Ausbreitung Welleneigenschaften** und für die **Wechselwirkung Teilcheneigenschaften** verwendet.

**1.93.10 B. S. 389: Wechselwirkung  $\Leftrightarrow$  Teilcheneigenschaften?**

Außerdem muss noch eingeschränkt werden, welche Wechselwirkungen mit Teilcheneigenschaften beschrieben werden müssen: Wechselwirken nämlich zwei Elektronenwellen miteinander – beispielsweise bei der Interferenz am Doppelspalt –, so ist eine Beschreibung mithilfe der Teilcheneigenschaften nicht möglich (bzw. wenig treffend).

Stattdessen muss man (naheliegenderweise) bei der Wechselwirkung Elektronenwelle  $\rightarrow$  Elektronenwelle die Welleneigenschaften nutzen. Korrekt müsste daher der Satz lauten:

Das Verhalten von Elektronen wird nur dann für alle uns momentan bekannten Fälle treffend beschrieben, wenn man zur **Ausbreitung Welleneigenschaften** und für die **Wechselwirkung mit Materie Teilcheneigenschaften** verwendet.

**1.93.11 B. S. 389: Aufgaben****Aufgabe 1**

Zum Versuch von Jönsson: Elektronen werden mit einer Spannung  $U_A = 54,7 \text{ kV}$  beschleunigt, bewegen sich durch einen sehr feinen Doppelspalt mit dem Spaltabstand  $d = 2 \mu\text{m}$  und werden im Abstand von  $e = 40 \text{ cm}$  registriert. Berechnen Sie die Wellenlänge  $\lambda$  der Elektronen und den Abstand  $a$  der Interferenzmaxima auf dem Bildschirm.

$$E = E_0 + eU_A = hf = hc/\lambda; \Leftrightarrow \lambda = \frac{hc}{E_0 + eU_A} \approx 2,19 \text{ pm};$$

$$\lambda = d \sin \alpha = d \sin \arctan \frac{a}{e} \approx \frac{da}{e}; \Leftrightarrow a \approx \frac{\lambda e}{d} \approx 438 \text{ nm}; (!!)$$

**Aufgabe 3**

Berechnen Sie die de-Broglie-Wellenlänge einer Metallkugel der Masse  $m = 1 \text{ g}$ , die sich mit  $v = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  bewegt. Warum ist es praktisch unmöglich, in diesem Fall Interferenzen nachzuweisen?

$$p = mv = h/\lambda; \Leftrightarrow \lambda = \frac{h}{mv} \approx 6 \cdot 10^{-31} \text{ m};$$

Um Interferenzphänomene beobachten zu können, benötigt man Objekte in der Größenordnung der Wellenlänge – beispielsweise Kristalle mit einem Netzebenenabstand der Wellenlänge.

Sogar die atomaren Maßstäbe sind aber viel größer als die Wellenlängen makroskopischer Objekte.

### **1.93.12 Fragen**

#### **Unsymmetrie Photonen vs. Elektronen**

Wenn wir von der Ausbreitung von Licht reden, denken wir uns eine sich ausbreitende Welle. Wir denken uns nicht, Licht bestünde aus Photonen; wir reden auch nicht von Photonenströmen.

Bei der Ausbreitung von Elektronen dagegen spricht der Metzler von sich bewegendenden Elektronen, die lediglich in ihrer Ausbreitung Wellencharakter aufweisen. Außerdem ist es bei Elektronen anscheinend auch im Kontext der Interferenzexperimente sehr wohl zulässig, von einem Elektronenstrom zu sprechen.

Ist es möglich, diese Unsymmetrie aufzulösen?

#### **Auswirkungen der Polarisation beim Fotoeffekt**

Laut Metzler (S. 382, unten links) hat die Polarisation der einfallenden Lichtwellen einen Einfluss auf die Emissionsrichtung der Elektronen. Wie deutet man das?

Die Polarisationsrichtung als „Bewegungsrichtung“ der Photonen zu nehmen scheitert, widerspricht sie doch unserer Deutung des Phänomens, dass Kometenschweife immer von der Sonne weg gerichtet sind; die Impulsrichtung ist nicht von der Signalrichtung, sondern von der Ausbreitungsrichtung abhängig.

Die Welleneigenschaften beschreiben den Fotoeffekt aber nur unzufriedenstellend – der Fotoeffekt war ja gerade die Motivation, von Photonen zu sprechen.

Wie also kann man die Signalrichtung – eine Größe des Wellenmodells – auf bestimmte Eigenschaften der Photonen zuordnen?

**1.93.13 Bildquellen**

- »<http://netmeme.org/blog/archives/images/darwin-ape.jpg>«
- »<http://www.hqrd.hitachi.co.jp/em/emgif/fig2.gif>«

06.11.2006

**1.94 114. Hausaufgabe****1.94.1 Mutmaßungen über die schwingende Größe bei Materiewellen****Bedingungen an die schwingende Größe****– Polarisierbarkeit**

Über Materiewellen wissen wir (bzw. haben wir aus dem Buchvergleich erfahren), dass sie polarisierbar sind. Polarisierbarkeit impliziert, dass die schwingende Größe eine vektorielle Größe ist: Bei skalaren Größen ergäbe es keinen Sinn, von Polarisation zu sprechen, da in diesem Fall die Signalrichtung ja bereits vorgegeben und unveränderbar ist.

**– BRAGGreflektierbarkeit**

Außerdem wissen wir, dass Materiewellen an BRAGGkristallen „reflektiert“ werden können. Dies deutet darauf hin, dass es sich bei Materiewellen um elektromagnetische Wellen handelt – schließlich kennen wir ja schon die „Reflexion“ von Röntgenstrahlung, also elektromagnetischen Wellen bestimmter Wellenlänge, an BRAGGkristallen.

Alternativ wäre es natürlich immer noch möglich, dass Materiewellen nicht elektromagnetische Wellen sind, jedoch an BRAGGkristallen ähnliches/gleiches Verhalten zeigen.

**– Vakuumausbreitung**

Eine weitere Bedingung, die wir an Materiewellen stellen müssen, ist, dass sie sich im Vakuum, also ohne Medium, ausbreiten können. Auch das deutet auf elektromagnetische Wellen.



**Experiment zur Unterscheidung von elektromagnetischen Wellen von Materiewellen**

Die drei Bedingungen (vektorielle Größe; BRAGGreflektierbarkeit; Vakuumausbreitung) werden von elektromagnetischen Wellen erfüllt. Klarheit könnte ein Experiment bringen, bei dem versucht wird, elektromagnetische Wellen mit Materiewellen zur Interferenz zu bringen.

Wenn Materiewellen nicht elektromagnetische Wellen sind, müsste man zwei getrennte Phänomene beobachten: Zum einen die Auswirkungen der elektromagnetischen Wellen, und zum anderen die der Materiewellen; es würde keine Interferenz stattfinden.

Wenn Materiewellen doch elektromagnetische Wellen sind, müsste Interferenz stattfinden und man würde ein (wie auch immer gear tetes) Interferenzmuster beobachten.

**– Hypothetische Probleme beim Durchführen des Versuchs**

Problematisch könnte bei der Durchführung eines solchen Versuches sein, dass die Wellenlänge von elektromagnetischen Wellen (beispielsweise von sichtbarem Licht einige hundert Nanometer, von Röntgenstrahlung einige zehn Pikometer) (viel) größer als die von Materiewellen (einige Pikometer) ist.

**– Besondere Auszeichnung von Materiewellen zur Unterscheidung von „regulären“ elektromagnetischen Wellen?**

Außerdem stellt sich, wenn Materiewellen tatsächlich elektromagnetische Wellen sind, die Frage, was dann elektromagnetische Wellen von Materiewellen unterscheidet: Wieso messen wir beim Doppelspaltexperiment mit einem Laser im sichtbaren Lichtbereich keine Elektronen auf dem Schirm? Und umgekehrt: Wieso sehen wir keine Farbmuster beim Doppelspaltexperiment mit Elektronen?

Könnte man bei elektromagnetischen Materiewellen weiterhin einen Feldtyp vernachlässigen, so wie wir es bei „regulären“ elektromagnetischen Wellen tun? Wäre also die eine vektorielle Größe immer noch gegenüber der anderen fix um  $90^\circ$  phasenverschoben?

### 1.94.2 Buchvergleich

#### Fischer Abiturwissen

##### - Wellenlänge und Frequenz bei Materiewellen nur „Rechengröße“

Es wird argumentiert, dass, weil der Nullpunkt der potenziellen Energie beliebig festlegbar ist, die Wellenlänge und Frequenz von Materiewellen höchstens relative Bedeutung haben.

$$E_{\text{ges}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = hf;$$

Nicht im Buch erwähnt, aber trotzdem relativ ist natürlich, dass auch die kinetische Energie letztendlich beliebig wählbar ist, da das Bezugssystem ja frei wählbar ist.

Außerdem könnte man zumindest  $E_{\text{pot}}$  aus der Gleichung eliminieren, indem man relativistisch rechnet:

$$E_{\text{ges}} = m(v) \cdot c^2 = hf;$$

Es stellt sich außerdem die Frage, ob es schlimm ist, wenn die Materiewellenfrequenz keine absolute, invariante, überall gleich große Größe ist – bei vertrauteren Größen wie der relativistischen Masse, der Geschwindigkeit oder dem Impuls sehen wir das Problem ja als wenig(er) kritisch an.

##### - Unendliche Ausdehnung von Materiewellen?

Postuliert man ohne genaueren Kontext einfach nur, dass „Teilchen“ wie Elektronen eine Wellenlänge haben, könnte man daraus folgern, dass es sich um unendlich ausgedehnte Wellen handelt.

Man kann dieses Problem aber lösen, wenn man ergänzt, dass es sich bei Materiewellen immer um Wellenpakete handelt. Diese könnten sich dann entsprechend gegenseitig aufheben/zerfließen, womit man den Ort einschränken könnte.

(Außerdem ergibt sich bei unendlich ausgedehnten Wellen wohl das Problem, dass eine bestimmte Art Geschwindigkeit (die Gruppengeschwindigkeit) größer als die Lichtgeschwindigkeit wäre. Auch dieses Problem wird durch die Betrachtung von Wellenpaketen gelöst.)

### **– Polarisierbarkeit von Materiewellen**

Das Buch erwähnt, dass Materiewellen polarisierbar sind. Aus dem betrachteten Ausschnitt wurde nicht klar, welche Konsequenzen eine Polarisierung auf die entsprechenden „Teilchen“ (im Falle von Elektronenwellen den Elektronen, im Falle von Licht den Photonen) hat.

### **– Layout, Gliederung, Aufbau**

Positiv fiel mir auf, dass eigentlich wichtige Details, die jedoch zunächst nicht erklärt werden können, da erst die Grundlagen vermittelt werden müssen, in kleinerer Schrift angemerkt werden.

Der Metzler nutzt auch das Stilmittel kleinerer Schrift, nutzt es aber vornehm dazu, um ganze Sektionen, die ihm weniger wichtig erscheinen, zu setzen. Im Fischer Abiturwissen sind dagegen mehrere kleine Blöcke in den Haupttext eingestreut, die beim Lesen aufkommende Fragen wenn zwar nicht beantworten, zumindest bestätigen und anerkennen.

## **Materiewellen für die Sekundarstufe II**

### **– Wellenlänge und Frequenz auch bei Lichtquanten „willkürlich“**

Es wird erwähnt, dass Wellenlänge und Frequenz nicht nur bei Materiewellen „willkürlich“ festgelegt sind, sondern dass das auch bei „regulären“ Photonen der Fall ist. Es gibt wohl aber irgendein fundamentales Nullpotenzial (auf das nicht näher eingegangen wird), das ohne Erwähnung immer zugrunde gelegt wird, vergleichbar mit dem Nullpotenzial des elektrischen Potenzials.

### **Vergleich mit dem Metzler**

Obwohl beide betrachteten Bücher nicht die Frage klären, welche physikalische Größe nun bei Materiewellen schwingt, scheinen mir beide Bücher genauer als der Metzler nachzufragen.

Der Metzler verfolgt mehr den phänomenologischen Ansatz: Ordnet man Elektronen über  $E = hf$  eine Wellenlänge zu, so kann man die Beugungserscheinungen von Elektronen sinnvoll deuten. Punkt.

Dass Materiewellen polarisierbar sind und dass Wellenlänge und Frequenz nicht fundamental gegeben sind, sondern von verschiedenen Faktoren – u.a. der Wahl des Bezugssystems – abhängen, verschweigt der Metzler.

(Benötigte Zeit: 70 min)

08.11.2006

## 1.95 115. Hausaufgabe

### 1.95.1 B. S. 392f.: Die HEISENBERG'sche Unschärferelation

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi};$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \frac{h}{4\pi};$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \frac{h}{4\pi};$$

Die HEISENBERG'sche Unschärferelation legt die minimale Unschärfe fest. (Nach oben hin ist die Unschärfe nicht begrenzt; man kann beliebig schwammig messen.)

### Fragen

#### – Unschärferelation als Messrestriktion?

Bedeutet die Unschärferelation, dass, wenn man von einem „Teilchen“ den Ort auf  $\Delta x$  Genauigkeit bestimmen will, dass man dann den Impuls nur auf  $\frac{h}{4\pi}/\Delta x$  Genauigkeit bestimmen kann?

#### – Bezug der Unschärferelation?

Worauf bezieht sich die Unschärferelation? Auf Teilchen? Auf Wellen? Auf bestimmte Wellenpakete? Auf Systeme?

#### – Rechtfertigung der Unschärferelation?

Stimmt die (oft zitierte) Begründung, dass durch einen Messvorgang das zu messende System beeinflusst und daher auch die komplementäre Größe verändert wird?

Wie kann man sich das Ergebnis deuten, dass die Unschärferelation auch bei Ensembles, also „identische“ Kopien eines Systems, gilt? Wieso hat das Messen einer Größe bei einem bestimmten Photon Konsequenzen auf die Unschärfe der komplementären Größe bei einem anderen Photon, das intuitiv nichts mit dem ersten Photon zu tun hat?

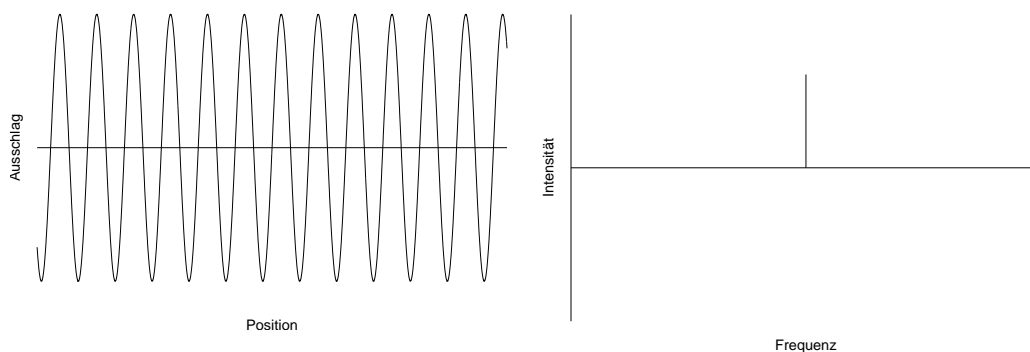
(Benötigte Zeit: 43 min)

10.11.2006

## 1.96 116. Hausaufgabe

### 1.96.1 Zusammenfassung der Stunde: Lokalisierung und Delokalisierung

#### Vollständige Delokalisierung



Vollständige Delokalisierung (unendliche Ortsunschärfe) wird mathematisch durch eine Sinus-Funktion fester Frequenz (Frequenzunschärfe Null) ausgedrückt.

Interpretiert man diese Funktion als Ton, so repräsentiert die Funktion einen unendlich lang ausgehaltenen, perfekten Sinuston genau einer Frequenz.

Anschaulich drückt sich die Delokalisierung dadurch aus, dass es unendlich viele Wellenberge gibt – es ist nicht klar, an welchem dieser Berge man den Ort festmachen sollte. Es gibt keinen Berg, dem man den Vorzug gegen könnte!

Über ein Elektron mit dieser Wellenfunktion könnte man also nicht sagen, wo es sich „aufhält“ bzw. wo es sich manifestieren wird. Man kennt jedoch den Impuls (und damit die Geschwindigkeit) genau.

Bezogen auf die Unschärferelationen drückt sich dieser Sachverhalt wie folgt aus:

$$\underbrace{\Delta f}_{0 \text{ Hz}} \cdot \underbrace{\Delta t}_{\infty \text{ s}} \geq c;$$

$$\underbrace{\Delta p}_{0 \text{ Ns}} \cdot \underbrace{\Delta x}_{\infty \text{ m}} \geq c;$$

Zu beachten ist, dass je nach Unschärferelation andere Größen, und damit auch andere Achsen auf dem Diagramm, vorkommen. Die beiden Diagramme oben beziehen sich auf die Ortsunschärfe.

