

(\*) Die Lagrange-~~Gleichung~~<sup>Funktion</sup>  $L$  ist nicht eindeutig definiert.

Mehrere Lagrange-Funktionen führen zu den selben Bewegungsgleichungen.

Warum?

① Das Potential  $V$  ist nur definiert bis auf eine Konstante. Zwei Potentiale  $V_1$  und  $V_2$ , die sich nur um eine Konstante unterscheiden  $V_1 - V_2 = \text{const}$ , beschreiben die gleiche Physik.

② Ein formales Argument: Betrachte  $L' = L + c$  mit  $c = \text{const}$

$$\text{Euler-Lagrange: } 0 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L'}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L'}{\partial q_i} = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

bei den Ableitungen fällt die Konstante  $c$  weg

$\Rightarrow$  Zwei Lagrange-Funktionen, die sich nur um eine Konstante unterscheiden, beschreiben die gleiche Physik.

Oder: Die Lagrange-Funktion ist nur bis auf eine Konstante definiert.

(Noch allgemeiner: Die Lagrange-Funktionen

$$L_{\#} \text{ und } L'_{\#} = a L_{\#} + c, \quad a \text{ und } c \text{ const}$$

beschreiben die gleiche Physik / liefern die selben Bewegungsgleichungen.)