

0.1 Überblick

0.1.1 Innenwiderstand von Messgeräten (10. Klasse)

Versuch: Reihenschaltung mit $U = 3,0 \text{ V}$, $R_0 = 100 \Omega$ und einer Parallelschaltung zwischen A und B , auf deren Zweigen ein Widerstand R_2 mit $1,0 \Omega$ geschaltet ist und $R_1 = 100 \Omega$ gilt.

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{R_1} = \frac{\frac{R_{AB}}{R_0 + R_{AB}} \cdot U}{R_1} = \frac{\frac{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}{R_0 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} \cdot U}{R_1} = 0,00029 \text{ A}$$

Messung von I_1 gibt $\approx 120 \mu\text{A} \rightarrow$

Jedes Messgerät besitzt einen Innenwiderstand R_m , der das Messergebnis beeinflusst.

Für das Beispiel-Messgerät gilt: $R_m = 200 \Omega$

Unter Berücksichtigung von R_m gilt:

$$R'_{AB} = \frac{300}{301} \Omega \Rightarrow U'_{AB} = 0,030 \text{ V} \Rightarrow I'_1 = 0,00010 \text{ A}$$

Einfluss des Innenwiderstandes auf das Messergebnis der Stromstärke

Ohne Messgerät: $I = \frac{U}{R}$, mit Messgerät: $I' = \frac{U}{R + R_m} = \frac{U}{R \cdot \left(1 + \frac{R_m}{R}\right)} \approx \frac{U}{R \cdot (1+0)} = \frac{U}{R} = I$

Falls: $R_m \ll R \Rightarrow \frac{R_m}{R} \ll 1 \Leftrightarrow \frac{R_m}{R} \approx 0$

Ergebnis: Der Innenwiderstand eines Strommessgerätes sollte (im Vergleich zu den anderen Widerständen) möglichst gering sein.

Einfluss des Innenwiderstandes auf das Messergebnis der Spannung

Berechnung von U_2 in einem Aufbau, in der ein Widerstand $R_1 = 5,0 \text{ k}\Omega$ zusammen mit einer Parallelschaltung, bestehend aus einem Widerstand $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ sowie einem Spannungsmessgerät $R_m = 10 \text{ k}\Omega$, in Reihe geschaltet ist:

- $U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U = 2,0 \text{ V}$

- $U'_2 = \frac{R'_{AB}}{R_1 + R'_{AB}} \cdot U = 1,5 \text{ V}$

Ohne Messgerät: $U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$, mit Messgerät: $U_2 \rightarrow U'_2 = \frac{R_{AB}}{R_1 + R_{AB}} \cdot U = \frac{\frac{R_2 R_m}{R_2 + R_m}}{R_1 + \frac{R_2 R_m}{R_2 + R_m}} \cdot U = \frac{R_2}{R_1 \left(\frac{R_2}{R_m} + 1 \right) + R_m} \cdot U$

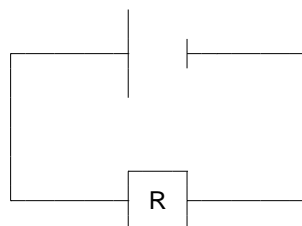
Falls: $R_m \gg R_2 \Rightarrow \frac{R_2}{R_m} \ll 1 \Leftrightarrow \frac{R_2}{R_m} \approx 0 \Rightarrow U'_2 \approx U_2$

Ergebnis: Der Innenwiderstand eines Spannungsmessgerätes sollte (im Vergleich zu den anderen Widerständen) möglich groß sein.

0.1.2 Innenwiderstand von Batterien

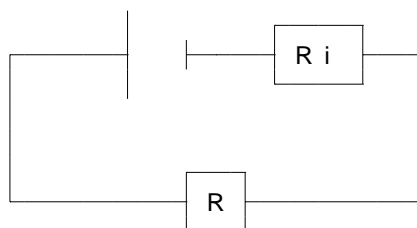
Bisher still vorausgesetzt: Batterien (oder allgemein auch andere reale Spannungsquellen) haben keinen Innenwiderstand.

In einem Stromkreis, bestehend aus nur der Batterie der Spannung U und einem Widerstand R , würde die Stromstärke I nach dem OHMschen Gesetz $I = \frac{U}{R}$ sein.



Würde man jetzt R gegen 0Ω laufen lassen, müsste der Strom I gegen unendlich streben; dies widerspricht aber Beobachtungen.

Folgerung: Auch Batterien haben vermutlich einen Innenwiderstand. Also ersetzen wir das Schaltbild durch ein den Beobachtungen besser entsprechendes. Dabei behalten wir die Bedeutung des Spannungsquellensymbols als Symbol für eine ideale Spannungsquelle ohne Innenwiderstand bei und zeichnen den Innenwiderstand explizit ein:



Damit ergibt sich als die tatsächliche Spannung der Batterie nicht der Idealwert U , sondern $U' = U - U_i$, wobei U_i den inneren Spannungsabfall angibt. U_i lässt sich über das OHMsche Gesetz auch berechnen: $U_i = R_i I$ – der Spannungsabfall ist also proportional zur Stromstärke.

Im Leerlauf ist die Realspannung $U' = U - R_i I$ also gleich der Idealspannung U , weil im Leerlauf definitionsgemäß kein Strom fließt, I also 0 ist. (Unter Vernachlässigung des zwar hohen, aber nicht unendlich großen Innenwiderstands des Spannungsmessgeräts.)

Damit ist auch das eingangs erwähnte Problem gelöst: Schließt man die Batterie kurz, wird also $R \rightarrow 0$, so wächst der Strom I nicht über alle Grenzen; stattdessen berechnet er sich durch $I = \frac{U}{R_i}$; er ist also begrenzt. Dieses Ergebnis deckt sich mit den Beobachtungen.

(Benötigte Zeit: 94 min)

0.2 Quellen

- <http://schulen.eduhi.at/riedgym/physik/10/elektrizitaet/innenwider/innenwider'batt.htm>

¹http://schulen.eduhi.at/riedgym/physik/10/elektrizitaet/innenwider/innenwider_ba