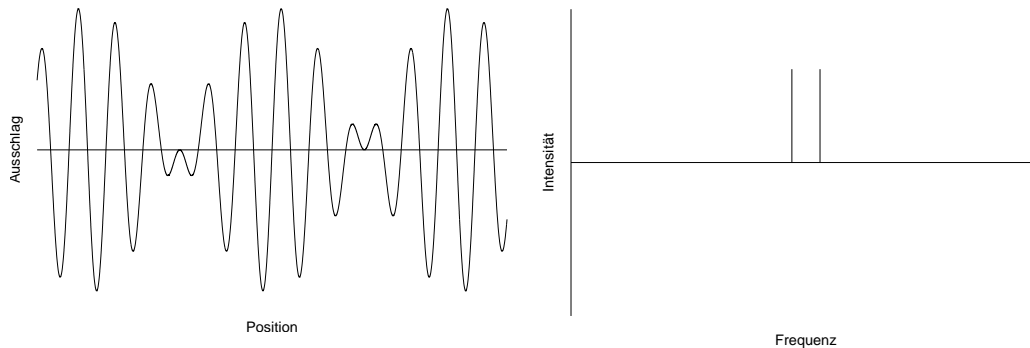
Auch hat hier das  $\Delta$ -Symbol eine für uns unübliche Bedeutung: Hier bedeutet es die stochastische Standardabweichung, während es normalerweise eine Änderung einer Größe pro einer anderen Größe bezeichnet und somit auch nicht isoliert stehen darf:  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  ist zulässig, während  $\Delta x \Delta t$  im für uns üblichen Sinne nicht zulässig ist, da nicht angegeben ist, auf welche anderen Größen sich  $\Delta x$  und  $\Delta t$  jeweils beziehen.

### **– Unendlich mal Null = von Null verschiedener endlicher Wert? [FORMAL]**

Formal ist außerdem zu beachten, dass weder das Vorkommen von Null im Produkt den Produktwert auf Null noch das Vorkommen von Unendlich den Produktwert auf Unendlich zwingt: Hinter der schlampigen Schreibweise stecken Grenzwertprozesse, die sich – anschaulich gesprochen – teilweise gegenseitig aufheben.

Da wir aber keine Formeln für die Werte der Unschärfen haben, können wir diesen Sachverhalt nicht näher analytisch untersuchen; das ist aber für das grundlegende anschauliche Verständnis auch nicht notwendig.

### **„Unvollständige“ Delokalisierung**



Man kann der vollständigen Delokalisierung Struktur hinzufügen. Dies modelliert man dadurch, indem man statt genau einer Frequenz  $\hat{f}$  ein diskretes Frequenzspektrum um  $\hat{f}$  nimmt, beispielsweise  $\hat{f} - \Delta f$  und  $\hat{f} + \Delta f$ . (In diesem speziellen Fall kann  $\Delta f$  nicht nur als Standardabweichung, sondern auch unter dem für uns üblichen Sinn interpretiert werden.)

Als Ton interpretiert, wird das Signal periodisch (mit Periodendauer  $1/\Delta f$ ) lauter und leiser („Schwebung“). Es gibt also Momente, an denen das Signal ganz verschwindet, also die Amplitude Null ist; dadurch hat man die Strukturgebung erreicht.

Die Gesamtauslenkung ist also  $y = \sin \omega_1 x + \sin \omega_2 x$ . Obwohl die Frage nach den Nullstellen dieses Terms nicht leicht zu beantworten ist, kann man zumindest einige Nullstellen – die „Stumpunkte“ – analytisch bestimmen.

$x$  ist nämlich dann ein „Stumpunkt“, wenn beide Summanden zugleich Null sind.

Beispiel:  $f_1 = 440 \text{ Hz}$ ;  $f_2 = 441 \text{ Hz}$ ;

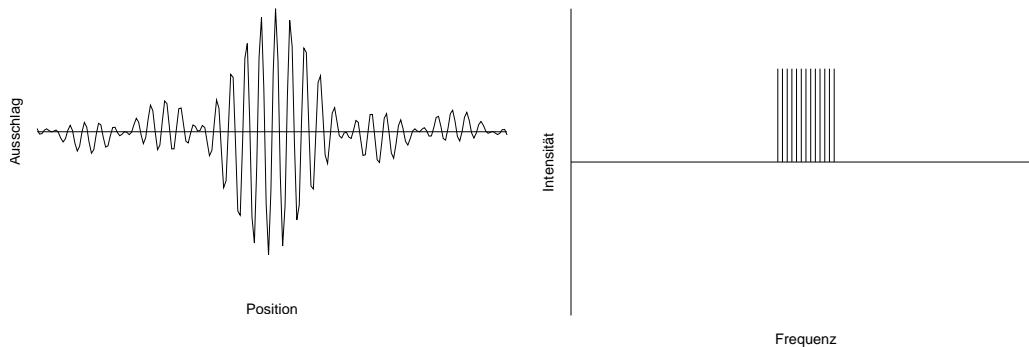
Nach jeweils einer Sekunde haben beide Sub-Oszillatoren eine ganze Schwingung vollendet; nach jeweils einer Sekunde sind beide Oszillatoren also wieder nicht ausgelenkt.

Bezogen auf die Unschärferelationen ist die Ortsunschärfe also nicht mehr Unendlich; stattdessen aber ist jetzt der Impuls unscharf.

Über ein Elektron mit dieser Wellenfunktion könnte man zwar nicht sagen, wo es sich manifestieren wird; es ist aber möglich, Manifestationswahrscheinlichkeiten anzugeben: An den „Stumpunkten“

manifestiert es sich nie, und an den Punkten maximaler Amplitude am häufigsten.

### „Nahezu vollständige“ Delokalisierung



Greift man den strukturgebenden Gedanken wieder auf, setzt jedoch statt einem Frequenzspektrum bestehend aus zwei Frequenzen sehr viele Frequenzen ein, nimmt der Abstand zwischen den periodischen „Stumpunkten“ immer mehr zu.

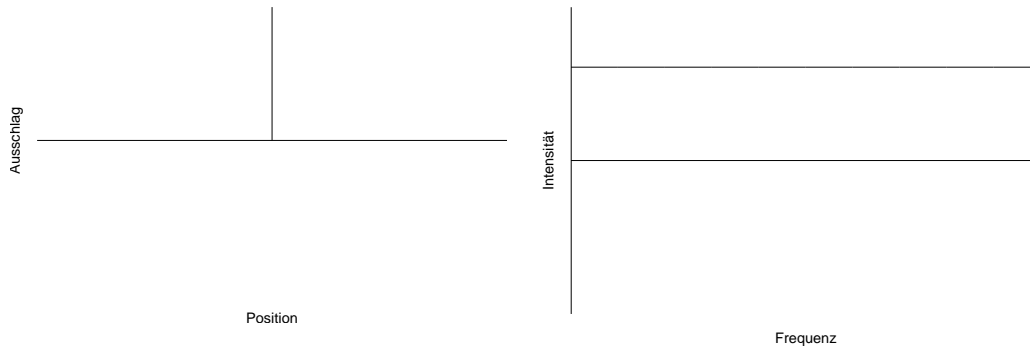
Vom ersten Beispiel beginnend ist die Frequenz also immer unschärfer und der Ort immer schärfer geworden. Die Schärfe des Orts kann man in diesem Diagramm daran erkennen, dass es viele Stellen gibt, an denen die Amplitude „klein“ ist, die Wahrscheinlichkeit, dass sich an dieser Stelle also das Elektron manifestiert, ebenfalls klein ist.

Zur Erinnerung: Wäre das Elektron vollständig delokalisiert, wäre die Manifestationswahrscheinlichkeit überall gleich groß.

### Vollständige Lokalisierung

Mathematisch kann man dieses Verfahren fortsetzen und grenzwertig Sinusfunktionen unendlich vieler Frequenzen überlagern. Das Ergebnis ist dann ein Signal, dass nur an genau einer Stelle auftritt. An allen anderen Stellen ist es Null.





Dem entspricht eine vollständige Lokalisierung: Der Ort ist maximal scharf (Unschärfe Null), die Frequenz ist maximal unscharf (Unschärfe unendlich).

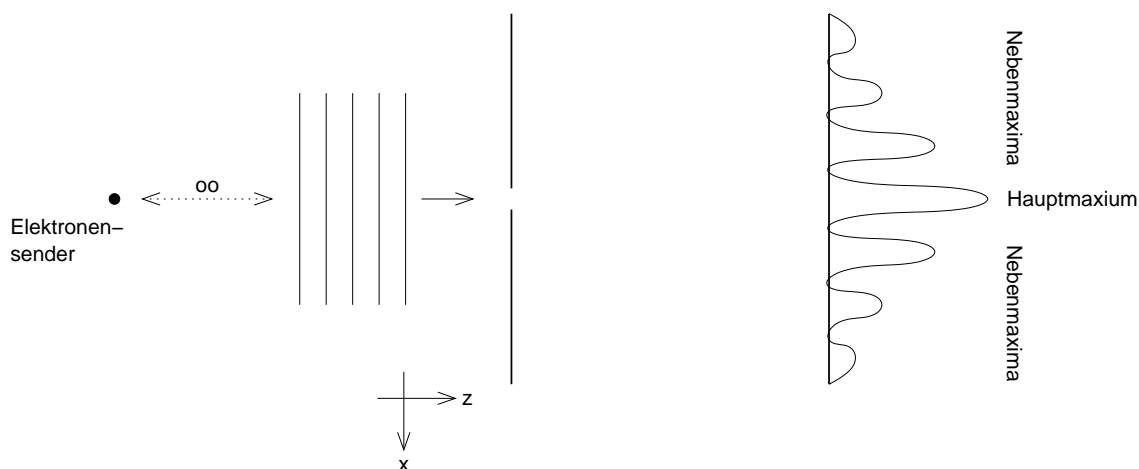
$$\underbrace{\Delta f}_{\infty \text{ Hz}} \cdot \underbrace{\Delta t}_{0 \text{ s}} \geq c;$$

$$\underbrace{\Delta p}_{\infty \text{ Ns}} \cdot \underbrace{\Delta x}_{0 \text{ m}} \geq c;$$

Über ein Elektron mit dieser Wellenfunktion könnte man genau sagen, wo es sich manifestieren wird. Es ist aber nicht möglich, seinen Impuls (und damit seine Geschwindigkeit) anzugeben. Es ist nicht einmal möglich, einige mögliche Werte des Impulses von anderen zu differenzieren – alle haben die gleiche Wahrscheinlichkeit.

### 1.96.2 Unschärferelation beim Doppelspalt

Senden wir eine Elektronenwelle auf einen Doppelspalt, lässt sich die „Bewegung“ in zwei Abschnitte gliedern: den, vor dem Spalt, und den, nach dem Spalt.



### Elektronenwelle vor dem Spalt

Vor dem Spalt sind die eintreffenden Elektronen in  $z$ -Richtung delokalisiert; die Elektronengeschwindigkeit, und damit der Impuls, ist (idealisiert) exakt bekannt.

Auch in  $x$ -Richtung ist das Elektronium delokalisiert – der  $x$ -Impuls ist exakt Null.

### Elektronenwelle nach dem Spalt

Der Teil der Welle, der den Doppelspalt durchlaufen konnte, ist weiterhin in  $z$ -Richtung delokalisiert, da sich die Elektronenwellengeschwindigkeit in  $z$ -Richtung nicht geändert hat (und da insbesondere ihre Unschärfe konstant geblieben ist). (Natürlich ist bei einem realen Doppelspaltexperiment der Ort nicht vollständig delokalisiert, da er wohl kaum über den Versuchsaufbau hinausragt. Idealisiert nehmen wir daher an, dass Spalt und Schirm unendlich ausgedehnt sind.)

Der  $x$ -Impuls hingegen ist nach dem Spalt unscharf – schließlich wird auf dem Schirm ein Interferenzmuster erzeugt, es manifestieren sich ja pro Messfläche, der Verteilung der Maxima entsprechend, unterschiedlich viele Elektronen pro Zeiteinheit.

Die Impulserhaltung wird dabei nicht verletzt, da die Manifestationswahrscheinlichkeit- $x$ -Kurve achsensymmetrisch ist. Bildlich gesprochen gibt es zu jedem Elektron, das sich unten manifestiert, eins, das sich entsprechend oben manifestiert.

Die Impulserhaltung ist sogar dann nicht verletzt, wenn man die „Elektronen“ einzeln durch den Doppelspalt schickt: Dann tritt nämlich der Festkörper als Impulsaustauschpartner auf.

(Beim Doppelspaltexperiment deswegen davon zu sprechen, dass sich Elektronen am Spalt stoßen und daher abgelenkt werden, ist aber natürlich nur solange zulässig, solange man selbst (und alle anderen am Gespräch Beteiligten) wissen, was eigentlich gemeint ist; „man darf beliebig schlampig sprechen“, solange der Sinn allen klar ist.)

### 1.96.3 Fragen

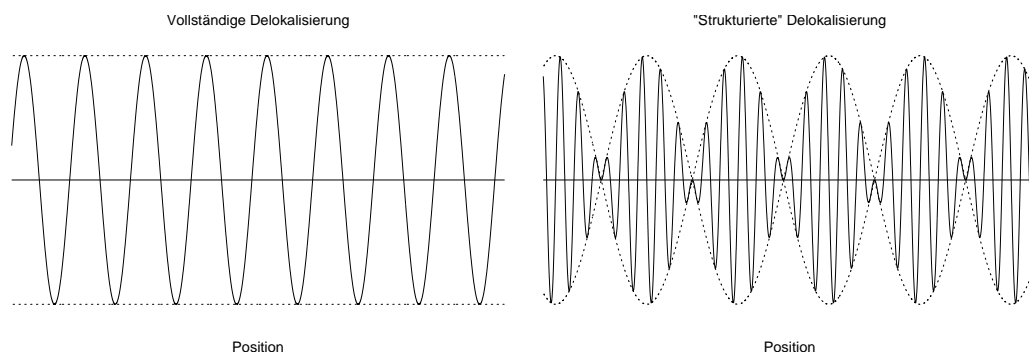
#### Nullpunkte eine Besonderheit?

Inwiefern unterscheiden sich die „Stumpfpunkte“ der Schwebungszustände von den normalen Nullpunkten, die während jeder vollständigen Periode zweimal auftreten?

Die einen scheinen strukturgebend zu sein, während die anderen keine physikalischen Konsequenzen haben.

#### – Mögliche Lösung

Man wird wohl eine Funktion definieren müssen, die jedem  $x$ -Wert den Wert der „theoretisch erreichbaren“ Amplitude zuordnet, vergleichbar mit einer Einhüllenden:



Dann interpretiert man nicht den Wert der eigentlichen Funktion als Maß für die Manifestationswahrscheinlichkeit, sondern den Wert der begrenzenden/einhüllenden Funktion.

Diese mögliche Lösung scheint mit allen angesprochenen Fällen konsistent zu sein; aber eine Rechtfertigung, wieso die restlichen, nicht-„Stumpfpunkt“-Nullstellen nicht relevant sind, ist sie sicherlich nicht.

### **Wechsel des Impulsaustauschpartners – qualitativer Unterschied?**

Treffen viele Elektronen pro Sekunde auf den Doppelspalt, ist die Impulserhaltung dadurch erfüllt, dass sich – bildlich gesprochen – „je ein Elektron oben und je ein Elektron unten manifestiert“.

Treffen die Elektronen „einzeln“ auf den Spalt, so ist dagegen der Festkörper Impulsaustauschpartner.

Nun gibt es ja aber zwischen diesen beiden Szenarien nur einen quantitativen, keinen qualitativen, Unterschied: Im ersten Fall treffen viele hunderttausend Elektronen pro Sekunde, im zweiten nur einige zehn pro Sekunde auf den Spalt.

Aber der Impulsaustauschpartner ändert sich qualitativ! Im ersten Fall sind es andere Elektronen, im zweiten Fall der Festkörper.

### **– Mögliche Lösungen**

- a)** Als Lösung wäre denkbar, dass – stochastisch verteilt – andere Elektronen und der Festkörper Impulsaustauschpartner sind. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Festkörper Partner ist, ist dann im zweiten Fall sehr groß, während sie im ersten Fall sehr klein ist.

Damit hätte die quantitative Änderung der Anzahl der Elektronen pro Sekunde auch eine quantitative Konsequenz, nämlich die Änderung der Wahrscheinlichkeit, mit dem Festkörper Impuls auszutauschen anstatt mit anderen Elektronen.

- b)** Alternativ wäre denkbar, dass der Impulserhaltungssatz nicht für jedes Elementarereignis gilt/angewendet werden kann/betrachtet werden darf, sondern dass er nur durchschnittlich gilt:  $E(\Delta p) = 0 \text{Ns}$ ;

**Ortsunschärfe nach dem Spalt?**

Da ja nach dem Spalt der Elektronenimpuls unscharf ist, kann die Ortsunschärfe abnehmen; die Unschärferelation würde dabei nicht verletzt werden. (Es besteht aber kein Zwang, dass die Ortsunschärfe abnimmt – es heißt ja  $\Delta x \Delta p > c$ , nicht  $\Delta x \Delta p = c$ .)

Nimmt die Ortsunschärfe tatsächlich ab? Wenn ja, inwiefern?

**Negative Frequenzen? [FORMAL]**

Bei einer grenzwertig unendlichen Frequenzunschärfe mit Erwartungswert  $\hat{f}$  müssten ja im Spektrum auch negative Frequenzen vorkommen. Ist das nicht problematisch, da Frequenzen ja immer positiv (oder zumindest nichtnegativ) sein müssen?

**Übliche Bezeichnung für die „Stumpfpunkte“? [FORMAL]**

Was ist die übliche Bezeichnung für die  $x$ -Werte, die ich „Stumpfpunkte“ genannt habe? (Die Bezeichnung „Stumpfpunkt“ hat den Nachteil, dass sie begrifflich mit Tönen bzw. Schallwellen verbunden ist. Die Bezeichnung schließt also eine allgemeinere Verwendung aus.)

13.11.2006

**1.97 117. Hausaufgabe****1.97.1 Exzerpt von B. S. 397: Grundwissen Quantenphysik****Fotoeffekt**

$$hf = E_{\text{Austritt}} + E_{\text{kin}};$$

$$hf - E_{\text{Austritt}} = eU_{\text{Gegen}};$$

**Röntgenstrahlung**

$$eU_{\text{Anode}} = hf_{\text{max}} = hc/\lambda_{\text{min}};$$

**Compton-Effekt**

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0,ec} (1 - \cos\varphi);$$

**Materiewellen**

De-Broglie-Wellenlänge:  $\lambda = h/p$ ;

**Unschärferelationen****- HEISENBERG'sche Unschärferelation**

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi};$$

**- Energie-Zeit-Unschärfe**

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi};$$

(Benötigte Zeit: 21 min)

14.11.2006

**1.98 118. Hausaufgabe****1.98.1 Zusammenfassung der Stunde: Stoff bis zu den Weihnachtsferien****Atomphysik: Franck-Hertz-Versuch**

Den Franck-Hertz-Versuch, den wir schon zu Beginn des letzten Jahrs kennengelernt haben, können wir jetzt bzw. im weiteren Unterrichtsverlauf besser verstehen.

Begriffen, die wir – wenn überhaupt – zuvor nur aus Populärmedien kannten, können wir jetzt mit präzisen gedanklichen Assoziationen verknüpfen; die Begriffe sind für uns jetzt viel ausgeschärfter.

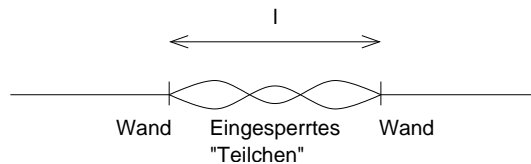
**Kinetische Gastheorie**

Gase verhalten sich so, als ob sie aus Teilchen bestünden, welche eine bestimmte mittlere Geschwindigkeit haben.

Begründen kann man diese Modellvorstellung damit, dass, bei der Wechselwirkung von Gasen mit Materie Impulstransfers stattfinden, deren Größen sich durch die Vorstellung von sich bewegenden und an Wände stoßenden Teilchen mit einer bestimmten kinetischen Energie passend berechnen lassen.

**Quantenphysik: Einsperren von Teilchen**

„Teilchen“ kann man „einsperren“. Einsperren bedeutet dabei, dass die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Teilchen außerhalb des designierten Gebiets manifestiert, Null ist.

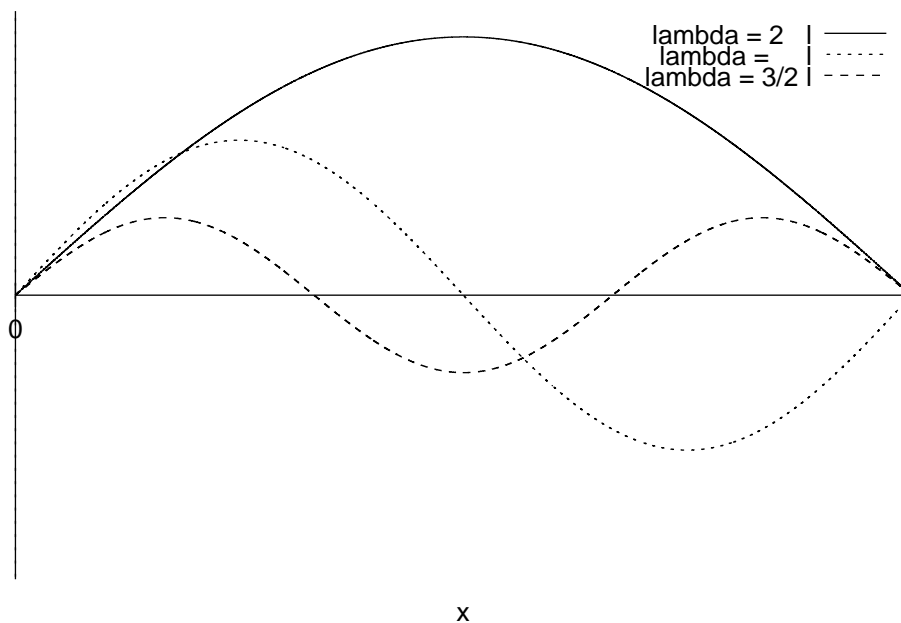


Wir werden dabei zunächst eindimensionale, unendlich große Potenzialbarrieren betrachten. Viele wichtige Erkenntnisse lassen sich dabei schon aus zwei einfachen und einleuchtenden Regeln herleiten:

1. An den Grenzpunkten muss die Manifestationswahrscheinlichkeit Null sein.
2. Das Teilchen muss zu jedem Zeitpunkt konstruktiv mit sich selbst interferieren.

Diese Regel bedingt das Ausbilden von stehenden Wellen.

Bei stehenden Wellen kann man die Zahl der Wellenbäuche angeben. Diese ist immer eine natürliche Zahl; dementsprechend sind den einzelnen möglichen Zuständen diskrete Energieniveaus zugeordnet.



Später werden wir dann auch Teilchen in einem dreidimensionalen Potenzial einsperren und über COULOMBFelder begrenzen.

(Benötigte Zeit: 48 min)

15.11.2006

## 1.99 119. Hausaufgabe

### 1.99.1 Exzerpt von B. S. 414: Unendlich hoher Potenzialtopf

(Siehe 118. Hausaufgabe.)

### 1.99.2 Exzerpt von B. S. 414: Wellenlängen der Wellenfunktion im Fall stehender Wellen

In unendlich hohen Potenzialtöpfen kommt es immer zur Ausbildung stehender Wellen. Im einfachsten (und energieärmsten) Fall hat die stehende Welle genau einen Bauch. In diesem Fall ist die Wellenlänge doppelt so groß wie die Breite  $a$  des Potenzialtopfes:

$$\lambda = 2a;$$

Diesen Zustand nennt man Grundzustand. Es ist jetzt möglich, dass dem System durch äußere Anregung, beispielsweise durch Strahlung, Energie zugeführt wird. „Passt“ die Energiemenge, so



geht das System in den nächsthöheren Zustand über, den Zustand mit genau zwei Bäuchen. In diesem Fall ist die Wellenlänge der Wellenfunktion genau so groß wie die Breite des Potenzialtopfes.

$$\lambda = a;$$

Im unendlich hohen Potenzialtopf kann dieser Prozess beliebig lange fortgesetzt werden. Dabei ergeben sich, vom Grundzustand ausgehend, folgende Wellenlängen:

$$\lambda = 2a, a, \frac{2}{3}a, \frac{2}{4}a, \frac{2}{5}a, \dots;$$

Bezeichnet man die Anzahl der Bäuche mit  $n$ , so erhält man:

$$\lambda = \frac{2}{n} \cdot a;$$

$n$  wird auch Quantenzahl genannt.

**Frage:** Kann  $n$  im Modell des unendlich hohen Potenzialtopfes beliebig groß werden?

**Frage:** Wovon hängt die Stabilität eines Zustands ab?

**Frage:** Wieso muss er zur Ausbildung stehender Wellen kommen? Die Bedingung, dass die Manifestationswahrscheinlichkeit an den Rändern (und auch außerhalb des Topfes) Null sein muss, bedingt das nicht – schließlich erfüllen (bestimmte) „hin und her laufende“ Wellen und komplizierte Überlagerungen von Wellen diese Bedingung ebenfalls.

### 1.99.3 Exzerpt von B. S. 414f.: Energien im Fall stehender Wellen

Man definiert, dass die potenzielle Energie 0 J ist. Dann ist die Gesamtenergie des „Teilchens“

$$E = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{1}{2} \frac{m_e^2 v^2}{m_e} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m_e};$$

**Frage:** Der Metzler setzt die Gesamtenergie mit der kinetischen Energie gleich. Ist das zulässig? Kann man die anderen vorkommenden Energieformen (wie beispielsweise Wärme) unterschlagen?

**Frage:** Ist es nicht besser, die Unterscheidung in verschiedene Energieformen aufzugeben? Die Verwendung

von  $E_{\text{kin}}$  impliziert bzw. erweckt die starke Konnotation von sich bewegenden Teilchen. . .

**Frage:** Ist es nicht einfacher, über die relativistische Energie  $E(v) = m(v)c^2$  zu gehen, da man in diesem Fall keine Unterscheidung zwischen potenzieller und kinetischer Energie treffen muss?

**Frage:** Wieso ist es zulässig, die potenzielle Energie auf 0 J festzusetzen? Rechnet man mit  $E_{\text{pot}}$  durch, so erhält man für  $E$  einen von  $E_{\text{pot}}$  abhängigen Term. Dies scheint ein weiteres Argument für die Verwendung von  $E(v) = m(v)c^2$  zu sein, da dann man die Energie absolut angeben könnte.

Umformen mit den Beziehungen  $\lambda = h/p$  und  $\lambda = \frac{2}{n} \cdot a$  führt zu:

$$E_n = \frac{h^2}{8m_e a^2} \cdot n^2;$$

Da die Energie direkt mit der Anzahl der Bäuche zusammenhängt – einer natürlichen Zahl – muss auch die Energie gequantelt sein.

**Frage:** Wovon ist  $E_n$  die Energie? Von Teilchen? Von Wellen? Von Wellenfunktionen? Von Verspannungen? Von Systemen?

#### 1.99.4 Exzerpt von B. S. 415: Energietransfers; An- und Abregungen

Da die Gesamtenergie gequantelt ist, müssen auch Energietransfers gequantelt sein. Die benötigte Energie, um vom Zustand  $n$  zum Zustand  $m$  zu gelangen, ist:

$$\Delta E = E_n - E_m = \frac{h^2}{8ma^2} \cdot (n^2 - m^2);$$

Um von einem Zustand kleiner Quantenzahl zu einem höherer Quantenzahl zu gelangen, muss Energie zugeführt werden. Beim rückwertigen Prozess wird Energie frei.

**Frage:** Ist es möglich, Zwischenzustände zu „überspringen“, also beispielsweise eine Anregung von  $n = 2$  nach  $n = 5$  „in einem Schritt“ durchzuführen? Oder ist das

nicht möglich und, wenn immer „zu viel“ Energie zur Verfügung steht, findet keinerlei Anregung statt?

**Frage:** Wie verhält sich die Wellenfunktion während einer Zustandsänderung? Oder erfolgen An- und Abregungen instantan, also mit einer benötigten Zeitdauer von exakt  $0\text{ s}$ ?

**Frage:** Geht man nicht von einer kontinuierlichen Veränderung der Wellenfunktion aus – ist der Wechsel der Wellenfunktionen dann wirklich unstetig?

### 1.99.5 Exzerpt von B. S. 416: Einfachbindung

Am Beispiel von Wasserstoff wird die Einfachbindung (oder kovalente Bindung) erklärt.

Modellieren kann man sich die Entstehung von Einfachbindungen mit dem Modell des Potenzialtopfes; laut Metzler weicht dieses Modell aber so weit von den Messungen ab, dass es nur unter qualitativer Betrachtung treffend ist.

1. Sind zwei Wasserstoffatome noch getrennt, so befinden sich beide freie Elektronen im Grundzustand, eingesperrt in jeweils einem Potenzialtopf.
2. Bei der Annäherung „verschmelzen“ die beiden Potenzialtöpfe.
3. Sind die beiden Atome gebunden, wird für beide Elektronen wieder der Grundzustand hergestellt. Da die Potenzialtöpfe „verschmolzen“ sind, ist die effektive Topfbreite jetzt doppelt so groß; dementsprechend muss auch die Wellenlänge der Wellenfunktionen der beiden an der Bindung beteiligten Elektronen doppelt so groß sein.

**Frage:** Der Metzler spricht von sich aufeinander zu bewegendenden Elektronen? Ist diese Sprechweise zulässig? Sind die Elektronen nicht vielmehr über das gesamte Gas delokalisiert?

**1.99.6 Exzerpt von B. S. 417: Farbstoffmoleküle**

Trifft weißes Licht auf Farbstoffmoleküle, so wird ein Teil des Spektrums absorbiert. Die dem Licht entnommene Energie wird zur Anregung bestimmter Elektronen der Farbstoffmoleküle in höhere Zustände verwendet.

**Frage:** Was passiert nach der Anregung? Wird die aufgenommene Energie wieder abgegeben und zum Grundzustand zurückgekehrt? Wenn ja, wie lang ist der angeregte Zustand stabil und in welcher Form wird die Energie wieder abgegeben? Wenn nein, wieso nicht?

**Frage:** Welche Elektronen der Farbstoffmoleküle sind von der Anregung betroffen? Alle? Nur die Valenzelektronen?

**Frage:** Wieso wird dem Licht ein ganzes Spektrum, und nicht nur genau eine, diskrete Frequenz entnommen? Was passiert mit der „überschüssigen“ Energie im Fall der Absorption von Licht, das eigentlich eine zu hohe Energie (größer als  $E_2 - E_1$ ) besitzt? Wie kann im Fall der Absorption von Licht, das eigentlich eine zu niedrige Energie besitzt, trotzdem der angeregte Zustand erreicht werden?

**Frage:** Kann man die chemische Regel, dass Zustände möglichst geringer Energie „von der Natur bevorzugt werden“, physikalisch untermauern? Wenn ja, wie?

**1.99.7 Aufgaben von B. S. 415****Aufgabe 1**

Betrachten Sie das Wasserstoffatom in erster Näherung als einen linearen Potenzialtopf mit der Länge  $a = 10^{-10}$  m. Wie groß ist die Energie im Grundzustand? Wie groß ist sie für den Kern, wenn  $a = 10^{-15}$  m beträgt?

$$E_1 = \frac{h^2}{8m_e a^2} = 38 \text{ eV};$$

Mir ist nicht klar, was mit dem zweiten Teil der Aufgabe gemeint ist.

**Aufgabe 2**

Wie verändern sich die Energiedifferenzen zweier aufeinander folgender Zustände im linearen Potenzialtopf mit zunehmendem Wert der Quantenzahl  $n$ ?

$$E_{n+1} - E_n = \frac{h^2}{8m_e a^2} (2n + 1);$$

**Aufgabe 3**

Statt Elektronen können auch Protonen oder Neutronen in einem linearen Potenzialtopf eingeschlossen sein. Berechnen Sie die ersten drei Energiestufen für Protonen und Neutronen mit  $a = 10^{-15}$  m.

$$m_n \approx m_p;$$

$$E_1 = \frac{h^2}{8m_p a^2} \cdot 1^2 \approx 210 \text{ MeV};$$

$$E_2 = \frac{h^2}{8m_p a^2} \cdot 2^2 \approx 818 \text{ MeV};$$

$$E_3 = \frac{h^2}{8m_p a^2} \cdot 3^2 \approx 1,8 \text{ GeV};$$

**1.99.8 Allgemeine Fragen**

**Frage:** Ist meine Verwendung des Begriffs „Wellenfunktion“ korrekt?

**Frage:** Welchen physikalischen Aussagegehalt hat die Wellenfunktion (nicht ihr Quadrat)?

**Frage:** Es gibt sowohl zur Wellenfunktion als auch für ihr Quadrat Zeitpunkte, an denen sie Null sind. Welche physikalischen Konsequenzen hat das? Sicherlich bedeutet das nicht, dass zu diesen Zeitpunkten die Manifestationswahrscheinlichkeit Null ist. Auf der anderen Seite bedeutet das aber auch, dass – entgegen dem Metzler –  $\psi^2$  **kein** Maß für die Manifestationswahrscheinlichkeit ist.

**Frage:** Ist die Wellenfunktion dimensionslos? Wenn nein, welche Einheit trägt sie?

**Frage:** Inwiefern ist  $E = hf = hc/\lambda$  ein Problem? Inwiefern kann man bei  $E = hf$  den „Nullpunkt“ (welchen Nullpunkt?) frei wählen und wieso kann man das bei  $E = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$  nicht? Wieso war  $E = hf$  bisher (beispielsweise beim Foto- und COMPTONeffekt) kein Problem?

(Benötigte Zeit: 3 h 37 min)

## 1.100 120. Hausaufgabe

### 1.100.1 Berechnung einiger Impulse von eingesperrten „Teilchen“

$$E = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = \frac{h^2}{8ma^2} \cdot n^2; \Leftrightarrow p^2 = \frac{h^2}{4a^2} \cdot n^2; \quad p \sim n;$$

Potenzialtopfbreite für Zahlenwerte:  $a = 0,1 \text{ nm}$ ;

- Impulse im Grundzustand  $n = 1$ :

$$p \approx \pm 3,3 \cdot 10^{-24} \text{ Ns} = 3,3 \text{ yNs};$$

- Impulse für  $n = 2$ :

$$p \approx \pm 6,6 \cdot 10^{-24} \text{ Ns} = 6,6 \text{ yNs};$$

- Impulse für  $n = 3$ :

$$p \approx \pm 9,9 \cdot 10^{-24} \text{ Ns} = 9,9 \text{ yNs};$$

Die Summe der Impulse ist jeweils  $0 \text{ Ns}$ ;

### 1.100.2 Fragen und Antworten zum Modell des unendlich hohen Potenzialtopfes

#### B. S. 414f.: Einführung in das Modell

- **Frage:** Kann die Quantenzahl  $n$ , also die Anzahl der Bäuche der stehenden Welle, beliebig groß werden?

**Antwort:** Im idealisierten Modell des unendlich hohen Potenzialtopfes ist das in der Tat der Fall. Interessanterweise kann man die Brücke zum Makrokosmos über sehr große Quantenzahlen schlagen; das Stichwort ist hierbei „Korrespondenzprinzip“.

- **Frage:** Wovon hängt die Stabilität eines Zustands ab?

**Antwort:** In der Schule klären wir diese Frage nicht; wir betrachten nur reine Zustände scharfer Wellenlänge und Energie. Allgemein spricht man von der Lebensdauer eines Zustands, die eine Unschärferelation  $\Delta E \Delta t \geq c$  erfüllen muss.

- **Frage:** Wieso muss er zur Ausbildung stehender Wellen kommen? Allein die Bedingung, dass die Manifestationswahrscheinlichkeit an den Rändern (und außerhalb des Potenzialtopfes) Null sein muss, bedingt das nicht.

**Antwort:** In der Schule fügen wir noch die Bedingung scharfer Energien hinzu. In diesem Fall müssen sich dann stehende Wellen ausbilden.

- **Frage:** Der Metzler setzt die Gesamtenergie  $E$  mit der kinetischen Energie  $E_{\text{kin}}$  gleich. Ist das zulässig? Darf man die potenzielle Energie auf 0 J festlegen? Darf man andere Energieformen unterschlagen?

**Antwort:** In der Tat ist es eigentlich noch viel komplizierter. Wichtig dabei ist die Temperatur, die auf eine bestimmte Art und Weise ein Maß für die Überlagerung verschiedener Zustände ist. Wir operieren am absoluten Nullpunkt, was einige Überlegungen vereinfacht.

### B. S. 414f.: An- und Abregung

- **Frage:** Wovon gibt  $E_n$  die Energie an?

**Antwort:** Der Energiebegriff ist nur im Kontext eines Systems sinnvoll: Was ist richtig? Verlieren Häuser im Winter Wärme oder geben sie sie an die Umgebung ab?

Insofern gibt  $E_n$  die Energie des Elektroniums im System des unendlich hohen Potenzialtopfes an. Wichtig ist außerdem, dass der Metzler in vielen Fällen die Energie des Atoms mit der des Elektrons gleichsetzt.

- **Frage:** Ist es möglich, bei der An- und Abregung Zwischenzustände zu „überspringen“, also beispielsweise von  $n = 2$  gleich nach  $n = 5$  anzuregen?

**Antwort:** Grundsätzlich ja. Da aber mit jedem Zustand auch ein Drehimpuls verknüpft ist, der bei der An- und Abregung ebenfalls übertragen werden muss, gibt es wohl Fälle, bei denen ein Überspringen nicht möglich ist. Stichwort ist die „Ausweichregel“, die vielleicht aus der Chemie bekannt ist.

- **Frage:** Verändert sich die Wellenfunktion während einer An- oder Abregung stetig oder sprunghaft?

**Antwort:** Sie verändert sich stetig. Die Universität Karlsruhe zeigt auf »<http://www.hydrogenlab.de/>« Animationen und Bilder mit dem provokanten Titel „So sehen Atome aus!“, die verschiedene Zustände und Übergänge illustrieren.

### **B. S. 416: Einfachbindung**

- **Frage:** Der Metzler spricht bei der Erklärung der Einfachbindung von sich aufeinander zu bewegendenden Elektronen. Ist diese Sprechweise zulässig?

**Antwort:** Sie ist nur zulässig, wenn man genau weiß, was eigentlich gemeint ist. Im Fall der Bindung zweier Wasserstoffatome kann man sich Elektronium mit einer Ladung von  $2e$ , also der doppelten Elementarladung, vorstellen.

Dies ermöglicht es, dass es zwei mögliche Manifestationsorte gibt – anschaulich aus dem Chemieunterricht bekannt entspricht diese Fähigkeit den zwei unterscheidbaren Kügelchen der beiden Atome.

Mathematisch gibt es einige Probleme, wenn man versucht, die Einfachbindung so zu modellieren, wie es der Metzler gemacht hat. Man spricht dann von Zweiteilchensystemen, deren eingehendere Betrachtung leider für die Schule zu kompliziert ist.

Vergleichbar ist die Situation damit, den „Zweiwürfelwurf“ alleine mit dem Wissen des Einwürfelwurfs zu beschreiben, obwohl sich der Einwürfelwurf stark vom Zweiwürfelwurf unterscheidet: Beim Einwürfelwurf ist jede Augenzahl gleich wahrscheinlich, beim Zweiwürfelwurf dagegen gibt es Augensummen, die wahrscheinlicher sind als andere.

Der Metzler versucht, den „Zweiwürfelwurf“ nur anhand der Bilder des Einwürfelwurfs zu erklären, was zwar möglich ist, aber große Verrenkungen mit sich zieht.

### **B. S. 417: Farbstoffmoleküle**



- **Frage:** Was passiert mit den durch das einfallende Licht angeregten Farbstoffmolekülen? Da nur der Grundzustand stabil ist, müsste doch die Energie wieder abgegeben werden – aber wieso wird trotzdem ein Teil des Spektrums ausgeblendet?

**Antwort:** In der Tat wird die Energie wieder abgegeben, und zwar auch wieder in Form elektromagnetischer Strahlung. Allerdings erfolgt die Emission nicht wie in der Frage implizit unterstellt in genau der Richtung wie der des einfallenden Lichts, sondern in alle Raumrichtungen.

- **Frage:** Welche Elektronen der Farbstoffmoleküle sind von der Anregung betroffen?

**Antwort:** Nur die Valenzelektronen.

- **Frage:** Wieso wird dem Licht ein ganzes Spektrum, und nicht nur genau eine, diskrete Frequenz entnommen? Was passiert mit der „überschüssigen“ Energie im Fall der Absorption von Licht, das eigentlich eine zu hohe Energie (größer als  $E_2 - E_1$ ) besitzt? Wie kann im Fall der Absorption von Licht, das eigentlich eine zu niedrige Energie (kleiner als  $E_2 - E_1$ ) besitzt, trotzdem der angeregte Zustand erreicht werden?

**Antwort:** Was in der Frage nicht berücksichtigt ist, ist, dass es durchaus unscharfe Zustände gibt. Die genauere Betrachtung dieser Zustände würde die Fragen klären; wir betrachten aber nur scharfe Zustände.

Und ja, gäbe es tatsächlich nur scharfe Zustände, müsste dem Spektrum genau eine diskrete Frequenz entnommen werden.

### Allgemeine Fragen

- **Frage:** Inwiefern ist  $E = hf = hc/\lambda$  bei der Betrachtung des unendlich hohen Potenzialtopfes ein Problem?

**Antwort:** Das Problem liegt in der Bedeutung von  $f$ . Diese ist in diesem Kontext nämlich nicht absolut zu verstehen – absolut in dem Sinne „pro Sekunde werden so und so viele Schwingungen vollendet“ –, sondern relativ:  $f$  bezieht sich auf Schwebungsfrequenzen – „pro Sekunde verstummt das Signal so und so oft“.

Dabei spielt es keine Rolle, ob, beispielsweise, zwei Schwingungen der Frequenzen 440 Hz und 441 Hz, oder 1440 Hz und 1441 Hz überlagert werden.

Dies deckt sich auch damit, dass wir  $E_n$ , die absolute Energie eines Zustands, nicht messen können bzw., genauer, dass sie nicht messbar ist! Messbar sind nur Energiedifferenzen – An- und Abregungen. Messbar ist also nicht  $E$ , sondern nur  $\Delta E$ .

- **Frage:** Sind die Werte der Wellenfunktion dimensionslos?

**Antwort:** Überraschenderweise sind die Werte in der Tat dimensionslos, obwohl der Wellenfunktion eine solch fundamentale Bedeutung zukommt.

20.11.2006

## 1.101 121. Hausaufgabe

### 1.101.1 Exzerpt von B. S. 408: BOHRsche Postulate

1. **Quantenbedingung:** Der Bahndrehimpuls ist gequantelt.  
Da der Drehimpuls in der Schule nicht behandelt wird, können wir zur Quantenbedingung nicht mehr sagen.
2. **Frequenzbedingung:** Ein Bahnübergang erfolgt durch Absorption oder Emission eines Photons mit passender Energie  $E_m - E_n$ .

Anschaulich kreisen im BOHRschen Atommodell die Elektronen auf bestimmten, kreisförmigen Bahnen um die Atomkerne. Obwohl sie dabei eigentlich ständig beschleunigen (da sich der Geschwindigkeitsvektor ändert), verlieren sie keine Energie durch Strahlung.

Die Elektronen fallen deswegen nicht in den Atomkern, da die elektrische Anziehungskraft als Zentripetalkraft genutzt wird.

### 1.101.2 Exzerpt von B. S. 408f.: Energie

Die Gesamtenergie eines Elektrons auf der  $n$ -ten Bahn ist

$$E_n = E_{\text{pot},n} + E_{\text{kin},n};$$

**Potenzielle Energie**

Zur Herleitung der potenziellen Energie  $E_{\text{pot},n}$  nutzen wir das COULOMBpotenzial. Die eine Ladung wird vom Elektron ( $-e$ ), die andere vom Kern getragen. Für das Wasserstoffatom gilt:

$$E_{\text{pot},n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-e) \cdot e}{r_n} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n};$$

Dabei bezeichnet  $r_n$  den Abstand des Elektrons vom Kern.

**Kinetische Energie**

Die kinetische Energie kann über die Beziehung  $F_{\text{Zentripetal}} = F_{\text{Elektr.}}$  herleiten:

$$\frac{m_e v_n^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2};$$

Ausnutzung von  $r_n m_e v_n = \frac{nh}{2\pi}$  liefert:

$$v_n = \frac{1}{2\epsilon_0 h} \frac{e^2}{n};$$

Mit bekanntem  $v_n$  ist auch der Bahnradius bestimmbar:

$$r_n = \frac{h^2 \epsilon_0 n^2}{\pi m_e e^2};$$

Außerdem können wir die kinetische Energie ausrechnen:

$$E_{\text{kin},n} = \frac{1}{2} m_e \frac{1}{4\epsilon_0^2 h^2} \frac{e^4}{n^2};$$

**Gesamtenergie**

Damit ist Gesamtenergie  $E_n = E_{\text{pot},n} + E_{\text{kin},n}$ :

$$E_n = -\frac{1}{8} \frac{m_e e^4}{\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = E_1/n^2;$$

**1.101.3 Fragen**

- Erfolgt im BOHRschen Atommodell der Bahnübergang stetig oder sprunghaft?
- Hat die Negativität der Gesamtenergie eine physikalische Bedeutung? (Da durch Messungen ja eh nur Energiedifferenzen zugänglich sind, vermute ich das Gegenteil.)

(Benötigte Zeit: 44 min)

26.11.2006

## 1.102 122. Hausaufgabe

### 1.102.1 Exzerpt und Diskussion von B. S. 403: Die Balmer-Formel

#### Spektrallinien von Gasen

Gase kann man in Gasentladungsröhren zum Leuchten bringen. Dabei senden sie Licht eines ganz bestimmten diskreten Spektrums aus, das charakteristisch für das verwendete Gas ist.

Diesem Spektrum kommt eine besondere Bedeutung zu, da es gewissermaßen einen Fingerabdruck des Gases darstellt. Besonders interessant: Das Spektrum ist unabhängig von der Temperatur, und der Druck bestimmt nur die Intensität der einzelnen Spektrallinien.

#### Empirische Bestimmung (1884)

Um 1884 waren die Wellenlängen der Spektrallinien einiger Gase sehr gut ausgemessen, es gab aber noch kein Modell, das ihr Zustandekommen verständlich machen könnte oder das treffende Voraussagen für andere Gase treffen konnte.

Man hatte es aber geschafft, eine Formel für die Frequenzen der diskreten Spektrallinien von Wasserstoffgas zu bestimmen, die sog. Balmer-Formel:

$$f = C \cdot \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right);$$

Dabei war  $C = 3,288 \cdot 10^{15}$  Hz eine rein empirisch bestimmte Konstante. Setzt man für  $m$  die natürlichen Zahlen von 3 bis 6 ein, so erhält man die Linien des sichtbaren Teil des Spektrums.

Die Vermutung, dass das Einsetzen höherer Zahlen die Frequenzen von Spektrallinien im nicht-sichtbaren Bereich liefert, konnte später bestätigt werden.

Welche physikalische Bedeutung  $m$  zukommt, konnte jedoch nicht erklärt werden. Auch konnte man  $C$  nicht durch (andere) Naturkonstanten ausdrücken.

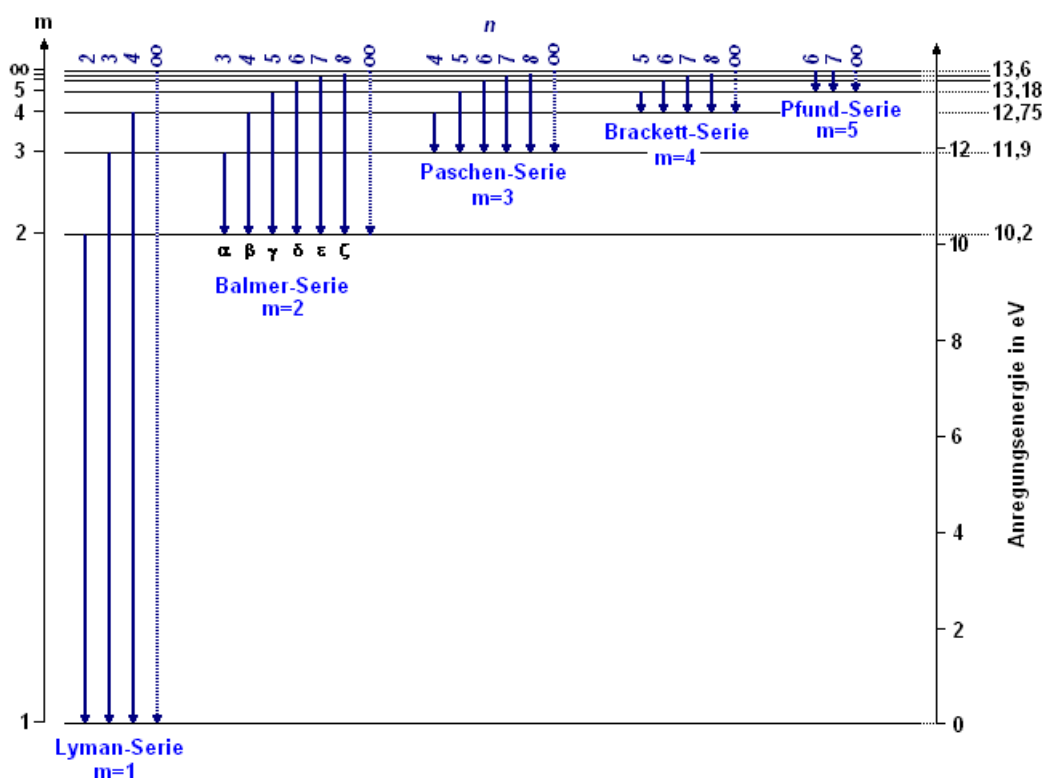
#### Modellierung nach Bohr (1913)

Bohm konnte diese Frage klären, indem er das Bild des sich um den Kern drehendes Elektrons nutzte. Demnach fielen Elektronen deshalb nicht auf den Kern, da die Fliehkraft die entgegengesetzte elektrische Kraft in der Summe aufhebt.

$m$  gibt in Bohrs Modell die Schale an, auf der sich ein bestimmtes Elektron befindet.

Auch die Bedeutung von  $2^2$  in der Balmer-Formel konnte erklärt werden: Sie gibt die Schale an, auf der sich ein Wasserstoffelektron vor der Anregung befindet. Damit konnten auch die verschiedenen anderen Serien, wie die Lyman- (Ursprungsschale 1) oder Paschen-Serie (Ursprungsschale 3), verallgemeinert werden.

Wikipedia hat dazu folgendes Diagramm:



(Benötigte Zeit: 51 min)

27.11.2006

27.11.2006

## 1.103 123. Hausaufgabe

### 1.103.1 Fragen

(Alle Fragen motiviert aus dem Inhalt von Schroedels „Quantenmechanik“.)

- Ist es möglich, dass Atome/Elektronen Energie aufnehmen, die nicht exakt einem  $\Delta E_n$  entspricht? Schroedel spricht dazu Resonanzen an.
- Wie kommt man zur Vermutung, dass der Drehimpuls für hohe Energieniveaus gegen Null geht?
- Wieso gilt für Elektronen nicht  $E_{\text{ges}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}}$ ? (Dies ist eine Frage im Schroedel. Eine Seite zuvor wird aber genau dieser Ansatz verwendet.)

### 1.103.2 Darstellung von Bohrs Modell in Schroedels „Quantenmechanik“

Im Schroedel wird Bohr selbst zitiert:

This hypothesis, for which there will be given no attempt at a mechanical foundation (as it seems hopeless), is chosen as the only one which seems to offer a possibility of an explanation of the whole group of experimental results [...]

Dieses Zitat unterstreicht sowohl die Modellhaftigkeit als auch die Probleme, die durch das Denken (und Gefangensein) im mechanischen Modell entstehen.

Leider hat es der Autor nicht geschafft, die Modellhaftigkeit der Physik inhaltlich zu transportieren:

Wir wissen heute, dass Bohrs Modell falsch ist.

(Benötigte Zeit: 53 min)

28.11.2006  
03.12.2006

## **1.104 124. Hausaufgabe**

### **1.104.1 Exzerpt und Diskussion von B. S. 400ff.: Der Franck-Hertz-Versuch**

Der Franck-Hertz-Versuch illustriert die Quantelung des Energieübertrags. Anstatt dass eine kontinuierliche Leuchtverteilung sichtbar ist, beobachtet man nämlich isolierte Schichten, wie weiter unten genauer erklärt.

#### **Beschleunigung der Elektronen**

Elektronen, die aus einer Heizspirale austreten, gelangen zunächst zu einer Katode, an der sie über eine Beschleunigungsspannung beschleunigt werden. Dabei finden Stöße zwischen den Elektronen und den Gasteilchen statt.

#### **Stoß mit Gasteilchen**

Übersteigt die Elektronenenergie einen bestimmten Schwellenwert, so ist ein solcher Stoß inelastisch; es wird also (ein Teil) der kinetischen Elektronenenergie auf das Gasteilchen übertragen.

Dies hat zur Konsequenz, dass zum einen das Gasteilchen Licht aussendet, und zum anderen, dass das Elektron abgebremst wird, da es ja (einen Teil) seiner kinetischen Energie verloren hat.

Ist die Elektronenenergie geringer als der Schwellenwert, so ist ein solcher Stoß elastisch; das Elektron verliert keine Energie, es findet kein Energieübertrag statt und es wird kein Licht ausgesendet.

Je nach Höhe der Beschleunigungsspannung haben nach einem inelastischen Stoß abgebremste Elektronen die Möglichkeit, erneut zu beschleunigen.

Ob ein Stoß mit einem Gasteilchen stattfindet, „hängt vom Zufall ab“, ist also stochastisch verteilt. Es gibt immer Elektronen, die – möglicherweise obwohl ihre kinetische Energie den Schwellenwert weit übertrifft – nicht mit Gasteilchen stoßen.

#### **Situation am Gitter**

Am Gitter kommen alle Elektronen an; bei den Stößen werden keine Elektronen vernichtet. Die Stromstärke direkt am Gitter zu messen, ist daher wenig sinnvoll.

Interessanter ist es, wenn man fragt, wie viele Elektronen eine bestimmte Energie besitzen. Es ist tatsächlich möglich, diese Frage zu klären, indem man nach dem Gitter eine Gegenspannung (Anodenspannung) anlegt und den Strom nach der Gegenspannung misst.

Die Gegenspannung wird dabei nur von Elektronen komplett durchlaufen, deren kinetische Energie größergleich der zum Durchlaufen der Gegenspannung benötigten Energie ist.

Zweckmäßigerweise gibt man die Elektronenenergie in Elektronenvolt und die Höhe der Gegenspannung in Volt an; damit wird der Zusammenhang unmittelbar klar: Hat ein Elektron beispielsweise eine Energie von  $5\text{ eV}$ , so kann es eine Gegenspannung der Höhe  $5\text{ V}$  durchlaufen.

### **Klassische Erwartung vs. tatsächliche Messergebnisse**

#### **– Klassische Erwartung**

Im Model der klassischen Physik ist der Energieübertrag nicht quantelt. Das bedeutet, dass, wenn immer ein Elektron mit einem Gasteilchen stößt, Licht ausgesendet wird und das Elektron seine gesamte kinetische Energie verliert.

Sichtbar müsste also ein kontinuierlicher Verlauf der Leuchterscheinung sein; nahe an der Katode müsste die Lichtintensität gering sein, da die beschleunigende elektrische Kraft der Beschleunigungsspannung effektiv nur kurz wirken konnte. Entsprechend müsste mit zunehmender Entfernung von der Katode die Intensität zunehmen.

Die Höhe der Beschleunigungsspannung dürfte nur die Intensität der Leuchterscheinung bestimmen, nicht aber, ob sie überhaupt stattfindet oder nicht.

#### **– Tatsächliche Messergebnisse**

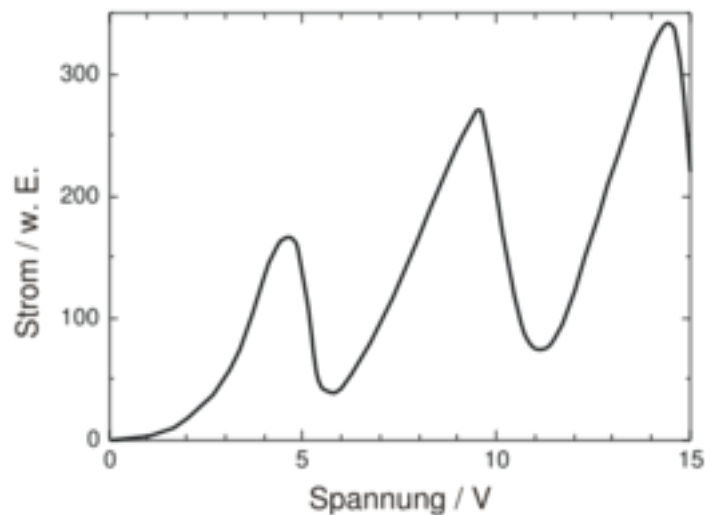
Tatsächlich aber hat die Beschleunigungsspannung qualitativen Charakter:



1. Ist die Elektronenenergie kleiner als der Schwellenwert, so findet kein Energieübertrag statt; die Elektronen werden nicht abgebremst.
2. Entspricht die kinetische Energie genau dem Schwellenwert, so wird die kinetische Energie vollständig auf das Gasteilchen übertragen; es kommt zur Aussendung von Licht und das Elektron wird vollständig abgebremst.
3. Ist die kinetische Energie höher als der Schwellenwert, so wird Energie in Portionen des Schwellenwerts aufgenommen. Die übrige Energie bleibt dem Elektron als kinetische Energie erhalten.

–  $I_{\text{Anode}}-U_{\text{Beschl.}}$ -Diagramm

Zu den im letzten Abschnitt dargestellten Schlussfolgerungen kommt man durch Betrachten des  $I_{\text{Anode}}-U_{\text{Beschl.}}$ -Diagramms. Dabei trägt man nach rechts die (verstellbare) Beschleunigungsspannung  $U_{\text{Beschl.}}$  und nach oben die Stromstärke  $I_{\text{Anode}}$ , gemessen nach der Gegenspannung, auf.



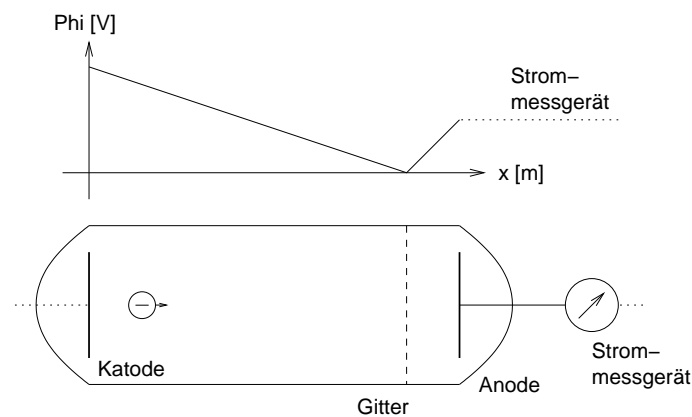
$I_{\text{Anode}}$  ist in dem Bereich, in dem  $U_{\text{Beschl.}}$  kleiner als die Gegenspannung ist, Null.

Ab  $U_{\text{Beschl.}} \geq U_{\text{Gegen}}$  müssten die Messergebnisse klassisch betrachtet eine streng monoton wachsende Kurve bilden: Je höher die Beschleunigungsspannung, desto mehr Elektronen müssten die Gegenspannung überwinden.

Diese Voraussage des Modells beschreibt die Wirklichkeit aber nicht treffend. Tatsächlich nimmt der Anodenstrom zwar durchaus zu, sinkt dann aber wieder fast auf 0 A ab. Modern beschreibt man dieses Versuchsergebnis dadurch, indem man die Quantelung des Energieübertrags fordert. (Vgl. Punkte 1. und 2. des vorigen Abschnitts.)

Ab dem Punkt, an dem die Stromstärke fast 0 A erreicht hat, steigt der Anodenstrom wieder – die Beschleunigungsspannung ist groß genug, um Elektronen nach einem inelastischen Stoß wieder so weit zu beschleunigen, dass sie die Gegenspannung überwinden können.

### Veranschaulichung durch Betrachtung des Potenzialverlaufs



Anschaulich kann man sich den Potenzialverlauf als schiefe Ebene vorstellen: An der Katode „rollen“ die Elektronen „herunter“, ab dem Gitter „rollen“ sie „hinauf“. Jedes Elektron, das den Bereich nach dem Ende der Gegenspannung erreicht hat, wird am Anodenstrommessgerät registriert.

Die Stöße kann man sich nun als besondere Hindernisse vorstellen, die die Bedingungen der Energieübertragsquantelung erfüllen.

Diese Modellvorstellung ist äußerst tragfähig. Wichtig ist, dass man nicht vergisst, dass die Elektronen nicht etwa nach oben oder nach

unten rollen, sondern dass die „Bewegung“ vielmehr in  $\frac{V}{m}$ -Richtung stattfindet.

### **Fragen und Antworten**

#### **– Wieso erreicht der Anodenstrom bei bestimmten Höhen der Beschleunigungsspannung nur beinahe Null?**

Weil es – stochastisch verteilt – immer Elektronen gibt, die zufälligerweise gar nicht mit Gasteilchen zusammenstoßen oder nur elastische Stöße durchführen.

#### **– Wie verändert sich das Leuchtmuster mit höherer Beschleunigungsspannung?**

Zum einen nimmt die Zahl der Leuchtschichten zu, und zum anderen verschieben sich die Streifen in Richtung der Katode.

#### **– Wieso ist der Druck im Glaskolben sehr niedrig?**

Der Gasdruck ist deshalb so niedrig – typischerweise zwischen 10 mbar und 20 mbar –, damit genug Elektronen so beschleunigt werden können, damit sie die Gasteilchen anregen können.

Zwar sind die Stöße bei kinetischen Elektronenenergien unterhalb des Schwellenwerts zwar eigentlich vollständig elastisch, bei sehr vielen Stößen ist aber der Energieverlust, der sonst vernachlässigbar wäre, wohl doch entscheidend.

#### **– Wieso beschleunigt man nicht nur die Elektronen, sondern baut zusätzlich eine Gegenspannung mit ein?**

Weil man messen will, wie viele Elektronen eine bestimmte Energie besitzen. Würde man ohne Gegenspannung ein Strommessgerät nach dem Gitter einsetzen, wäre der erhaltene Wert von geringer inhaltlicher Bedeutung: Es ist uninteressant, wie viele Elektronen aus der Katode austreten.

**– Inwiefern ist die Aussage „Im Bild 404.1 sieht man die diskreten Energieniveaus von Neon“ missverständlich?**

Man sieht keine Energieniveaus – die ja eine rein abstrakte Größe des Modells sind –, sondern die Abbildung eines Musters von abwechselnd nicht leuchtenden Stellen und leuchtenden Stellen.

Sieht man über diese Missverständlichkeit hinweg, bleibt eine Ungenauigkeit: Die Schichten spiegeln nicht die Energieniveaus wieder, sondern bestimmte Energieniveauunterschiede.

(Außerdem ist es missverständlich, von „diskreten Schichten“ zu sprechen. Besser ist es wohl, die Schichten als „isoliert“ zu bezeichnen – mit „diskret“ meint man üblicherweise eine diskrete Verteilung über der Frequenzachse, anstatt über der Ortsachse.)

**– Wieso ist im Versuch mit Neongas der Schwellenwert der Energieübertragung viel größer als die Energie der Photonen des emittierten Lichts?**

Weil beim Versuch mit Neon nicht Resonanzabsorption stattfindet. Elektronen überspringen also einige Stufen, fallen dann so hinunter, dass ein Photon im sichtbaren Bereich des Spektrums ausgesendet wird, und emittieren den Rest der Energie dann über andere Frequenzen, die uns aber nicht weiter interessieren.

(Benötigte Zeit: 2 h 37 min)

29.11.2006

03.12.2006

## **1.105 125. Hausaufgabe**

### **1.105.1 Exzerpt von B. S. 404: Resonanzabsorption**

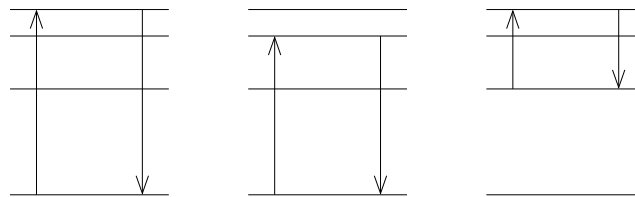
Unter Resonanzabsorption versteht man den Vorgang, dass zunächst ein Atom durch ein Photon bestimmter Frequenz angeregt wird und dann die aufgenommene Energie in Form eines Photons gleicher Frequenz wieder abgibt. Dabei gibt es wohl keine Vorzugsrichtung des Emissionslichts.

Kurz: Wenn eine Anregung in einem Schritt mittels Licht der Frequenz  $f_0$  durchgeführt wird, nennt man den Vorgang genau dann „Resonanzabsorption“, wenn die Energie beim Zurückfallen in einem Schritt durch Licht gleicher Frequenz  $f' = f_0$  abgegeben wird.

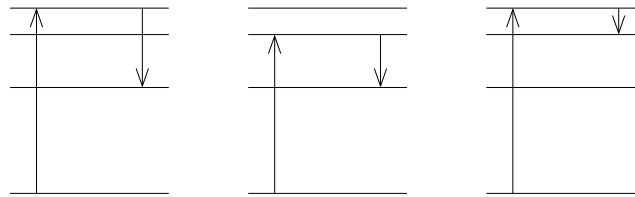
Die Konsequenzen der Resonanzabsorption kann man an einem einfachen Versuch erkennen: Das Spektrum von weißem Licht, das durch einen bestimmten Stoff geleitet wird, weist an den Stellen, an denen die  $\Delta E_n$  des Durchleitstoffes sitzt, Lücken auf, die zu den  $\Delta E_n$  gehörigen Frequenzen werden also ausgefiltert.

### Veranschaulichung durch Energieniveauschemen

Beispiele für Resonanzabsorptionen:



Beispiele für Nicht-Resonanzabsorptionen:



### Fragen

- Gibt es für die Aussendungsrichtung bei der Abregung eine Vorzugsrichtung (ala HERTZscher Dipol) oder werden wirklich alle Raumrichtungen gleichermaßen bestrahlt?
- Gibt es einen besseren Begriff als „Resonanzabsorption“? Mich stört, dass nur „absorption“ im Begriff vorkommt, obwohl ja die Gleichheit der Absorptions- und Emissionsfrequenzen den Begriff definiert.

(Benötigte Zeit: 42 min)

06.12.2006

## 1.106 126. Hausaufgabe

### 1.106.1 Exzerpt von B. S. 149: Der Ölfleckversuch

Man kann die Ergebnisse des Ölflecksversuch so interpretieren, dass man auf den Schluss der Quantelung der Materie kommt.

Beim Ölfleckversuch wird eine sehr geringe Menge Öl – im Mikroliterbereich – auf Wasser getropft. Versuchsbedingt muss man dazu eine noch handhabbare Ölmenge in einem anderen Stoff lösen, der schnell verdunstet. Würde man direkt handhabbare Ölmengen aufs Wasser tropfen lassen, würde der Ölfleck viel zu groß für ein kleines Wasserbecken werden. Bemerkenswert ist auch die Leistung der Chemiker, die Ölmenge so genau und reproduzierbar abzufüllen.

Das Öl schwimmt dann auf der Wasseroberfläche und breitet sich aus. Erstaunlich ist nun, dass es für die Ölfäche eine feste obere Grenze gibt – typischerweise einige Quadratzentimeter –, die unabhängig von Temperatur, Druck und anderen Größen ist.

Mit bekanntem Ölvolumen  $V$  und Flächeninhalt  $A$  kann man die Dicke der Schicht  $d = V/A$  bestimmen.

Damit ist die Phänomenologie abgehandelt. Interpretieren kann man das Versuchsergebnis so, dass sich Ölteilchen an Ölteilchen nebeneinander legen; die Schicht ist so hoch wie ein Teilchen. Vereinfacht denkt man sich dabei die Ölteilchen in umschreibende Würfel, um beispielsweise das Problem der Kugelpackung vernachlässigen zu können.

Wäre Materie unendlich oft zerteilbar, könnte man vermuten, dass der Ölfleck unbeschränkt an Größe zunehmen müsste, da sich dann beispielsweise „Atom an Atom“, „Proton an Proton“ usw. nebeneinander legen würden. Da dies nicht der Fall ist, schließt man auf eine quantisierte Struktur der Materie.

### 1.106.2 Exzerpt von B. S. 405: Das THOMSONsche Atommodell

In der Vorstellung des THOMSONschen Atommodells besteht ein Atom aus einer gleichmäßig positiv geladenen Kugel, in der kleinere, negativ geladene Elektronen eingebettet sind („Rosinenkuchenmodell“).

Dabei gibt es einen Grundzustand, in dem die eingebetten Elektronen so in der positiv geladenen Kugel verteilt sind, dass die potenzielle Energie der Elektronen minimal ist, anschaulich gesprochen also unter möglichst wenig Spannung steht.

Durch Energiezufuhr können die Elektronen angeregt werden – sie beginnen zu schwingen.

### **1.106.3 Exzerpt von B. S. 405: Das RUTHERFORDSche Atommodell**

Das RUTHERFORDSche Atommodell entspricht im Großen und Ganzen dem Modell, das im Chemieunterricht der 9. Klasse gelehrt wird.

Das RUTHERFORDSche Modell baut auf dem THOMSONSchen Modell auf, separiert jedoch die Elektronen von der positiven Kugel. Stattdessen kreisen die Elektronen jetzt auf Kreisbahnen um den Kern.

Auch wird der Kern als aus Protonen bestehend aufgefasst.

Nachteil dieses Modells ist, dass es im Widerspruch zur beobachteten Stabilität der Materie steht: Bewegt sich ein Körper auf einer Kreisbahn, so wird er permanent beschleunigt, da sich sein Geschwindigkeitsvektor permanent ändert.

Das allein ist noch nicht problematisch; zum Problem wird dieser Sachverhalt erst zusammen mit der Erkenntnis, dass beschleunigte Elektronen elektromagnetische Wellen aussenden (was aber de facto nicht festgestellt wurde) und sie somit Energie verlieren und daher auf den Kern stürzen müssten.

(Benötigte Zeit: 63 min)

12.12.2006

## **1.107 128. Hausaufgabe**

### **1.107.1 Exzerpt und Diskussion von B. S. 148: Druck**

Der Metzler definiert „Druck“ wie folgt:

Der Druck  $p$  ist der Quotient aus der Kraft  $F$  und der Fläche  $A$ , auf die diese flächenhaft verteilte Kraft wirkt:  
$$p = F/A.$$

Dabei merkt er an, dass das die Definition wie in der „Sekundarstufe I“ ist; es scheint so, als ob es noch eine bessere Definition gäbe.

Persönlich fände ich den Weg über den Impulsstrom einfacher:

Der Druck  $p = \varrho \dot{p}$  ist die Impulsstrom(flächen)dichte:

$$\iint \varrho \dot{p} \, dA = \dot{p};$$

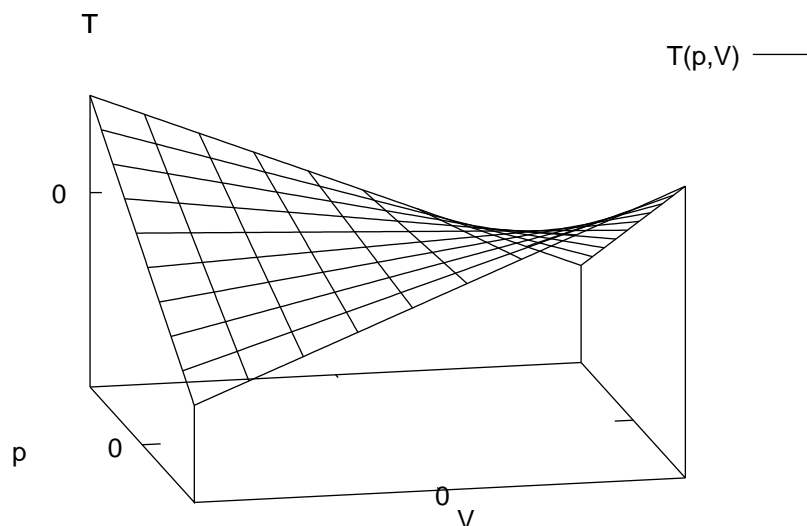
$$\int \iint \varrho \dot{p} \, dA \, dt = p;$$

### 1.107.2 Exzerpt und Diskussion von B. S. 148: Die allgemeine Gasgleichung

$$pV = nRT;$$

Speziell für Fälle, bei denen die Stoffmenge  $n$  und noch eine andere Variable gleichbleibt:

- $\frac{V}{T}$  für konstantes  $p$  konstant (isobare Änderungen).
- $pV$  für konstantes  $T$  konstant (isotherme Änderungen).
- $\frac{p}{T}$  für konstantes  $V$  konstant (isochore Änderungen).





**1.107.3 Buch Seite 148, Aufgabe 1**

Ein Gas nimmt bei 20 °C ein Volumen von 3l ein. Auf welche Temperatur muss das Gas bei gleichem Druck erwärmt werden, damit es 4l, das doppelte, das dreifache Volumen einnimmt?

$p$  konstant.

$$\frac{3l}{20^\circ\text{C}} = \frac{4l}{T_{4l}} = \frac{6l}{T_{6l}} = \frac{9l}{T_{9l}};$$

$$T_{4l} = \frac{4l}{3l} \cdot 20^\circ\text{C} = 118^\circ\text{C};$$

$$T_{6l} = \frac{6l}{3l} \cdot 20^\circ\text{C} = 313^\circ\text{C};$$

$$T_{9l} = \frac{9l}{3l} \cdot 20^\circ\text{C} = 606^\circ\text{C};$$

**1.107.4 Fragen**

- Auf welche Fläche bezieht sich der Druck in Gasen?  
[→ Impulssupraströme, Impulswiderstände]

(Benötigte Zeit: 54 min)

13.12.2006

**1.108 129. Hausaufgabe****1.108.1 Exzerpt von B. S. 153: Herleitung der Grundgleichung der kinetischen Gastheorie**

Spricht man vom Druck eines Gases, so meint man den Druck des Gases auf die Wand, in der es eingeschlossen ist. Die Grundgleichung der kinetischen Gastheorie setzt diesen Druck mit anderen Größen in eine Beziehung:

$$pV = \frac{2}{3}N\overline{E_{\text{kin}}};$$

Zur Herleitung nimmt man an, dass sich das Gas so verhält, als ob es aus  $N$  Teilchen der Masse  $m$  bestünde.

Man beachtet nun den (elastischen) Stoß eines Teilchens mit der Wand. Dabei wird es reflektiert; die Wand nimmt also in  $i$ -Richtung  $\Delta p_i = 2mv_i$  auf – einmal, damit das Teilchen zur Ruhe kommt, und noch einmal, damit es sich in die Gegenrichtung bewegt.

In einem Zeitintervall  $\Delta t$  bewegen sich  $\frac{1}{2}\Delta N_i$  Teilchen auf eine bestimmte Wandfläche des Flächeninhalts  $A$  zu, wobei sich das zu  $\Delta N_i$  gehörige Volumen aus der Länge der Höhe,  $s_i = v_i\Delta t$ , und dem Flächeninhalt der Grundfläche ergibt. Der Faktor  $\frac{1}{2}$  tritt deswegen auf, weil sich nur die Hälfte der Teilchen „nach rechts“, die andere aber „nach links“ bewegt.

Setzt man eine homogene Verteilung der Teilchen auf das Gesamtvolumen voraus, ist also  $\Delta N_i/N = \Delta V/V$ , so ergibt sich  $\Delta N_i = NAv_i\Delta t/V$ .

Der sich bei dem Stoß der  $\frac{1}{2}\Delta N_i$  Teilchen ergebende Kraftstoß ist  $F_i\Delta t = \frac{1}{2}\Delta N_i \cdot \Delta p_i$ . Da wir  $\Delta N_i$  soeben hergeleitet haben, können wir jetzt  $\Delta N_i$  einsetzen.

Der Druck des Gases auf die eine bestimmte Wand ist der Mittelwert der Kraft  $F_i$  verteilt auf die Fläche mit Inhalt  $A$ :

$$p_i = \overline{F_i}/A = (N/V) m\overline{v_i^2};$$

Da man die Isotropie des Raums voraussetzt, also annimmt, dass keine Bewegungsrichtung bevorzugt wird, gilt:  $\overline{v_i^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$ .

Damit kann man den Gesamtdruck  $p = \frac{1}{3}(Nm)\overline{v^2}$  berechnen. Multipliziert man diese Gleichung mit  $V$ , so erhält man die Grundgleichung der kinetischen Gastheorie:

$$pV = \frac{2}{3}N \cdot \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{2}{3}N\overline{E_{\text{kin}}};$$

### 1.108.2 Fragen

- Wieso wirkt der Durchschnittsoperator  $\bar{\quad}$  so, dass das Quadrat der Geschwindigkeitskomponente und nicht nur die Komponente allein betroffen ist?
- Wieso ist  $\overline{\bar{v} \cdot \bar{v}} = \overline{v^2}$ ?
- Wie kommt die BROWNsche Bewegung der Teilchen zustande, wenn sich die Teilchen gegenseitig nicht „sehen“, da sie als punktförmig modelliert werden?

(Benötigte Zeit: 98 min)

14.12.2006

**1.109 130. Hausaufgabe****1.109.1 Buch Seite 155, Aufgabe 1**

Ein Wasserstoffgas hat die Temperatur  $\vartheta = -100^\circ\text{C}$  bzw.  $\vartheta = 1000^\circ\text{C}$ .

- a)** Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit eines  $\text{H}_2$ -Moleküls (Vereinfachung  $\overline{v^2} = \bar{v}^2$ )?

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{3}{2}kT;$$

$$\Leftrightarrow \overline{v_{-100^\circ\text{C}}} = \sqrt{3kT/m} \approx 1470 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$\Leftrightarrow \overline{v_{1000^\circ\text{C}}} = \sqrt{3kT/m} \approx 3985 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

- b)** Wie groß sind die mittlere kinetische Energie und der mittlere Impuls eines  $\text{H}_2$ -Moleküls?

$$\overline{E_{\text{kin}, -100^\circ\text{C}}} = \frac{3}{2}kT \approx 3,58 \cdot 10^{-21} \text{ J};$$

$$\overline{E_{\text{kin}, 1000^\circ\text{C}}} = \frac{3}{2}kT \approx 2,64 \cdot 10^{-20} \text{ J};$$

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2} \frac{\overline{p^2}}{2m}; \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{\overline{p_{-100^\circ\text{C}}^2}} = \sqrt{\overline{E_{\text{kin}}} \cdot 2m} \approx 4,88 \cdot 10^{-24} \text{ Ns};$$

$$\sqrt{\overline{p_{1000^\circ\text{C}}^2}} = \sqrt{\overline{E_{\text{kin}}} \cdot 2m} \approx 1,32 \cdot 10^{-23} \text{ Ns};$$

- c)** Welcher Impuls wird von einem Teilchen beim senkrechten elastischen Stoß auf die Wand übertragen?

$$2\overline{p_{-100^\circ\text{C}}} \approx 9,76 \cdot 10^{-24} \text{ Ns};$$

$$2\overline{p_{1000^\circ\text{C}}} \approx 2,65 \cdot 10^{-23} \text{ Ns};$$

- d)** Welche Energie steckt in 1 mol  $\text{H}_2$ -Gas?

$$E_{-100^\circ\text{C}} = \overline{E_{\text{kin}, -100^\circ\text{C}}} \cdot 1 \text{ mol} \cdot N_A = 2,2 \text{ kJ};$$

$$E_{1000^\circ\text{C}} = \overline{E_{\text{kin}, 1000^\circ\text{C}}} \cdot 1 \text{ mol} \cdot N_A = 15,9 \text{ kJ};$$

**1.109.2 Buch Seite 155, Aufgabe 2**

Ein Volumen von  $1000 \text{ cm}^3$  enthält  $3,24 \cdot 10^{20}$  Teilchen eines einatomigen idealigen Gases mit der Energie 6 J. Berechnen Sie Druck und Temperatur des Gases.

$$\overline{E_{\text{kin}}} = E_{\text{ges}}/N = \frac{3}{2}kT; \Leftrightarrow T = \frac{2}{3} \frac{E_{\text{ges}}}{Nk} \approx 894 \text{ K};$$

$$pV = \frac{2}{3}N\overline{E_{\text{kin}}}; \Leftrightarrow p = \frac{2}{3}E_{\text{ges}}/V \approx 0,04 \text{ bar};$$

**1.109.3 Buch Seite 155, Aufgabe 3**

Welche Temperatur hat ein Gas, das beim Druck von  $10^{-8}$  mbar  $10^8$  Teilchen pro  $\text{cm}^3$  enthält?

$$pV = R \cdot nT = R \cdot \frac{N}{N_A} \cdot T; \Leftrightarrow T = \frac{pV}{R} \frac{N_A}{N} \approx 724 \text{ K};$$

**1.109.4 Buch Seite 155, Aufgabe 4**

Welche Temperatur hat ein Sauerstoffgas, wenn die mittlere Geschwindigkeit der  $\text{O}_2$ -Moleküle  $\bar{v} = 540 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  beträgt?

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{1}{2}m\bar{v}^2; \Leftrightarrow T = \frac{1}{3k}m\bar{v}^2 \approx 374 \text{ K};$$

**1.109.5 Fragen**

- Wieso ist die Vereinfachung  $\overline{v^2} = \bar{v}^2$  zulässig? Ist nicht  $\bar{v}$  immer  $0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , während hingegen  $\overline{v^2}$  nur beim absoluten Nullpunkt  $0 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$  ist?
- Welche physikalische Bedeutung hat das Ergebnis der Aufgabe 155/1a?
- Wieso zwingt man Gase in die Vorstellung herumflitzender Teilchen? Welche Vorteile ergeben sich daraus?
- Wie kann man aus der zu erwartenden kinetischen Energie auf die Gesamtenergie eines Gases schließen?

(Benötigte Zeit: 61 min)

09.01.2007

**1.110 131. Hausaufgabe****1.110.1 Exzerpt von B. S. 428: Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung**

Die Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung modelliert man durch die Vorstellung, das an der Anode antreffende Elektronium ionisiere Anodenatome. Nach der Ionisation rücken Elektronen eines ionisierten Atoms auf; sie springen in eine tiefer

gelegende Schale, wobei sie Energie in Form von Röntgenphotonen emittieren.

Die Wellenlängen der charakteristischen Peaks ergibt sich durch die Beziehung

$$\Delta E = hf = hc/\lambda = 13,6 \cdot (Z^*)^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right);$$

$Z^*$  ist dabei die „effektive“ Kernladungszahl. Aus Gründen, die mir nicht klar sind, gilt näherungsweise  $Z^* = Z - 1$ .

### 1.110.2 Exzerpt von B. S. 429: Absorption von Röntgenstrahlung

Röntgenphotonen können, wie Photonen anderer Wellenlänge auch, Atome anregen.

Besonders starke Absorption findet dann statt, wenn die Photonenenergie zur Anregung oder Ionisation ausreicht. Die Fähigkeit, Atome ionisieren zu können, scheint eine besondere Fähigkeit von Röntgenphotonen zu sein; die Energie von Photonen des sichtbaren Lichts genügt wohl nicht.

### 1.110.3 Fragen

- Wie konnte der Metzler in 428.1 die charakteristische Strahlung herausrechnen?
- Wieso sind die  $\lambda$ - und  $\vartheta$ -Achsenmarkierungen äquidistant in 428.1 eingezeichnet, obwohl  $\lambda$  ja nicht zu  $\vartheta$  proportional ist, sondern zu  $\sin \vartheta$ ?

(Alternativ müssten zwei, leicht verzerrte, Graphen eingezeichnet werden; das ist aber nicht der Fall.)

- Wieso ist die Konstante im Term für  $\Delta E$  13,6 eV, also die Ionisierungsenergie des Wasserstoffs, obwohl die Anode im Beispiel des Metzlers aus Kupfer besteht?
- Wieso gilt näherungsweise  $Z^* = Z - 1$ ? Wieso führt man das Konzept einer „effektiven“ Kernladungszahl ein?

[Man begreift den Kern als eine einzige „fette“ Ladung: All die anderen Elektronen außer dem betrachteten „ziehen“ jeweils eine positive Ladung vom Kern „ab“.]

- Sind die charakteristischen Peaks scharf?
- Ist es wirklich so, dass charakteristische Photonen nur dann ausgesendet werden, wenn zuvor ein Elektron das Atom verlässt, also das Atom ionisiert wurde? Wäre es nicht auch denkbar, dass ein Elektron einfach nur auf eine (sehr) hohe Stufe angeregt wird, dort „kurz“ verweilt, währenddessen ein anderes Elektron aufrückt und ein Röntgenphoton emittiert?
- Wieso können Anregungen nur in nicht-besetzte Zustände erfolgen (Pauli-Prinzip)? Ist es nicht denkbar, dass ein aufrückendes Elektron ein anders Elektron „verdrängt“? Oder sich kurzzeitig mehrere Elektronen auf einer Schale aufhalten?
- Ist es richtig, dass man deswegen als Absorptionsmaterial ein Pulver nutzt, damit die Strahlung innerhalb des Pulvers (sehr) oft reflektiert wird, damit überhaupt eine messbare Absorption auftritt?
- Wieso kann man im Beispiel des Metzlers von S. 429 voraussetzen, dass Zustände ab  $n = 4$  nicht besetzt sind, obwohl man möglicherweise ja ein potenziell unbekanntes Material bestimmen will?
- In welche Achsenrichtung (positive oder negative  $\lambda$ -Richtung) ist das Abfallen der Absorption gemeint?

(Benötigte Zeit: 71 min)

10.01.2007

## 1.111 132. Hausaufgabe

### 1.111.1 Exzerpt von B. S. 426: Das Pauli-Prinzip

Das Pauli-Prinzip besagt, dass in einem Elektron höchstens ein Elektron eine bestimmte Quantenzahlkombination einnehmen kann.

Anders formuliert: Die vier Quantenzahlen ( $n$ ,  $l$ ,  $m$  und  $s$ ) identifizieren ein Elektron eindeutig.

### 1.111.2 Exzerpt von B. S. 426f.: Der Aufbau des Periodensystems

Atome sind so mit Elektronen besetzt, dass die Gesamtenergie minimal ist.

Anders als beim Modell des Elektrons im Kasten ist es bei Systemen mit mehreren Elektronen, die noch dazu nicht in einem Kasten, sondern einem COULOMBpotenzial eingesperrt sind, nicht so einfach, die Energie eines Zustands treffend zu berechnen.

Viele verschiedene Effekte spielen eine Rolle, beispielsweise dass der Kern nicht eine einzige homogen verteilte positive Ladung ist, sondern aus kleineren Elementarteilchen besteht.

Auch wechselwirken die Elektronen von Mehrelektronensystemen miteinander; möglicherweise müssen auch Einflüsse anderer Atome (beispielsweise bei Bindungen oder Reaktionen) mit modelliert werden.

Für Abschätzungen genügen die Vorhersagen der einfachen Atommodelle aber durchaus.

Die Zustandsreihenfolge, wie in der Chemie (auswendig) gelernt, ist: 1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p, 6s, 4f, 5d, 6p, 7s, 5f, 6d, 7p (Quelle: »<http://www.abi-tools.de/themem/chemie/allgem/211's2.htm>«)

### 1.111.3 Fragen

- Wie kann im Bild 427.1 die Manifestationswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Entfernung zum Kern aufgetragen sein, wenn doch aber p-Orbitale nicht kugelsymmetrisch sind?
- Wie kommt man auf das Pauli-Prinzip? Gibt es einen fundamentaleren Zusammenhang, den das Pauli-Prinzip nur spezialisiert?
- Inwieweit gilt das Pauli-Prinzip bei der Verschmelzung oder Annäherung zweier Atome? „Wo hört ein Atom auf?“
- Welche Kraft (im übertragenden Sinne) führt dazu, dass Zustände höherer Energie wenn möglich in Zustände niedrigerer Energie übergehen?

(Benötigte Zeit: 53 min)

12.01.2007

## 1.112 133. Hausaufgabe

### 1.112.1 Erklärung des Bilds 427.1 (Manifestationswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Entfernung vom Kern)

Im Bild 427.1 ist die Manifestationswahrscheinlichkeit  $w(r)$  von Elektronen in Abhängigkeit der Entfernung zum Kern,  $r$ , der als punktförmig modelliert wird.

Der Kurvenverlauf lässt vermuten, dass die Manifestationswahrscheinlichkeit direkt am Kern Null ist, mit wachsender Entfernung zunimmt, ihr Maximum bei etwa  $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$  m erreicht und dann abfällt.  $w(r)$  scheint für  $r \rightarrow \infty$  Null zu sein.

Übertragen auf die Elektroniumdichte könnte man aus diesem Kurvenverlauf schließen, dass Elektronium habe beim Kern eine Dichte von  $0 \frac{\text{Wahrscheinlichkeit}}{\text{m}^3}$ , und nimmt dann, genau wie der Kurvenverlauf es beschreibt, zu, ist dann maximal und nimmt dann wieder ab, mit der  $r$ -Achse als Asymptote.

Das ist allerdings falsch,  $w(r) \neq w(x, y, z)$ :  $w(r)$  ergibt sich zwar aus  $w(x, y, z)$  (für bestimmte  $x, y, z$ ), aber es ergibt sich ein zusätzlicher Faktor, der das Ergebnis erheblich qualitativ verfälscht.

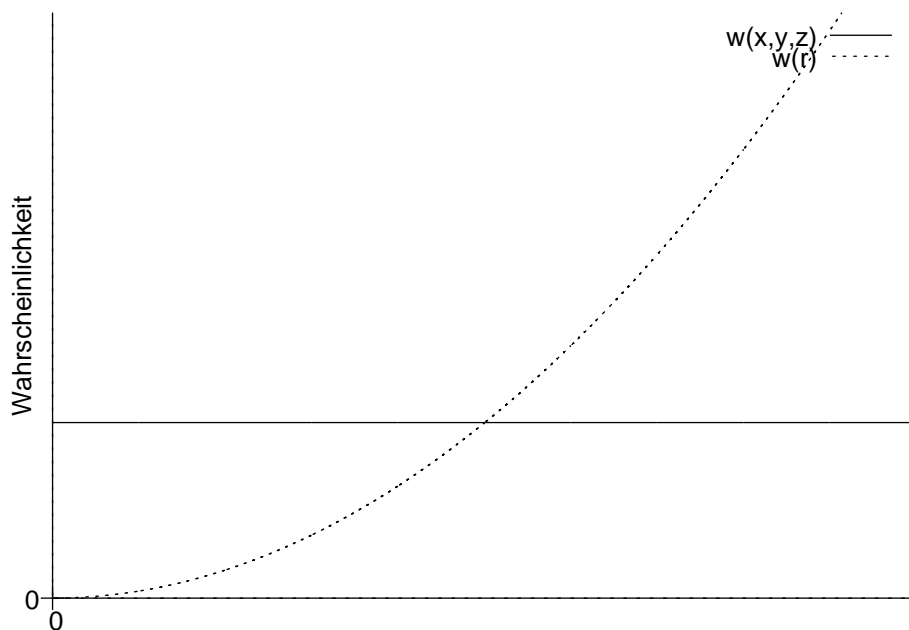
Für auf der Hüllkugeloberfläche  $A(r)$  konstantes  $w(x, y, z)$  ergibt sich nämlich:

$$w(r) = \iint w(x, y, z) dA(r) = 4\pi r^2 \cdot w$$

Ist  $w(x, y, z)$ , können wir das Integral nicht mehr selbst berechnen; der Faktor  $r^2$  bleibt aber erhalten.

Den Unterschied zwischen  $w(x, y, z)$  und  $w(r)$  kann man an dem einfachen Beispiel  $w(x, y, z) = c$  für alle  $x, y, z$  erkennen:





(Benötigte Zeit: 41 min)

17.01.2007

## 1.113 136. Hausaufgabe

### 1.113.1 Exzerpt von B. S. 430: Verbotene Übergänge

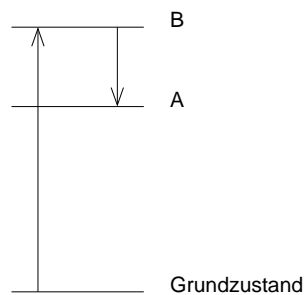
Nicht alle möglichen Zustände können durch optische Übergänge – Übergänge, bei denen die Energiedifferenz durch Photonen transportiert wird – erreicht werden.

Das liegt daran, dass mit jedem Zustand ein Bahndrehimpuls (kurz „Spin“) verknüpft ist. Photonen haben immer den Spin +1; nach dem Satz der Drehimpulserhaltung können durch optische Übergänge nur die Zustände erreicht werden, bei der die Bahndrehimpulsdifferenz zwischen den Zuständen genau +1 beträgt.

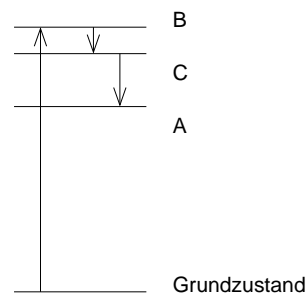
Die Zustände, die nicht über optische Übergänge erreichbar sind, können beispielsweise durch Stöße mit Elektronen erreicht werden.

**1.113.2 Exzerpt von B. S. 431: Fluoreszenz**

Unter „Fluoreszenz“ versteht man Vorgänge, die durch folgendes Termschema beschrieben werden können:

**1.113.3 Exzerpt von B. S. 431: Phosphoreszenz**

Unter „Phosphoreszenz“ versteht man Vorgänge, die durch folgendes Termschema beschrieben werden können:

**1.113.4 Exzerpt von B. S. 432: Besetzungsinversion**

Von „Besetzungsinversion“ spricht man, wenn sich in einem Vielteilchensystem mehr angeregte Teilchen als Teilchen im Grundzustand befinden.

**1.113.5 Exzerpt von B. S. 432: Stimulierte Emission**

Liegt Besetzungsinversion vor, so kann das Einfallen eines Photons auf ein angeregtes Teilchen dieses zur Emission eines Photons stimulieren. Dabei bleibt das ursprüngliche Photon „erhalten“.

Das stimulierte Photon trägt die gleiche Energie wie das einfallende Photon.

Im Wellenmodell entsprechen die beiden Photonen Wellen gleicher Phase; es kommt also zu vollständig konstruktiver Interferenz, also zur Verstärkung.

**1.113.6 Fragen**

- Welche Übergangsarten neben den über Photonen und den über Elektronenstöße gibt es bzw. sind denkbar?
- Bei der optischen Abregung wird ja ein Photon emittiert. Ist es auch möglich, dass, wenn der optische Übergang wegen der Drehimpulserhaltung nicht möglich ist, ein Elektron passender Energie emittiert wird?
- Ist es zulässig, bei der stimulierten Emission von der „Erhaltung“ des ursprünglichen Photons zu sprechen?
- Wie übersetzt sich die Phase einer Welle auf die Photonen, aus denen man sich eine Welle zusammengesetzt denkt?

28.01.2007

**1.114 140. Hausaufgabe****1.114.1 Exzerpt von B. S. 496: Ordnung der Kerne**

Die Anordnung der Kerne kann man in einer sog. Nuklidkarte darstellen. Dabei trägt man nach rechts die Neutronenzahl  $N$  und nach oben die Kernladungszahl  $Z$  auf.

Dabei stellt man fest, dass bei den stabilen Kernen, den Kernen des sog. Stabilitätsbands, tendenziell eine kleinere Kernladungszahl als Neutronenzahl haben.

Isotope nennt man Kerne gleicher Kernladungszahl. Diese zeigen ein ähnliches chemisches Verhalten.

Isobare nennt man Kerne gleicher Massenzahl  $A$ . Diese gehören zu verschiedenen Elementen; sie unterscheiden sich in ihrem chemischen Verhalten.

Die Stabilität von Kernen hängt u.a. von der Geradheit der Kernladungs- und Neutronenzahl ab; man führt folgende Begriffe ein:

Begriff	$Z$	$N$
gg-Kern	gerade	gerade
gu-Kern	gerade	ungerade
ug-Kern	ungerade	gerade
uu-Kern	ungerade	ungerade

Stabile uu-Kerne gibt es bis auf vier Ausnahmen nicht. Besonders viele stabile Kerne liegen bei  $Z$  oder  $K = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$  vor. Die Kernmodelle können diese „magischen Zahlen“ teilweise erklären.

### 1.114.2 Exzerpt von B. S. 498: Notation

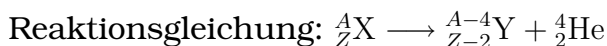
Mit  ${}^A_ZX$  meint man einen Kern der Massenzahl  $A = Z + N$  und der Kernladungszahl  $Z$  des Elements  $X$ .

### 1.114.3 Exzerpt von B. S. 498f. und 509f.: Zerfallsreihen

Es gibt (u.a.) den  $\alpha$ -,  $\beta^-$ -,  $\beta^+$ - und  $\gamma$ -Zerfall. Welcher Zerfall bei einem bestimmten radioaktiven Kern stattfindet, kann man nicht ohne Weiteres vorhersagen.

#### $\alpha$ -Zerfall

$\alpha$ -Strahlung denkt man sich als Heliumkernium.

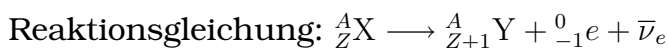


Bei einer Reaktion müssen alle Erhaltungssätze erfüllt sein; die Energien (bzw. nicht-nur-Materie-gebundenen Massen), Ladungen, Impulse und Drehimpulse müssen auf beiden Seiten übereinstimmen.

Diese Gleichung geht von ruhenden Teilchen ( $p = 0 \text{ Ns}$  und  $L = 0 \text{ Js}$ ) aus. Die Ladungserhaltung ist erfüllt,  $Z = (Z - 2) + 2$ . Die Energieerhaltung habe ich nicht überprüft.

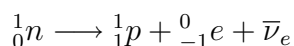
#### $\beta^-$ -Zerfall

$\beta^-$ -Strahlung denkt man sich als Elektronium und man sagt auch kurz nur „ $\beta$ -Strahlung“.



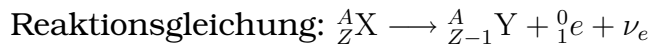
Die Impuls- und Energieerhaltung wird durch das entstehende Antineutrino erfüllt, das die Bilanzen „ausgleicht“.

Das Elektron stammt nicht aus der Atomhülle, sondern rührt von einer Kernreaktion her:



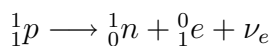
**$\beta^+$ -Zerfall**

$\beta^+$ -Strahlung denkt man sich als Positronium.

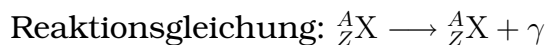


Die Impuls- und Energieerhaltung wird durch das entstehende Neutrino erfüllt, das die Bilanzen „ausgleicht“.

Das Positron rührt von einer Kernreaktion her:

 **$\gamma$ -Zerfall**

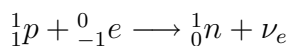
$\gamma$ -Strahlung denkt man sich als Photonium.



Das Photon rührt aus einem Zustandssprung der Kernneutronen oder -protonen her.

**Elektroneneinfang**

Beim Elektroneneinfang reagiert ein Elektron, typischerweise eins aus der kernnächsten Schale (der K-Schale), mit einem Proton des Kerns zu einem neuen Kernneutron. Ein Neutrino dient als Energie- und Impulsbilanzausgleichsteilchen.

**1.114.4 Exzerpt von B. S. 509: Wirkungsquerschnitt**

Werden bei Kernreaktionen  $N$  Teilchen emittiert, die  $\Delta N$  Wechselwirkungen in einem Volumen  $V$  der Querschnittsfläche  $A$  und der Dicke  $\Delta x$ , das  $n$  Atomkerne enthält, hervorgerufen, so gilt:

$$\frac{\Delta N}{N} = \sigma n \Delta x = \frac{\sigma n V}{A};$$

$\frac{\Delta N}{N}$  kann man als Wechselwirkungswahrscheinlichkeit interpretieren. Sie also gleich dem Verhältnis aus der „sich dem Geschoss bietenden Zielfläche“  $\sigma n V$  und der durchstrahlten Fläche  $A$ .

Die Einheit des Wirkungsquerschnitts  $\sigma$  ergibt sich zu  $1 \text{ m}^2 = 10^{28} \text{ barn}$  und ist ein Maß für die „effektive Größe eines Kerns bei einer bestimmten Reaktion“.

**1.114.5 Fragen**

- Was ist der Unterschied zwischen Isotopen und -tonen?
- Ist es zulässig, bei der Reaktionsgleichung des  $\alpha$ -Zerfalls von Teilchen ohne Drehimpuls auszugehen?
- Steckt beim  $\alpha$ -Zerfall die gesamte Energie in den zwei Produkten oder gibt es noch andere entstehende Teilchen, die der Metzler verschweigt?
- Wird beim  $\beta^-$ -Zerfall auch elektromagnetische Strahlung emittiert? (Da ja ein Neutron in ein Proton umgewandelt wird, müssten evtl. Neutronen aufrücken können und somit Photonen emittieren.)
- Beim  $\gamma$ -Zerfall entsteht als einziges neu entstehendes Teilchen ein Photon. Sind die Energie und der Impuls aller ausgesendeten Photonen eines  $\gamma$ -Strahlers gleich? Wenn nein, nimmt der Kern die Energie- und Impulsdifferenz auf, oder entsteht noch ein anderes Teilchen, das der Metzler verschweigt?  
(Die Photoneneenergie müsste doch aus Zustandssprüngen von Neutronen oder Protonen herrühren und somit nur diskrete Werte annehmen. Wenn nun die  $\gamma$ -Strahlung ein kontinuierliches Frequenzspektrum (und damit Energiespektrum) aufweist, müsste es noch ein Energiebilanzausgleichsteilchen geben, das der Metzler verschweigt.)
- Was ist an den vier Zerfallsreihen so außergewöhnlich?
- Was bedeutet die „Massenformel“  $4n + k$ ?
- Woher kann man die Anzahl  $N$  emittierter Teilchen (oder stattgefundenener Kernreaktionen) bestimmen, wenn nur  $\Delta N$  in Wechselwirkung tritt? Wie kann man also  $\sigma$  bestimmen?

[Elektronium als longitudinale elektromagnetische Welle!]

(Benötigte Zeit: 112 min)

04.02.2007

## 1.115 143. Hausaufgabe

### 1.115.1 Exzerpt von B. S. 503f.: Motivation des Tröpfchenmodells

Die experimentellen Befunde, wie beispielsweise die Abhängigkeit der Bindungsenergie von der Massenzahl (Abb. 503.1), möchte man quantitativ beschreiben können.

Wie auch bei Flüssigkeitströpfchen wirken bei Kernen Kernkräfte unter Nukleonen, und zwar messbar nur unter „benachbarten“ Nukleonen. Diese Erkenntnisse motivieren dazu, Atomkerne als Flüssigkeitströpfchen zu modellieren – die Kräfteverhältnisse bei Atomkernen und Flüssigkeitströpfchen ähneln sich sehr.

### 1.115.2 Exzerpt von B. S. 504: Annäherung durch drei Energieterme

Drei Energieterme genügen, um die  $E/A$ - $A$ -Kurve akkurat wiederzugeben zu können.

#### Volumenenergie

Man modelliert Kerne als inkompressibel; alle Kerne haben dieselbe Dichte. Daraus folgt, dass die Volumenenergie  $E_V$  zur Massenzahl  $A$  (nicht zu verwechseln mit der Oberfläche!) proportional ist.

$$E_V \sim \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi (r_0 A^{1/3})^3; (r_0 \text{ ist der Radius eines Nukleons})$$

$$E_V = aA;$$

#### Oberflächenenergie

Es würde Energie kosten, die Grenzfläche zwischen Nukleonen zu überwinden. Diese Oberflächenenergie ist zur Kernoberfläche proportional.

$$E_O \sim 4\pi r^2 = 4\pi (r_0 A^{1/3})^2;$$

$$E_O = bA^{2/3};$$

**COULOMBenergie**

In Atomkernen steckt auch Energie in der „elektrostatischen Anziehung“, genauer im  $\mathcal{E}$ -Feld. Die COULOMBenergie ist indirekt proportional zum Radius.

$$E_C \sim \frac{Ze \cdot Ze}{r} = \frac{Z^2 e^2}{r_0 A^{1/3}};$$

$$E_C = cZ^2/A^{1/3};$$

**1.115.3 Exzerpt von B. S. 504: Ausdruck der Bindungsenergie durch die drei Energieterme**

$$E_B = E_V - (E_O + E_C) = aA - bA^{2/3} - cZ^2A^{-1/3};$$

Oberflächenenergie und COULOMBenergie sind Energien, die sich aus (dem Integral über) abstoßende Kräfte ergeben; dementsprechend ordnet man ihnen ein negatives Vorzeichen zu. Die Volumenenergie geht positiv in die Bilanz ein.

Man kann über die Näherung  $Z \approx 0,45 A$  die Abhängigkeit von  $E_B$  von  $Z$  entfernen:

$$E_B \approx aA - bA^{2/3} - c'A^{4/3};$$

Die Bindungsenergie pro Nukleon ergibt sich damit zu:

$$E_B/A \approx a - bA^{-1/3} - c'A^{1/3};$$

**1.115.4 Exzerpt von B. S. 504: Die Konstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  (bzw.  $c'$ )**

Die Proportionalitätskonstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  (bzw.  $c'$ ) wurden empirisch auf  $a = 14 \text{ MeV}$ ,  $b = 13 \text{ MeV}$  und  $c' = 0,12 \text{ MeV}$  bestimmt. Mit  $c' = (0,45)^2 c$  ergibt sich  $c$  zu  $c = 0,59 \text{ MeV}$ .

**1.115.5 Exzerpt von B. S. 504f.: Erweiterung des Tröpfchenmodells**

Man kann das Tröpfchenmodell noch erweitern, indem man Terme für die Berücksichtigung des Neutronenüberschusses und der Paarbildung von Protonen und Neutronen hinzufügt.

Die Motivation hinter dieser Erweiterung liegt in dem Problem, dass ohne die Erweiterung der Stabilitätsunterschied zwischen gg- und uu-Kernen nicht wiedergespiegelt wird.



**1.115.6 Fragen**

- Kann man die empirisch ermittelten Konstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  (bzw.  $c'$ ) auf „fundamentalere“ Naturkonstanten zurückführen?
- Wie kann man sich die Volumenenergie vorstellen? Die COULOMBenergie ist an die COULOMBkraft bzw. an das COULOMBpotenzial gebunden, und die Oberflächenenergie ergibt sich daraus, dass die Überwindung der Grenzflächen Energie kosten würde. Aber mir ist nicht klar, an was die Volumenenergie gebunden ist.
- Was ist die zur Oberflächenenergie gehörende Kraft? Also über welches  $F$  integriert man beim Ausdruck  $\int F dr = E_O$ ?

(Benötigte Zeit: 72 min)

05.02.2007

**1.116 144. Hausaufgabe****1.116.1 Buch Seite 513, Aufgabe 1**

Die Aktivität eines lebenden Holzes beträgt aufgrund seines  $^{14}\text{C}$ -Gehaltes  $A_0 = 0,208 \text{ s}^{-1}$  je Gramm Kohlenstoff. Die Halbwertszeit von  $^{14}\text{C}$  ist  $t_H = 5760 \text{ a}$ .

- a)** Welche Aktivität hat vor 50 Jahren geschlagenes Holz je Gramm Kohlenstoff?

$$A(50 \text{ a}) = A_0 2^{-50 \text{ a}/t_H} = 0,21 \text{ s}^{-1};$$

- b)** Welches Alter hat Holz aus einem ägyptischen Königsgrab mit einer Aktivität von  $6,5 \text{ min}^{-1}$  je Gramm Kohlenstoff?

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_H} = A_0 \exp(-t/t_H \cdot \ln 2); \Leftrightarrow t(A(t)) = \ln[A_0/A(t)] \cdot t_H / \ln 2;$$

$$t(6,5 \text{ min}^{-1}) = 5,4 \text{ ka};$$

**1.116.2 Buch Seite 513, Aufgabe 2**

Die Halbwertszeit von Uran beträgt  $4,5 \cdot 10^9$  a. Berechnen Sie das Alter eines Minerals, das ein Bleiatom auf zwei Uranatome enthält.

$$2n = 3n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_H}; \Leftrightarrow$$

$$t = -\frac{\ln 2/3}{\ln 2} \cdot t_H = 3 \cdot 10^9 \text{ a};$$

(Benötigte Zeit: 27 min)

08.02.2007

**1.117 145. Hausaufgabe****1.117.1 Exzerpt von B. S. 500f.: Gesetz des radioaktiven Zerfalls****Stochastische Herleitung des Zerfallsgesetzes**

Die gemessene Impulsrate von radioaktiven Präparaten nimmt mit der Zeit exponentiell ab. Dieses Verhalten kann man stochastisch wie folgt modellieren:

Man denkt sich das Präparat aus Teilchen bestehend. Pro Zeiteinheit  $\Delta t$  zerfällt jedes dieser Teilchen mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit  $(1 - p)$ . Damit kann man einen Term für  $N(t)$ , also für die Anzahl der nicht-zerfallenen Teilchen nach Verstreichen der Zeit  $t$ , herleiten:

- $N(0s) = N_0$ ;
- $N(\Delta t) = N_0 \cdot p$ ; (Erwartungswert der Trefferanzahl bei einer BERNOULLIkette der Länge  $N_0$  und der Trefferwahrscheinlichkeit  $p$ )
- $N(2\Delta t) = (N_0 \cdot p) \cdot p = N_0 p^2$ ;
- $N(3\Delta t) = (N_0 \cdot p^2) \cdot p = N_0 p^3$ ;
- $\vdots$
- $N(k\Delta t) = N_0 p^k$ ;

Die Formel der letzten Zeile kann man umformen zu  $N(t) = N_0 p^{t/\Delta t}$ .

### Charakterisierungsmöglichkeiten

Mit einem Zerfallsgesetz  $N(t) = N_0 p^{t/\Delta t}$  mit entsprechendem Parameter  $p/\Delta t$  kann jeder radioaktive Zerfall (von spontaner Kernfission abgesehen) treffend beschrieben werden.

#### - Halbwertszeit

Oft ist es praktischer, nicht  $p$  und  $\Delta t$  als Basis zu verwenden, sondern andere charakteristische Größen. So kann man beispielsweise die Überlebenswahrscheinlichkeit  $p$  pro Zeiteinheit  $\Delta t$  in eine Halbwertszeit  $\tau$  überführen:

$$\begin{aligned} N(t) &= N_0 p^{t/\Delta t} \stackrel{!}{=} N_0 2^{-t/\tau}; \Leftrightarrow \\ p^{t/\Delta t} &= 2^{-t/\tau}; \Leftrightarrow \\ \frac{t}{\Delta t} \operatorname{ld} p &= -\frac{t}{\tau}; \Leftrightarrow \\ \tau &= - \underbrace{\frac{1}{\operatorname{ld} p}}_{<0} \Delta t; (\tau > 0) \end{aligned}$$

#### - 1/e-wertszeit

Allgemeiner kann man nicht nur die Halbwertszeit zur Charakterisierung nutzen, sondern auch Zeiten zu anderen Basen. Besonders beliebt ist dabei die 1/e-wertszeit:

$$\begin{aligned} N(t) &= N_0 p^{t/\Delta t} \stackrel{!}{=} N_0 e^{-t/\kappa}; \Leftrightarrow \\ \kappa &= - \underbrace{\frac{1}{\ln p}}_{<0} \Delta t; (\kappa > 0) \end{aligned}$$

#### - Zerfallskonstante

Alternativ kann man auch den Kehrwert  $\lambda$  der 1/e-wertszeit  $\kappa$ ,  $\lambda = \frac{1}{\kappa}$ , zur Beschreibung nutzen:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t};$$

**Aktivität**

Über Messungen direkt zugänglich ist nicht die Anzahl der nicht-zerfallenen Teilchen  $N(t)$ , sondern lediglich die Impulsrate  $n(t)$ , also die Anzahl radioaktiver Zerfälle pro Zeiteinheit.

Da mit einem detektierbaren Abstrahlereigniss immer auch genau ein Zerfall verknüpft ist, gibt  $n(t)$  einfach die (negative) Änderung der Anzahl nicht-zerfallener Teilchen,  $N(t)$ , an:

$$n(t) = -A(t) = -\dot{N}(t) = -N_0 e^{-t/\kappa} \cdot \left(-\frac{1}{\kappa}\right) = \frac{N_0}{\kappa} e^{-t/\kappa} = \frac{1}{\kappa} N(t);$$

Analog ist die Situation bei der Entladung eines Kondensators: Direkt messbar ist nur der Entladestrom  $I(t) = \dot{Q}(t)$ , nicht aber die Ladung  $Q(t)$  des Kondensators.

[XXX: Impulsrate ist die Rate, die bspw. in einem Zählrohr gemessen wird – also nicht die gesamte Anzahl radioaktiver Zerfälle, sondern nur der Anteil, der in die Richtung des Zählrohrs geht (Hüllkugel etc.)]

(Benötigte Zeit: 62 min)

26.02.2007

**1.118 149. Hausaufgabe****1.118.1 Exzerpt von B. S. 512: Paarzerstörung**

Eine Form künstlicher Radioaktivität ist die Paarerzeugung. Um diese zu verstehen, ist es einfacher, zunächst den zeitlich umgekehrten Vorgang der Paarzerstörung zu betrachten.

Ein Elektron und ein Positron bewegen sich frontal aufeinander zu; man wähle ein solches Bezugssystem, damit der Gesamtimpuls Null ist. Eine solche Wahl ist zulässig, solange das Bezugssystem, das man wählt, nicht beschleunigt wird.

Beim Auftreffen vernichten sich Elektron und Positron gegenseitig. Dabei müssen nun die verschiedenen Erhaltungssätze berücksichtigt werden. Die Gesamtladung vor der Vernichtung war Null; entweder müsste ein aus der Vernichtung resultierendes Teilchen müsste daher ebenfalls elektrisch ungeladen sein, oder es müssten zwei Teilchen entgegengesetzter Ladung entstehen.

Elektron und Positron tragen beide eine positive Energie. Die Energieerhaltung wird nun durch ein entstehendes  $\gamma$ -Quant erfüllt. Dies

impliziert aber eine Verletzung des Impulserhaltungssatzes:  $\gamma$ -Quanten existieren nur, wenn sie sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen – die Bewegung mit Lichtgeschwindigkeit ist ja gerade die Photonen definierende Eigenschaft!

Das  $\gamma$ -Quant trägt also einen Impuls, der von Null verschieden ist. Um die Impulsbilanz auszugleichen, käme zunächst ein Feld in Betracht. Wegen komplizierterer Zusammenhänge, die mit der Unschärferelation für Energie zu tun haben, kann in diesem Fall der zur Ausgleichung der Impulsbilanz nötige entgegengesetzte Impuls nicht über Felder abtransportiert werden; stattdessen muss der Impuls an Materie abgegeben werden.

### 1.118.2 Exzerpt von B. S. 512: Paarerzeugung

Lässt man den Prozess der Paarzerstörung zeitlich rückwärts ablaufen, so ergibt sich der Prozess der Paarerzeugung: Ein Photon genügend hoher Energie wandelt sich in ein Elektron und ein Positron um. Wie auch der Paarvernichtungsprozess kann er nur in materiegefülltem Raum stattfinden.

[XXX Unterschiedliche Voraussetzungen: Bei Paarerzeugung nur ein Photon, bei Paarvernichtung zwei Teilchen]

### 1.118.3 Fragen

- Inwieweit sind die Überlegungen bezüglich Paarzerstörung und -erzeugung auf delokalisierte Teilchen übertragbar?
- Ist die Drehimpulserhaltung bei der Paarzerstörung/-erzeugung erfüllt?
- Ab welcher Materiedichte kann die Paarzerstörung/-erzeugung ablaufen?

Benötigte Zeit: 47 min

19.03.2007

**1.119 159. Hausaufgabe****1.119.1 Buch Seite 491, Aufgabe 1**

Wie erklärt man, dass das spezifische Ionisationsvermögen von  $\alpha$ -Teilchen längs ihrer Bahn zunimmt und kurz vor ihrem Ende ein Maximum erreicht?

Durch die hohe Geschwindigkeit der  $\alpha$ -Teilchen zu Beginn haben die Teilchen – im Teilchenmärchen gesprochen – gar keine Möglichkeit, andere Teilchen zu ionisieren, da sie sich zu kurz in deren Gebiet aufhalten.

**1.119.2 Buch Seite 491, Aufgabe 2**

Woran liegt es, dass auch  $\beta$ -Teilchen einheitlicher Energie keine einheitliche Reichweite besitzen?

Die Wechselwirkung von  $\beta$ -Teilchen mit Materie ist stochastischer Natur; einige Teilchen stoßen, anschaulich gesprochen, schon sehr früh; andere später; und wieder andere gar nicht.

**1.119.3 Buch Seite 491, Aufgabe 3**

Wieso wächst die Absorption von  $\gamma$ -Strahlung mit der Ordnungszahl des Materials?

Weil die Teilchen des Materials, im Teilchenmärchen gesprochen, einen größeren Radius haben, da der Atomradius proportional zur dritten Wurzel der Ordnungszahl ist.

**1.119.4 Buch Seite 491, Aufgabe 4**

Die Halbwertsdicke für Röntgenstrahlen der Wellenlänge 12 pm ist bei Aluminium  $d_H = 1,44$  cm.

a) Welchen Wert hat der Schwächungskoeffizient?

$$e^{-kx} = 2^{-x/d_H}; \Leftrightarrow$$

$$-kx = -\frac{x}{d_H} \cdot \ln 2; \Leftrightarrow$$

$$k = \frac{\ln 2}{d_H} \approx 0,481 \frac{1}{\text{cm}};$$

- b)** Welcher Bruchteil der Strahlung durchdringt eine Aluminiumschicht von 2,5 cm Dicke?

$$2^{-2,5 \text{ cm}/d_H} \approx 30 \%$$